

$$Mu + Mv + Mw = 2n \int P dx + 2n \int Q dy + 2n \int R dz$$

$$\text{oder } M(uu + vv + ww) = 2n \int (P dx + Q dy + R dz).$$

Da wir oben gezeigt haben, dass die wahre Geschwindigkeit des Körpers durch $\sqrt{uu + vv + ww}$ ausgedrückt werde, so ist $uu + vv + ww$ das Quadrat der Geschwindigkeit, und folglich $\sqrt{uu + vv + ww}$ die sogenannte lebendige Kraft des Körpers. Ferner ist, wie wir gesehen haben, $\int P dx + \int Q dy + \int R dz$ die Wirksamkeit der auf den Körper wirkenden Kräfte, woraus dem Leser selbst erhellet, dass die lebendige Kraft des Körpers gleich sei der Wirksamkeit mit der Zahl n multiplicirt. Nur ist hiebei zu erinnern, dass die Wirksamkeit als eine durch die Integration bestimmte Grösse an sich nicht bestimmt sei, sondern eine beständige willkürliche Grösse annehmen könne. Dieses erfordert auch die Natur der Sache, indem die gegenwärtige Bewegung des Körpers mit von der ihm anfänglich eingedrückten Bewegung, so willkürlich ist, abhängt, man aber für den Anfang diejenige beständige Grösse, welche zur Wirksamkeit hinzugezogen muss um die lebendige Kraft herauszubringen, bestimmt, so gilt dieselbe hernach immer für die ganze Bewegung, und kann hernach für eine jegliche Zeit und für einen jeglichen Ort des Körpers seine wahre lebendige Kraft richtig bestimmt werden. Dieses ist ein beträchtlicher Vorzug, welchen das Product der Masse eines Körpers durch das Quadrat seiner Geschwindigkeit vor dem Product der Masse durch die Geschwindigkeit selbst hat, und den Begriff der lebendigen Kraft eine Grösse der Bewegung weit erhebet, indem aus unsern Gleichungen, welche alle mögliche Bewegungen in sich begreifen, nicht erhellte, dass die Grösse der Bewegung, welche wäre $M\sqrt{uu + vv + ww}$ für sich selbst irgend in Betrachtung kommt.

X. Capitel.

Von der scheinbaren Bewegung.

77). Die scheinbare Bewegung bezieht sich auf einen Zuschauer, und wird durch zwei Umstände bestimmt, erstlich aus der Gegend nach welcher dem Zuschauer ein Körper erscheint, hernach aus der Entfernung desselben von dem Zuschauer. Dieses ist der scheinbare Ort des Körpers, und aus der Veränderung desselben wird die scheinbare Bewegung geschätzt.

Der Zuschauer mag sich befinden wo er will, so setzt man voraus, dass er sich die verschiedenen Gegenden des Raumes richtig vorstellen könne. Alle graden Linien, welche aus dem Auge des Zuschauers rundherum gezogen werden können, bezeichnen gewisse Gegenden, und wenn wir einen Zuschauer setzen, so sind ihnen diejenigen Gegenden einerlei, welche durch Linien so einander gleichlaufend oder parallel sind, bestimmt werden. Wenn wir also zwei Zuschauer annehmen, einen in O den andern in o (Fig. 227.), so deuten die Linien OM und ON dem Zuschauer O gewisse Gegenden an, und eben diese Gegenden werden von dem Zuschauer o nach den Linien om und on

wenn nämlich om mit OM und on mit ON gleichlaufend gezogen wird. Wenn demnach Zuschauer O in M einen Körper erblickt, der Zuschauer o aber einen in m , so dass die Entfernungen OM und om einander gleich sind, so erscheint der Körper M dem Zuschauer O an ebendieselben Orte, an welchem der Körper m dem Zuschauer o erscheint, obgleich die beiden Körper sich an ganz verschiedenen Orten befinden. Ebenso wird auch der scheinbare Ort zweier Körper M und n in Ansehung der beiden Zuschauer O und o einerlei sein. Wie sich nun ferner der scheinbare Ort eines Körpers mit der Zeit verändert, so wird aus der Veränderung der Gegend und Entfernung die scheinbare Bewegung geschätzt. Von dieser Bewegung ist um so viel mehr zu handeln, da wir uns in der Welt keinen andern Begriff als von der scheinbaren Bewegung machen können; denn wir können die Oerter der Körper nicht anders als nach dem Orte ihres Aufenthalts schätzen, und wenn wir uns nicht immer an ebendemselben Orte befinden, so besteht ein grosser Unterschied zwischen der wahren und scheinbaren Bewegung eines Körpers. Dieser Unterschied kann noch weit grösser werden, wenn wir nicht diejenigen Gegenden einerlei halten, welche durch gleichlaufende Linien, sondern durch solche Linien bestimmt werden, die gegen den Ort unseres Aufenthalts einerlei Verhältniss haben. Aus diesem Grunde glauben wir auch den Fixsternen eine Bewegung zu, weil dieselben ihren Ort in Ansehung der Gegenden, welche wir auf unserer beweglichen Erde für einerlei halten, verändern. Bei dieser scheinbaren Bewegung kommt es also nicht darauf an, welche Gegenden nach der obigen Erklärung in der That einerlei sind, sondern welche wir aus Irrthum für einerlei halten.

49) Wenn der Zuschauer an ebendemselben Orte immer unbeweglich verharret, und die Gegenden durch einerlei Linien schätzt, so ist die scheinbare Bewegung eines jeglichen Körpers von seiner wahren Bewegung nicht unterschieden, und also kommt das Urtheil dieses Zuschauers von der Bewegung aller Körper mit der Wahrheit überein.

Der Zuschauer bleibe unbeweglich in O (Fig. 227.); und erblicke jetzt einen Körper in M , so schätzt er denselben Ort nach der Gegend OM und der Entfernung OM . Nach einiger Zeit ist dieser Körper nach N gekommen, dessen Ort also von dem Zuschauer aus der Gegend und Entfernung ON geschätzt wird; und weil er die Gegenden noch nach ebendenselben Linien beurtheilt, so wird er auch jetzt noch den vorigen Ort des Körpers in M schätzen, und also den Schluss ziehen, dass der Körper in dieser Zeit von M nach N fortgerückt sei, welches auch mit der That überein kommt. Wenn aber der Zuschauer inzwischen seinen Begriff von den Gegenden verändert hätte, so würde er sich den vorigen Ort des Körpers nicht mehr in M sondern anderswo vorstellen, und also von seiner Bewegung ein unrichtiges Urtheil fällen; ist aber in der Einbildung des Zuschauers keine solche Veränderung der Gegenden vorgegangen, so erscheinen ihm alle Bewegungen der Körper wie sie in der That sind. Diejenigen Körper, welche ihm scheinen zu ruhen, sind sich auch wirklich in Ruhe, und welche ihm scheinen gleichförmig in einer graden Linie zu gehen, die haben auch diese Bewegung in der That. Dieser Zuschauer irrt also nicht, wo er den Regeln der Bewegung glaubt, dass entweder zu einer Bewegung Kräfte erfordert werden müssen, denn diejenigen Körper die ihm scheinen in ihrem Zustand zu verharren, verharren

darin auch wirklich: und eben diejenigen Veränderungen die ihm scheinen vorzugehen, die auch wirklich vor, und werden zu deren Hervorbringung eben diejenigen Kräfte erfordert, im Vorigen bestimmt worden: und überhaupt alles was bisher von der wahren Bewegung worden, gilt auch von dieser scheinbaren Bewegung, wenn der Zuschauer still steht und Begriff von den Gegenden beibehält. Ungeachtet dieses an sich selbst ganz klar ist, so doch nöthig hier wohl bemerkt zu werden, damit man um so viel leichter den Unterschied der wahren und scheinbaren Bewegung einsehen möge, wenn der Zuschauer seine Stelle verandert.

79) *Wenn der Zuschauer nicht nur seinen Ort, sondern auch seinen Begriff von den Gegenden beständig verändert, so muss er ganz anders von dem Zustand der Körper, das in ihrer Ruhe oder Bewegung urtheilen, als sich derselbe in der That verhält.*

In solchen Umständen befinden wir uns, insofern wir die Stelle der himmlischen Körper in unserem Gesichtskreise bestimmen, und die Linien, welche wir durch unsern Scheitelpunkt ziehen, für einerlei Gegenden halten. Denn da sich die Erde nicht nur um die Sonne, sondern auch zugleich um ihren Mittelpunkt herumdrehet, so verändern wir nicht nur alle Augenblicke unsere Stelle, sondern auch unsere Gegenden. Um dieses deutlich zu zeigen, so sei jetzt der Mittelpunkt der Erde in C und der Zuschauer in O (Fig. 228.), welcher in seiner Scheitellinie OM , so an M aufwärts gezogen wird, in M einen Körper erblicke, welchen wir in Ruhe annehmen wollen. Nach einiger Zeit komme der Mittelpunkt der Erde in c , der Zuschauer aber wegen der Herumdrehung der Erde in o , so wird er jetzt den Körper, als welcher noch an seiner vorigen Stelle in der Gegend oM erblicken. Da er ihn aber vorher über seinen Scheitel gesehen, so bildet er sich jetzt ein, er habe ihn vorher in m gesehen, wenn nämlich die Linie com gezogen und $om = Om$ genommen wird: und glaubt also der Körper habe sich unterdessen von m in M bewegt. Denn er vergleicht den gegenwärtigen Ort nicht mit dem vorhergesehenen, sondern mit demjenigen, den er jetzt für ebendenselben hält, welchen er vorhergesehen; er vermeint aber jetzt die Gegend om sei einerlei mit der Gegend OM , in welcher er vorher den Körper M gesehen hätte. Sollte er die Gegenden richtig schätzen, und jetzt die Gegend $o\mu$, welche der Linie OM gleichlaufend gegen worden, für ebendieselbe halten, welche er vorher, da er noch in O war, nach der Linie OM geschätzt, so würde er sich jetzt einbilden er habe den Körper in μ gesehen, und weil er jetzt in M nach der Gegend oM erblickt, glauben, der Körper habe sich unterdessen von μ in M bewegt, da derselbe doch unterdessen stillgestanden. Hieraus lässt sich nun leicht schließen, wie sein Urtheil ausfallen müsste, wenn der Körper sich unterdessen wirklich bewegt hätte. Es sind aber hier zwei Fälle wohl von einander zu unterscheiden: der erste ist nämlich wenn der Zuschauer mit seinem Orte auch die Schätzung der Gegenden verändert, der andere aber, wenn er die Gegenden richtig schätzt und in seinen verschiedenen Stellungen diejenigen Gegenden für einerlei hält, welche durch gleichlaufende Linien bestimmt werden. Auf diese letztere Art beurtheilen wir die Bewegung der himmlischen Körper, wenn wir den Ort derselben nicht nach unserem Scheitelpunkt, sondern nach den Fixsternen bestimmen, denn da die Fixsterne so erstaunlich weit entfernt sind, sind alle Linien, welche von unserem Orte, so sehr er auch verändert wird, zu einem Fixstern gezogen werden, für gleichlaufend zu halten.

den Zuschauer gleichgeschwind in einer graden Linie fortrücket, und die Gegenden schätzt, so scheinen ihm auch alle Körper, welche entweder ruhen, oder gleichgeschwind nach grader Linie fortlaufen, unverrückt in ihrem Zustande zu verharren und also diese scheinbare Bewegung in der That ohne Wirkung einiger Kräfte bestehen.

Setzen der Zuschauer bewege sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit in der Richtung oo (Fig. 229.), der Körper aber auch mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit in der Richtung MM , so dass wenn der Zuschauer in O , der Körper sich in M , wenn aber jener in o befände. Wenn demnach der Zuschauer in O ist, so erblickt er den Körper in der Gegend und Weite OM : nachgehends aber wenn der Zuschauer in o fortgerückt, so sieht er den Körper in der Gegend und Weite oN . Jetzt bildet er sich aber ein, er habe den Körper in der Gegend und Weite om gesehen, so dass om mit OM gleichlaufend und gleich gross sey. Wenn daher der Körper sei in dieser Zeit von m in N gekommen und habe die grade Linie mN mit einer gleichförmigen Bewegung beschrieben: welches daher erhellt, weil so gross die zwischen verflossene Zeit angenommen wird, der Winkel NMm immer gleich gross und das Verhältniss der Linie MN zu Mm einerlei bleibt, daher denn auch der Winkel MNm immer gleich gross und das Verhältniss der Linie Nm zu Mm oder zur Zeit einerlei bleiben muss.

Die scheinbare Bewegung ist also ebenfalls gleichförmig und geschieht nach einer graden Linie: daher ebenso wenig einige Kraft zu ihrer Unterhaltung als die wahre Bewegung. Wenn wir uns also als solcher Zuschauer, der gleichförmig nach einer graden Linie fortrückt, einen Körper wahrnimmt oder in einer solchen Bewegung welche gleichförmig nach einer graden Linie geschieht, so kann er sicher schliessen, dass der Körper in seinem Zustande verharre, und dass keine Kraft auf denselben wirke; eben als wenn er die wahre Bewegung des Körpers wahrnehmen könnte, ungeachtet die wahre Bewegung sonst sehr von der scheinbaren unterschieden seyn könnte. Weils wir nämlich niemals die wahre Bewegung eines Körpers sehen können, sondern nur die scheinbaren Bewegungen uns immer unmittelbar nur die scheinbare Bewegung der Körper anzeigen, so können wir die scheinbare Bewegung als eine wahre an, und untersuchen, ob zur Erhaltung derselben Kräfte erfordert werden, oder nicht. Wenn wir hernach durch andere Umstände vergewissern, ob Kräfte auf den Körper wirken oder nicht? und in wie weit dieselben mit den scheinbaren Bewegungen übereinkommen, so können wir hernach daraus den Schluss machen, wie viel die scheinbare Bewegung von der wahren unterschieden sei.

Wenn der Zuschauer gleichgeschwind in einer graden Linie fortrückt, und die Gegenden schätzt, dass ist, nach gleichlaufenden Linien schätzt, so werden zur Unterhaltung der scheinbaren Bewegung, wie sehr dieselbe auch von der wahren unterschieden sein mag, eben diejenigen Kräfte erfordert, als zur Unterhaltung der wahren Bewegung.

Um dieses deutlich zu zeigen, so wollen wir die wahre Bewegung nach drei aufeinander winkelförmigen Flächen AOB , AOC und BOC wie oben (Fig. 226.) betrachten, und die Bewegung der Fläche AOB durch u , von der Fläche AOC durch v und von der Fläche BOC durch w gegen diese Flächen vergleiche man ebenfalls die Bewegung des Zuschauers, und da

dieselbe gleichförmig nach einer graden Linie geschieht, so werden seine Bewegungen von den drei Flächen gleichförmig sein. Wenn wir also seine Bewegung von der Fläche AOB durch α , von der Fläche AOC durch β , von der Fläche BOC durch γ andeuten, so werden α, β, γ beständig sein. Nun aber wird dem Zuschauer die Bewegung des Körpers von der Fläche AOB um so kleiner scheinen, je geschwinder seine eigene Bewegung von dieser Fläche ist, und daher die scheinbare Bewegung von dieser Fläche sein $= u - \alpha$. Auf gleiche Weise sieht man die scheinbare Bewegung von der Fläche AOC sein werde $= v - \beta$, und von der Fläche BOC $= w - \gamma$, und diese drei stückweise betrachteten scheinbaren Bewegungen werden zusammen die ganze scheinbare Bewegung vorstellen. Aus den drei obengegebenen Gleichungen aber (74) erhellt die Unterhaltung der wahren Bewegung drei Kräfte $MP = P, MQ = Q$ und $MR = R$ erfordert so dass

$$P = \frac{Mdu}{ndt}, \quad Q = \frac{Mdv}{ndt} \quad \text{und} \quad R = \frac{Mdw}{ndt}.$$

Nun setze man $u - \alpha, v - \beta, w - \gamma$ anstatt u, v, w , und da wegen der beständigen Grösse von α, β, γ , die Differentialien du, dv, dw unverändert bleiben wie vorher, so ist klar, dass zur Unterhaltung der scheinbaren Bewegung ebendieselben Kräfte P, Q und R erfordert werden als zur wahren Bewegung. Wofern also nur der Zuschauer sich gleichgeschwind in einer graden Linie bewegt, so wird er sich nicht in Beurtheilung der Kräfte, welche zur Unterhaltung der Bewegung der Körper erfordert werden, irren, ob er dieselbe gleich aus der scheinbaren Bewegung der Körper herleitet; wie wir denn auch vorher gesehen, dass wenn die wahre Bewegung ohne einige Kräfte bestehen kann, die scheinbare gleichfalls keine Kräfte erfordere.

82) *Wenn aber der Zuschauer sich nicht gleichförmig in einer graden Linie bewegt, sondern sich aber die Gegenden richtig schätzt, so werden um die scheinbare Bewegung aller Körper zu bewerkstelligen, noch ausser den Kräften, welche wirklich auf dieselben wirken, noch drei Kräfte erfordert, welche in einem jeden Körper alle Augenblicke eben die Veränderungen hervorbringen, welche in dem Orte des Zuschauers vorgeht, aber nach einer umgekehrten Richtung.*

Die Bewegung des Zuschauers mag so veränderlich sein als man will, so kann dieselbe immer in Ansehung der drei angenommenen Flächen durch die drei Bewegungen α, β, γ vorgestellt werden, wenn man diese Grössen für veränderlich annimmt. Wenn nun die wahre Bewegung die drei folgenden Kräfte erfordert:

$$P = \frac{Mdu}{ndt}, \quad Q = \frac{Mdv}{ndt}, \quad R = \frac{Mdw}{ndt},$$

so ist klar, dass wenn wir für u, v, w schreiben $u - \alpha, v - \beta, w - \gamma$, zur Unterhaltung der scheinbaren Bewegung die drei nachfolgenden Kräfte erfordert werden:

$$\text{Kraft } MP = \frac{Mdu}{ndt} - \frac{Mda}{ndt} = P - \frac{Mda}{ndt}$$

$$\text{Kraft } MQ = \frac{Mdv}{ndt} - \frac{Mdb}{ndt} = Q - \frac{Mdb}{ndt}$$

Kraft $MR = \frac{Mdx}{ndt} = \frac{Mdy}{ndt} = R = \frac{Mdy}{ndt}$.
 Ausser den Kräften P, Q, R welche wirklich auf einen jeglichen Körper wirken, werden noch andere Kräfte erfordert, welche in einem jeden Körper eben diejenige Aenderung aber nach gleicher Richtung hervorbringen, als welche in dem Ort des Zuschauers selbst vorgeht. Setzt die Masse des ganzen Körpers, worauf sich der Zuschauer befindet $= M$, und dass die in denselben vorgehenden Veränderungen auch von dreien Kräften $\beta, \Omega, \mathfrak{R}$ herrühren, welche nach Gegenden MP, MQ, MR stossen, so haben wir vermöge der obigen Gleichungen $Mdx = n\beta dt$, $Mdy = n\Omega dt$, $Mdz = n\mathfrak{R} dt$.

Daher die zur Unterhaltung der scheinbaren Bewegung erfordereten Kräfte sein werden:

$$\text{Kraft nach } MP = P - \frac{M\beta}{M}$$

$$\text{Kraft nach } MQ = Q - \frac{M\Omega}{M}$$

$$\text{Kraft nach } MR = R - \frac{M\mathfrak{R}}{M}$$

39) Aus diesem Grunde kann die scheinbare Bewegung aller himmlischen Körper bestimmt werden, wenn man annimmt, dass auf einen jeglichen himmlischen Körper ausser den Kräften, welche wirklich auf denselben wirken, noch eine Kraft ihre Wirkung ausübe, welche sich zu der Kraft, von welcher die Erde getrieben wird, verhalte wie die Masse desselben Körpers zur Masse der Erde, und welche den Körper nach der entgegengesetzten Richtung antreibe.

Man pflegt sich hier den Zuschauer in dem Mittelpunkte der Erde selbst vorzustellen, weil der Ort sonst allzugrossen Veränderungen unterworfen wäre, als dass man dieselben also in verschiedener Richtung auf die himmlischen Körper übertragen könnte. Man hat aber Mittel, die für denselben Zuschauer gefundene scheinbare Bewegung so zu verändern, dass sie sich für einen jeglichen andern über Oberfläche der Erde befindlichen Zuschauer schicke. Man setzt hernach voraus, dass alle Kräfte welche auf einen jeglichen himmlischen Körper wirken bekannt seien, wie auch diejenigen, von welchen die Erde getrieben wird. Man darf also nur hernach diese letzteren Kräfte in verkehrter Richtung auf einen jeglichen himmlischen Körper anwenden, nachdem man dieselben nach dem Verhältnisse der Masse der Erde zur Masse eines jeden himmlischen Körpers vermehret oder mindert, wie in dem Satz vorgeschrieben worden. Da man nun solchergestalt weiss, von was für Kräften ein jeglicher himmlischer Körper getrieben werden muss, damit die scheinbare Bewegung bei demselben Statt finde, so kann man durch Hülfe der gegebenen Gleichungen diese scheinbare Bewegung selbst ausfindig machen. Hier ist zwar der Ort nicht dergleichen tief sinnige Untersuchungen anzustellen, allein es war doch nöthig zu zeigen, dass die aus dem Wesen der Körper abgeleiteten Regeln der Bewegung auf alle Fälle ohne Ausnahme angewandt werden können, und dass auch die schwersten Untersuchungen, so man bisher angestellt hat, wirklich mittelst dieser

Regeln ausgeführt werden. Zu diesem Ende habe ich die Grundsätze in solche Gleichung fasst, welche bei einem jeglichen Falle leicht angebracht werden können und wer nur in der Lösungskunst geübt ist, der ist dadurch im Stande ohne fernere Anleitung die schwersten so in der Lehre von der Bewegung vorkommen, aufzulösen: daher hoffentlich Niemand allzuausführliche Abhandlung übel deuten wird.

XI. Capitel.

Allgemeine Grundregeln zur Naturlehre.

84) *Wenn ein Körper entweder in Ruhe verbleibt, oder sich gleichförmig nach einer geraden Linie bewegt, so können wir schliessen, dass derselbe von aussen entweder gar nicht gedrückt werde, oder dass die Kräfte, welche je auf ihn wirken, einander im Gleichgewicht halten.*

Diese Regel folget unmittelbar aus dem Begriff der Standhaftigkeit; denn da ein Körper von selbst entweder in Ruhe bleibt, oder nach einer geraden Linie gleichgeschwind fortläuft, so ist keine äussere Kraft nöthig um denselben in diesem Zustande zu erhalten; sondern eine solche Kraft würde vielmehr den Zustand des Körpers verändern. So lange also ein Körper in eben demselben Zustande verharret, so ist es ein sicheres Zeichen, dass keine äusserliche Kraft eine Wirkung auf denselben habe. Demnach wird derselbe entweder gar nicht von aussen gedrückt, oder wenn Kräfte vorhanden sind, welche auf denselben einen Druck ausüben, so ist es gewiss dass dieselben einander im Gleichgewicht halten, und die Wirkung einer jeglichen von den übrigen zureicht werde. Wie aber mehrere Kräfte, so auf einen Körper wirken einander im Gleichgewicht halten, wird in der Wissenschaft von dem Gleichgewicht gelehret, welche sich ganz auf diesen Fall gründet, dass wenn zwei gleiche Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Körper wirken, dieselben in dem Zustande des Körpers gar keine Aenderung hervorbringen, und es also eben so viel ist, als wenn gar keine Kräfte vorhanden wären. Wenn man also sieht dass ein Körper in seinem Zustande verharret, ungeachtet er von einer Seite gedrückt wird, so kann man sicher schliessen, dass derselbe von der entgegengesetzten Seite gleich stark gedrückt werde. Ich nehme zum Exempel, dass ein auf dem Tische liegender Körper in Ruhe verbleibt, ungeachtet derselbe herunterfallen würde wenn der Tisch durchdringlich wäre, woraus ich schliesse dass die Undurchdringlichkeit des Tisches den Fall desselben aufhalte, und also den Körper aufwärts drücke, und dass aber derselbe dieses Drucks ungeachtet in Ruhe verbleibt, so schliesse ich daraus, dass noch eine andere Kraft vorhanden sein müsse, welche den Körper ebenso stark abwärts drücke, und diese Schwere genannt wird: also dass in diesen Fall die Schwere, und die aus der Undurchdringlichkeit des Tisches entstehende Kraft einander im Gleichgewicht halten.