



# De Motu Corporum in superficiebus mobilibus.

## §. I.

**A**rgumentum, quod hic explicare constitui, ad partem mechanicæ adhuc parum tractatam & cognitam pertinet. Non ita pridem enim primum inter Celeberrimos Bernoullios Patrem & Filium quæstio de descensu corporis super plano inclinato secundum horizontalem directionem mobili est agitata, eaque primo intuitu ita videbatur difficilis & abscondita, ut prima motus principia, quibus alias universa mechanica, quatenus quidem est cognita, superstrui solet, ei enodanda vix sufficere viderentur. Ab hoc tempore Celeberrimus Clairaut istam novam mechanicæ partem mirifice amplificavit, dum motum quoque tam unius quam plurium

Tab. I.  
III. &

*Entert Opuscula.*

A

cor-

corporum super plano circa datum axem fixum mobili definit; atque idem me per litteras excitavit, ut in eodem genere vires meas experirer. Quod negotium cum suscepissem, præcipue in hoc elaboravi, ut hujusmodi problematum solutiones ex primis mechanicæ principiis investigarem, neque ad has principiis inde demum derivatis, cujusmodi est conservatio virium vivarum, uterer; non quasi hujus principii veritatem in dubium vocarem, sed potius ut consensu mearum solutionum cum iis, quæ ex principio isto sint deductæ, ejus veritas etiam illis, qui adhuc de eo dubitant, plenissime confirmaretur. Tum vero sæpe occurrunt casus, quibus hoc principium alias utilissimum, omni usu ad solutionem obtinendam caret, cum contra prima mechanicæ principia, si recte adhibeantur, semper ad solutionem perducere debeant.

§. II. Quando in mechanica motus corporis super linea quacunque immobili determinatur, præter celeritatem, quam corpus in singulis punctis habet, pressio quoque, quam linea illa ab eo sustinet, assignari debet, cujus directio semper ad lineam istam est normalis. Cognita ergo hac pressione, si linea illa, super qua fit motus, subito immobilis esse cessaret, ea ipsa ab ista pressione ad motum impelli deberet, pro ratione ejus massæ & loci, ubi sollicitatur. Quanquam enim hic linea tantum, super qua corpus moveatur, consideratur, tamen hoc fit solum ad superfluas notiones removendas. Quomodoçunque enim corpus, super quo alterum movetur, sit cum ratione molis tum figuræ comparatum, quoniam

niam tantum linea illa in ejus superficie, secundum quam alterum corpus incedit, in computum ingreditur, hæc sola linea, tanquam a reliqua mole seorsim existeret, spectari solet; siquidem hoc corpus, super quo alterum moveatur, est immobile. Statim autem atque hæc immobilitas tollitur, ita ut pressio ante memorata effectum exercere possit, tum utique præter lineam, quam alterum corpus in ejus superficie describit, tota corporis massa spectari, ex ejusque ad pressionem habitu motus in eo genitus inquiri debet. Perspicuum autem est, ut primum hoc corpus moveri incipiat, motum alterius corporis e vestigio mutari oportere, propterea quod positio illius lineæ, quam motus sequitur, continuo mutetur. Hinc autem vicissim pressio aliam atque aliam directionem quam quantitatem consequitur, unde motus utriusque corporis novas perturbationes patitur, ex quibus summa difficultas hujusmodi motus implicatos ad certas leges revocandi, non mediocriter elucet.

§. III. Duo igitur hic corpora considerantur, quorum alterum super alterius superficie incedat & moveatur: atque cum in mechanica elementari, ubi alterum corpus, super quo fit motus, immobile statuitur, alterum corpus tanquam punctum considerari soleat, quo motuum diversitas, quæ alioquin in ejus partibus inesse posset, tollatur, in præsentī investigatione, quæ per se est longe difficilior, multo magis idem hoc corpus, quod in superficie alterius moveatur, tanquam infinite parvum seu ad minimum ita comparatum assumi conveniet, ut in eo dum moveatur, nullus motus ver-

tiginis inesse possit; seu quod eodem redit, corpus istud ejusmodi concipiemus, ut singulæ ejus partes quovis momento motibus æqualibus secundum communem directionem ferantur. Præterea quoque horum amborum corporum unicum contactus punctum contemplantur, quod in superficie corporis, super quo alterum movetur, eam lineam, secundum quam alterum ingredi censetur, describat. Linea hæc quatenus in superficie corporis extat, data ponitur eritque vel recta vel curva: hinc superficies corporis secundum hanc lineam instar canalıs excavata concipiatur, ut corpus alterum, etiamsi fortasse vires urgeant, de hac via deflectere nequeat. Imprimis vero ne hæc duo corpora a se invicem digredi queant, commode via illa tanquam tubus representatur, in quo alterum corpus ita sit inclusum, ut aliter nisi secundum ipsam tubi directionem moveri non possit. Hoc modo Celeb. Clairaut sua problemata proposuit, ut corporis tubo inclusi motus, dum ipse tubus est mobilis, definiri debeat; quare hanc ideam ad præsens institutum maxime accommodatam eo magis retinebo, quod omnia corpora, in quorum superficie semita quasi est designata, ad hanc ideam revocari possint.

§. IV. Omnes ergo quæstiones, quæ in hoc genere proponi possunt, in hoc problemate latissime patente comprehenduntur. Si habeatur tubus cujuscuque figuræ utcuque mobilis, in eoque inclusum sit unum plurave corpora, quæ cum motu quovis insito moveri ceperint, tum vero a viribus externis quibuscunque continuo sollicitentur, determinare ad quodvis tempus tam situm tubi cum cor-

§ 3

poribus ipsi inclusis, quam singulorum motum una cum pressione corporum in latera tubi: adjici insuper posset hæc conditio, ut ipse quoque tubus interea a viribus externis urgeatur. Verum multitudo hujusmodi circumstantiarum, etsi expeditio calculi iis sæpenumero tantopere impediatur, ut ad finem perducere nequeat, tamen plerumque ipsam methodum solvendi non admodum afficit. Methodus enim, quam hic sum traditurus, ita est comparata, ut vires sollicitantes, quomodocunque etiam se habeant, in applicatione methodi nullam moram injiciant; unde consideratio virium sollicitantium problema solutum non difficiliter reddere censenda erit. Majus autem discrimen affert figura tubi, quæ cum vel recta vel curva vel etiam duplici curvatura prædita esse possit, solutio inde maxime diversa resultat; ac duplicem quidem curvaturam, ob summam calculi tam difficultatem quam prolixitatem, hic penitus prætermitto. Non minor differentia deprehenditur in numero corporum tubo inclusorum; pluralitatem enim eorum, præsertim si tubus sit incurvatus, maximum afferre impedimentum, per se satis est perspicuum, quamobrem in tubis tantum rectis plura corpora admitteremus, in curvis autem unicam duntaxat inclusum assumemus.

§. V. Maxime autem problematis indoles a ratione mobilitatis tubi pendet; quæ infinitis modis variari potest: unde tria potissimum mobilitatis genera contemplantur, cum reliqua plerumque ex his sint mixta, eoque revocari possint. Primum igitur tubum secundum unicam directionem motu sibi parallelo mobilem statuamus; hocque idcirco

casu, nisi tubus quiescat, singulæ ejus partes æqualibus celeritatibus secundum eandem directionem constantem progredientur. Huc pertinebat prima hujus naturæ quæstio a Celeb. Bernoullio tractata, quo motum corporis super plano inclinato secundum horizontalem directionem mobili definit; tubus enim hic plano inclinato affixus est concipiendus, & quia planum nonnisi horizontaliter promoveri posse assumitur, tubus alium motum præter horizontalem recipere nequit. Ad secundum genus ea referemus problemata, in quibus tubus circa axem fixum motu angulari mobilis ponitur; hujus generis sunt omnia problemata a Celeberrimo Clairaut soluta, quibus motum unius pluriumve corporum tali tubo circa axem fixum mobili inclusorum determinavit. Complectitur quidem hoc secundum genus in se primum, quippe quod ex eo oritur, si axis ille fixus ad distantiam infinitam remotus statuatur; verum tamen hæc differentia satis est notabilis, ut hæc duo genera seorsim pertractentur. Tertium denique genus eos continebit casus, quibus tubus liberrime mobilis constituitur, ita ut secundum omnes directiones, quocunque vires sollicitantes urgeant, cedere possit; qui casus præ reliquis solutu difficillimus videtur, neque etiam a quoquam, qui binos præcedentes consideraverunt, est solutus; unde meam solutionem, quam sum traditurus, pro nova venditare non dubito. Ob tres igitur istos commemoratos casus dissertatio mea in tres sectiones dividetur.

Sectio.

D

un  
de  
ma  
pr  
sup  
jus  
igi  
pe  
no  
ma  
pe  
ras  
pr  
ad  
ubi  
qu  
tis