1862

De la construction des Microscopes

Leonhard Euler

XXVI.

De la Construction des Microscopes.

1. Les Microscopes diffèrent uniquement des Télescopes par rapport à la distance des objets que les uns et les autres présentent à la vue. Cette distance étant si grande qu'on la puisse regarder comme infinie, les instruments propres à nous les représenter sont nommés télescopes; mais les Microscopes sont employés à observer les objets peu eloignés. Cette différence rend aussi leur construction bien différente; cependant la construction des uns et des autres est fondée sur les mêmes principes, que j'ai développés dans mon Mémoire sur les lunettes.

2. Les bonnes qualités des microscopes doivent être les mêmes que celles des lunettes. D'abord il faut que la représentation soit distincte; pour cet effet la dernière image formée par les verres, qui est l'objet immédiat de la vue, doit être nette elle même et délivrée de confusion autant qu'il est possible; et ensuite elle doit se trouver à une juste distance de l'oeil. Cette dernière condition est remplie aisément par l'arrangement des verres, s'il y en a plusieurs; or la première met des bornes à l'ouverture du verre objectif, tout comme dans les lunettes. C'est encore une condition qui s'entend d'elle même, que les verres doivent être travaillés et polis avec tous les soins.

3. La seconde qualité, qu'on a droit d'éxiger d'un bon microscope, est la clarté, qu'on obtient en faisant en sorte, que de chaque point de l'objet il entre dans l'oeil un assez gros trait de rayons: si ce trait était si gros, qu'il remplissait toute l'ouverture de la prunelle, la clarté serait la plus grande possible; à moins qu'on ne veuille hausser la splendeur de l'objet même par quelque forte lumière. On est obligé à recourir à cet expédient dans la plupart des microscopes, puisque le trait des rayons qu'ils transmettent dans l'oeil est trop mince. Il est donc de la dernière importance d'arranger les microscopes en sorte, qu'ils transmettent de chaque point de l'objet un assez gros trait de rayons dans l'oeil; je nomme le demi-diamètre de l'épaisseur de ce trait $=\omega$.

4. En troisième lieu on exige aussi une grande multiplication qui se rapporte à une certaine distance, à laquelle on verrait l'objet d'oeil nu assez distinctement. Je poserai cette distance $=l$;

et on veut qu'un objet, qui serait vu à cette distance l sous un angle $= \varphi$, serait vu par le microscope sous un angle beaucoup plus grand, savoir $m\varphi$. Ce nombre m exprime alors la multiplication selon le diamètre, et le quarré mm marquera la multiplication en surface, et le cube m^3 en grosseur. Pour la distance l on la suppose communement de 8 pouces, et pour cette raison elle me marquera aussi la distance, à laquelle la dernière image doit être présentée à l'oeil.

5. La quatrième qualité, qui est aussi fort importante, exige que le microscope découvre à la fois une partie de l'objet aussi grande qu'il est possible. On peut regarder tout le champ apparent comme un cercle; dont, ce n'est que le milieu qui sera vu avec la clarté proposée, et le contour annulaire paraîtra plus obscur. Le champ apparent clair est donc ce cercle du milieu, dont la clarté est partout la même; qui étant moindre que le champ apparent tout entier, je considérerai outre cela le champ apparent moyen qui tient un milieu entre les deux autres.

6. J'ai déjà expliqué dans mon mémoire sur les lunettes, comment on puisse remplir ces quatre conditions, car les formules que j'y ai données, sont si générales, qu'elles renferment aussi tous les cas, où la distance de l'objet n'est pas infinie. Donc sans m'arrêter davantage aux principes, je passe à rechercher toutes les diverses espèces des microscopes, qui ne diffèrent entr'eux que par le nombre des verres dont ils sont composés; et partant je commencerai par ceux, qui ne contiennent qu'un verre, et qu'on nomme des microscopes simples.

I. Des Microscopes à un verre.

7. Soit MAN le verre, sa distance focale $= p$ et le demi-diamètre de son ouverture $AM = x$ (Fig. 268.). Que l'objet se trouve en O, à la distance du verre $AO = a$, et soit le demi-diamètre de sa partie visible $Oo = z$, qui serait vu d'oeil nu à la distance $= l$ sous un angle $= \frac{z}{l}$. Or soit l'image représentée par le verre en Pp, à la distance $AP = \alpha$, de sorte que $p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}$, et on aura le demi-diamètre de l'image $Pp = \frac{\alpha z}{a}$. Il faut donc que l'oeil se trouve en B à la distance $BP = l$ pour voir cette image distinctement, et l'angle vu par le verre sera $= \frac{Pp}{BP} = \frac{\alpha z}{al}$, de sorte que $\frac{\alpha}{a}$ marquera la multiplication.

8. Pour juger tant de la clarté que du champ apparent, il faut suivant les règles établies dans mon mémoire précédent avoir égard aux limites du cône lumineux auprès de l'oeil. Or, nommant ici la distance $BP = l$, qui est indiquée la par b, ces limites sont:

$$\frac{(\alpha + l)z}{a} + \frac{lx}{\alpha} \quad \text{et} \quad \frac{(\alpha + l)z}{a} - \frac{lx}{\alpha}. \qquad *)$$

Si l'une et l'autre de ces limites surpasse le demi-diamètre de la pupille, le point de l'objet o sera invisible, mais si l'une et l'autre tombe dans l'ouverture de la prunelle, le point o sera vu avec la pleine clarté. Or la clarté sera moindre, quand seulement la moindre limite tombe dans l'oeil, supposé que l'une et l'autre ait une valeur positive.

*) Conf. pag. 678 et les suivantes de cet ouvrage.

9. Soit la distance de l'oeil au verre $AB = k$, et on aura $\alpha + l = k$, ou $\alpha = k - l$; d'où nos limites seront:

$$\frac{kz}{a} + \frac{lx}{l-k} \quad \text{et} \quad \frac{kz}{a} - \frac{lx}{l-k},$$

supposant $l > k$ et partant α négatif. La multiplication sera donc $\frac{l-k}{a} = m$, d'où la multiplication étant donnée, on aura $a = \frac{l-k}{m}$; et partant $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha} = \frac{l-k}{m-1}$. De là est aussi déterminée l'ouverture du verre, dont le demi-diamètre sera $x = \sqrt{ip}$, prenant pour i environ la cent cinquantième partie d'un pouce.

10. Pour découvrir le plus grand champ possible, il est d'abord évident, qu'il faut prendre la distance de l'oeil au verre $AB = k$ aussi petite qu'il est possible. Posons donc qu'on applique l'oeil immédiatement au verre pour avoir $k = o$, et nos limites seront: $+x$ et $-x$, et puisqu'ils ne dépendent plus de z, le champ apparent sera illimité, et on sera en état de découvrir une si grande partie de l'objet, que si on le regardait d'oeil nu. C'est en quoi consiste un grand avantage des microscopes simples, que le champ apparent n'y est pas borné pourvu qu'on applique l'oeil immédiatement au verre.

11. La distance de foyer du verre dans ce cas sera donc $p = \frac{l}{m-1}$, et partant le demi-diamètre de son ouverture $x = \sqrt{\frac{il}{m-1}}$; lequel, lorsqu'il est plus grand que celui de la pupille, toute l'ouverture de la pupille sera remplie de rayons, et la clarté ne souffrira aucune diminution. Pour voir en quels cas cela puisse avoir lieu, soit ϱ le demi-diamètre de la pupille, et ayant $\frac{il}{m-1} > \varrho\varrho$, ou $m - 1 < \frac{il}{\varrho\varrho}$, la multiplication ne saurait surpasser $\frac{il}{\varrho\varrho} + 1$. Or ayant $l = 8$ pouces, $i = \frac{1}{150}$ et $\varrho = \frac{1}{10}$ pouces environs, la multiplication m sera moindre que $6\frac{1}{3}$, et la distance focale du verre $p > \frac{3}{2}$ pouces.

12. Or de tels verres méritent à peine le nom de microscopes et on demande ordinairement une beaucoup plus grande multiplication. Mais alors il faut se contenter d'un moindre degré de clarté; si nous exprimons par l'unité la clarté pleine, lorsque x est moindre que ϱ, la clarté sera $= \frac{il}{(m-1)\varrho\varrho}$. Donc si nous posons $l = 8$, $i = \frac{1}{150}$ et $\varrho = \frac{1}{10}$, la clarté sera $= \frac{16}{3(m-1)}$; et pour avoir une multiplication $m = 100$, qui demande un verre de foyer $p = \frac{8}{99}$ pouce, la clarté sera $= \frac{16}{297} = \frac{1}{18}$ à peu près.

13. La multiplication étant donc proposée $= m$, on a besoin d'une lentille, dont la distance de foyer $p = \frac{l}{m-1}$, qui souffrira une ouverture, dont le demi-diamètre $x = \sqrt{ip} = \sqrt{\frac{il}{m-1}}$; la distance de la lentille à l'objet doit être $OA = a = \frac{l}{m} = \frac{(m-1)p}{m}$, et la clarté de la représentation $= \frac{il}{(m-1)\varrho\varrho}$ dans la supposition, que l'oeil soit immédiatement appliqué au verre. Si nous posons pouces; $l = 8$, $i = \frac{1}{150}$ et $\varrho = \frac{1}{10}$, nous aurons pour le microscope ces déterminations:

$$p = \frac{8}{m-1}, \quad x = \sqrt{\frac{8}{150(m-1)}}; \quad a = \frac{8}{m} \quad \text{et la clarté} \quad = \frac{16}{3(m-1)},$$

supposant $3(m-1) > 16$ ou $m > 6\frac{1}{3}$.

Table des Microscopes à un verre.

Multiplication.	Distance du foyer du verre.	Demi-d. de son ouvert.	Distance de l'objet au verre.	Clarté apparente.
10	0,888	0,077	0,800	0,592
20	0,421	0,053	0,400	0,281
30	0,276	0,043	0,266	0,184
40	0,205	0,037	0,200	0,137
50	0,163	0,033	0,160	0,109
60	0,135	0,030	0,133	0,090
70	0,116	0,028	0,114	0,077
80	0,101	0,026	0,100	0,067
90	0,090	0,025	0,089	0,060
100	0,081	0,023	0,080	0,054
150	0,054	0,019	0,053	0,036
200	0,040	0,016	0,040	0,026
250	0,032	0,014	0,032	0,021
300	0,026	0,013	0,026	0,017
350	0,023	0,012	0,023	0,015
400	0,020	0,012	0,020	0,013
450	0,018	0,011	0,018	0,012
500	0,016	0,010	0,016	0,011
600	0,013	0,009	0,013	0,009
700	0,011	0,009	0,011	0,008
800	0,010	0,008	0,010	0,007
900	0,009	0,008	0,009	0,006
1000	0,008	0,007	0,008	0,005

14. Donc si l'on voulait construire un microscope simple qui augmentât en diamètre mille fois, il faudrait employer une lentille dont la distance de foyer ne fût que $\frac{8}{1000}$ ou $\frac{1}{125}$ pouce, et la clarté ne serait que $\frac{1}{200}$ de la clarté naturelle. Or la petitesse de la lentille rendrait un tel microscope impraticable, et l'obscurité de la représentation tout à fait inutile. Si la multiplication devait être comme 100 à 1, il faudrait employer une lentille de $\frac{81}{1000}$ ou d'$\frac{1}{12}$ pouce et la clarté serait à la naturelle comme 54 à 1000 ou comme 1 à 18 à peu près.

15. Ayant supposé $l = 8$ pouces, il est bon de remarquer, que pour ceux, qui ont la vue courte, la valeur de l doit être plus petite. Ainsi ceux, qui ont la vue courte, ont besoin d'une plus petite lentille pour obtenir la même multiplication; et la même lentille fournit une moindre multiplication à une vue courte, qu'à une vue bonne. Ensuite ceux qui ont la pupille fort grande verront plus obscurément par la même lentille, que ceux dont la pupille est plus petite. Et partant par rapport à la diversité qui règne tant dans la vue, que dans la grandeur de la prunelle, il faudrait dresser des tables particulières.

16. Mais la condition, que l'oeil soit appliqué immédiatement au verre, est impossible. L'épaisseur du verre, qui est négligée dans le calcul, s'y oppose, et il y a toujours quelque petite distance entre le verre et l'oeil. Donc nous ne saurions supposer $k = o$; soit donc $k = \frac{l}{m}$, et nous aurons $p = \frac{l}{m}$; et $a = \frac{(m-1)l}{mm}$; d'où les limites seront:

$$\frac{mz}{m-1} + \frac{mx}{m-1} \quad \text{et} \quad \frac{mz}{m-1} - \frac{mx}{m-1},$$

valeur de x est donnée, savoir $x = \sqrt{ip} = \sqrt{\frac{il}{m}}$. Maintenant ces limites mettront des bornes champ apparent. Lorsque $\frac{mx}{m-1}$ est moindre que le demi-diamètre de la prunelle v, il y aura champ apparent clair, dont le demi-diamètre sera $z = \frac{m-1}{m} v - x$; celui du champ apparent étant toujours $= \frac{m-1}{m} v + x$. Or la clarté du champ clair est à la clarté naturelle comme à vv; on ne verra donc en tout qu'une portion circulaire du verre, dont le diamètre est à peu près égal à la somme des diamètres de l'ouverture du verre et de celle de la pupille.

II. Des Microscopes à deux verres.

17. Soit MAN le verre objectif, sa distance de foyer $= p$, et le demi-diamètre de son ouverture $AM = x$ (Fig. 269); le second verre ou l'oculaire soit en B, sa distance de foyer $= q$, et le demi-diamètre de son ouverture $BM' = nq$ ayant déjà remarqué, qu'on le peut supposer proportionel à la distance focale q, et qu'on peut prendre environ $n = \frac{1}{5}$. Posons de plus l'objet en O, sa distance objectif $OA = a$, et celle de l'image formée $AP = \alpha$; puis $PB = b$, et pour la seconde image la distance $BQ = \beta$; et l'oeil sera en C, en sorte que $CQ = l$. Nous aurons donc $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, et posant $BC = k$, de sorte que $k = \beta + l$, il faut remarquer que les quantités a, $\alpha + b$ et k sont nécessairement positives, et ne sauraient jamais devenir négatives.

18. Soit ensuite la partie visible de l'objet $Oo = z$, qui marque le demi-diamètre du champ apparent clair, moyen ou entier, selon que nous le trouverons à propos; et l'angle sous lequel il paraîtrait à l'oeil nu éloigné à la distance l sera $= \frac{z}{l}$. Donc le demi-diamètre de l'image Pp sera $= \frac{\alpha z}{a}$, et celui de la seconde image $Qq = \frac{\alpha\beta z}{ab}$, qui étant l'objet immédiat de la vue par le microscope, il paraîtra sous un angle $= \frac{\alpha\beta z}{abl}$, de sorte que la multiplication sera $= \frac{\alpha\beta}{ab}$.

19. En vertu des formules données les limites seront:

pour l'oculaire B:
$$\frac{(\alpha+b)z}{a} \pm \frac{bx}{a},$$

pour l'oeil C:
$$\frac{(\beta+l)\alpha z}{ab} + \frac{(\alpha+b)lz}{\alpha\beta} \pm \frac{blx}{\alpha\beta},$$

puisqu'il y a ici l, ce que j'avais nommé auparavant c. On ne saurait rendre le cas plus avantageux pour découvrir un grand champ apparent qu'en posant à cause de $\beta + l = k$:

$$\frac{k\alpha}{ab} + \frac{(\alpha+b)l}{\alpha\beta} = o, \quad \text{ou} \quad k = -\frac{(\alpha+b)bl}{\alpha\beta};$$

il faut donc de toute nécessité que la quantité $\frac{b}{\alpha\beta}$, et partant aussi $\frac{\alpha\beta}{ab}$ ou la multiplication, soit négative, ce qui produira une représentation renversée.

20. Soit donc la multiplication $\frac{\alpha\beta}{ab} = -m$, et partant $\alpha\beta = -mab$, pour avoir $k = \frac{(\alpha+b)l}{ma}$; les limites pour l'oeil seront $\pm \frac{lx}{ma}$. Donc si $\frac{lx}{ma}$ est moindre que le demi-diamètre de la prunelle v,

tous les rayons entreront dans l'oeil, et y exciteront un degré de clarté qui repond à $\frac{lx}{ma}$. Que la clarté proposée, dont on veut se contenter, reponde au demi-diamètre ω moindre que φ, et on aura $\frac{lx}{ma} = \omega$, d'où l'on tire $x = \frac{ma\omega}{l}$; et puisque $x = \sqrt{ip}$, on aura outre cela $p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill}$. Si l'on prenait $\omega = \varphi$, ou même $\omega > \varphi$ on obtiendrait la plus grande clarté possible, que la prunelle puisse recevoir.

21. Pour la grandeur du champ apparent il faut considérer les limites du verre oculaire B qui, à cause de $x = \frac{ma\omega}{l}$ et $\alpha\beta = -mab$, sont:

$$\frac{(\alpha + b)z}{a} + \frac{mab\omega}{al} \quad \text{et} \quad \frac{(\alpha + b)z}{a} - \frac{mab\omega}{al},$$

ou bien:

$$\frac{(\alpha + b)z}{a} \pm \frac{\beta\omega}{l};$$

qu'il faut comparer avec le demi-diamètre de l'ouverture de l'oculaire, qui est $nq = \frac{nb\beta}{b+\beta}$. De là on aura le demi-diamètre:

$$\text{du champ apparent clair} = \frac{nab\beta}{(b+\beta)(\alpha+b)} - \frac{a\beta\omega}{(\alpha+b)l},$$

$$\text{du champ apparent moyen} = \frac{nab\beta}{(b+\beta)(\alpha+b)},$$

$$\text{du champ apparent entier} = \frac{nab\beta}{(b+\beta)(\alpha+b)} + \frac{a\beta\omega}{(\alpha+b)l}.$$

22. Regardons a, comme une quantité connue, et par là la valeur de p sera aussi déterminée, savoir $p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill}$. Mais puisque $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$, on aura aussi $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. Introduisons de plus la distance des verres AB, qui soit $= h$, et à cause de $\alpha + b = h$, nous aurons $b = h - \frac{ap}{a-p}$. Enfin la multiplication en donne:

$$\beta = -\frac{mab}{\alpha} = -\frac{mh(a-p) + map}{p},$$

d'où nous tirons:

$$q = \frac{b\beta}{b+\beta} = \frac{mab}{ma-\alpha} = \frac{m[h(a-p) - ap]}{m(a-p) - p},$$

et enfin:

$$\frac{naq}{h} = \frac{nab\beta}{(\alpha+b)(b+\beta)} = \frac{mna[h(a-p) - ap]}{h[m(a-p) - p]}, \quad \frac{a\beta\omega}{(\alpha+b)l} = \frac{ma\omega[h(a-p) - ap]}{hlp} \quad \text{et} \quad k = \frac{hl}{ma}.$$

23. S'il était $\frac{a\beta\omega}{(\alpha+b)l}$, égal ou plus grand que $\frac{nab\beta}{(\alpha+b)(b+\beta)}$, le champ clair s'évanouirait; il faut donc qu'elle soit plus petite, et plus elle sera petite, plus le champ apparent clair aura d'étendue. Posons donc:

$$\frac{a\beta\omega}{(\alpha+b)l} = \frac{\lambda nab\beta}{(\alpha+b)(b+\beta)},$$

prenant pour λ une fraction moindre que l'unité; et substituant les valeurs trouvées nous aurons:

$$\frac{\omega}{lp} = \frac{\lambda n}{m(a-p) - p}.$$

Soit pour abréger $\frac{\lambda nl}{\omega} = N$, pour avoir:

$$m(a-p) - p = Np \quad \text{ou} \quad p = \frac{ma}{N+m+1}.$$

Or nous avions $p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill}$, d'où nous tirons:

$$a = \frac{ill}{(N+m+1)m\omega\omega} \quad \text{et} \quad p = \frac{ill}{(N+m+1)^2\omega\omega} \quad \text{et} \quad x = \frac{il}{(N+m+1)\omega}.$$

24. Mais la distance des verres $AB = h$, est déterminée par celle de k, ayant pris $k = \frac{hl}{ma}$. Or nous avions posé $k = \beta + l$, de sorte que:

$$\beta = \frac{hl}{ma} - l = -\frac{l(ma-h)}{ma} = -\frac{mab}{\alpha} = -\frac{mb(a-p)}{p};$$

à cause de $\alpha = \frac{ap}{a-p}$.

Mais:
$$b = \frac{h(a-p)-ap}{a-p}; \quad \text{donc} \quad \frac{l(ma-h)}{ma} = \frac{m[h(a-p)-ap]}{p},$$

d'où nous tirons:
$$h = \frac{map(ma+l)}{mma(a-p)+lp}, \quad \text{et} \quad b = \frac{alp[m(a-p)-p]}{(a-p)[mma(a-p)+lp]};$$

et de plus:
$$q = \frac{mb(a-p)}{m(a-p)-p} = \frac{malp}{mma(a-p)+lp}.$$

Mais ayant trouvé $m(a-p) = (N+1)p$; nous obtiendrons:

$$h = \frac{ma(ma+l)}{m(N+1)a+l}, \qquad k = \frac{l(ma+l)}{m(N+1)a+l},$$

$$q = \frac{mal}{m(N+1)a+l}, \quad \text{et} \quad p = \frac{ma}{N+m+1},$$

et les valeurs sont toutes déterminées par celles de $N = \frac{\lambda nl}{\omega}$ prenant pour λ une fraction petite, et de $a = \frac{ill}{(N+m+1)m\omega\omega}$.

25. Le demi-diamètre du champ apparent moyen étant $z = \frac{naq}{h}$ deviendra $z = \frac{nal}{ma+l}$; et delà celui du champ apparent clair sera $= (1-\lambda)z$, et celui du champ apparent entier $= (1+\lambda)z$. Or il faut remarquer ici que λ peut être pris tant négatif que positif, de sorte que le nombre N puisse être pris à volonté ou négatif ou positif; pourvu que $m(N+1)a+l$ ne devienne point négatif, parce que les valeurs h et k sont nécessairement positives. Cependant quoiqu'on prenne λ négatif, le champ apparent clair est toujours plus petit, et l'entier plus grand que le champ apparent moyen.

26. Voilà déterminés tous les éléments, desquels dépend la construction des microscopes à deux verres; et où l'on a l'avantage de rendre la représentation aussi claire qu'on voudra pour toute multiplication donnée, de quoi on ne peut pas disposer dans les microscopes simples, où la clarté diminue nécessairement, à mesure qu'on augmente la multiplication. On pourra donc toujours

construire un microscope à deux verres, qui produise une multiplication prescrite sous un degré donné de clarté, et quoiqu'on ne puisse augmenter le champ apparent, on peut faire en sorte que le champ entier ait un rapport donné au champ clair qui est comme $1+\lambda$ à $1-\lambda$.

27. Puisque le verre oculaire est toujours petit, on peut bien mettre $n=\frac{1}{4}$, soit aussi $\lambda=\pm\frac{1}{4}$, afin que le diamètre du champ apparent entier soit à celui du champ clair comme 5 à 3; et à cause de $l=8$ nous aurons $N=\pm\frac{1}{2\omega}$, et posant $i=\frac{1}{150}$, les autres déterminations seront pour la multiplication donnée $=m$:

$$a=\frac{64}{150m(N+m+1)\omega\omega},\qquad p=\frac{64}{150(N+m+1)^2\omega\omega},\qquad x=\frac{8}{150(N+m+1)\omega}$$

$$h=\frac{ma(ma+8)}{m(N+1)a+8},\qquad q=\frac{8ma}{m(N+1)a+8},\qquad \text{et}\qquad k=\frac{8(ma+8)}{m(N+1)a+8};$$

et le demi-diamètre du champ apparent moyen sera $z=\frac{2a}{ma+8}$, toutes ces mesures étant exprimées en pouces.

28. Parcourons quelques degrés de clarté, et posons premièrement $\omega=\frac{1}{10}$, d'où résulte à peu près la plus grande clarté possible; et ayant $N=\pm 5$, les déterminations pour le microscope à deux verres seront prenant $N=-5$, (puisque la valeur positive produit une moindre valeur de a et partant aussi du champ apparent.):

$$a=\frac{640}{15m(m-4)},\qquad p=\frac{640}{15(m-4)^2},\qquad x=\frac{8}{15(m-4)},$$

$$h=\frac{ma(ma+8)}{8-4ma},\qquad q=\frac{2ma}{2-ma},\qquad k=\frac{2(ma+8)}{2-ma}\qquad \text{et}\qquad z=\frac{2a}{ma+8}.$$

Il faut donc pour que cette construction puisse avoir lieu, qu'il soit $ma<2$, ou $640<30(m-4)$, donc $m>25\frac{1}{3}$, puisque sans cette condition la distance h deviendrait négative. Si l'on demandait une moindre multiplication, il faudrait donner à ω une valeur plus grande, quoique la clarté n'en reçut aucune augmentation, ou bien on prendra la valeur positive de $N=+5$, qui donne

$$a=\frac{640}{15m(m+6)},\qquad p=\frac{640}{15(m+6)^2},\qquad x=\frac{8}{15(m+6)},$$

$$h=\frac{ma(ma+8)}{6ma+8},\qquad q=\frac{8ma}{6ma+8},\qquad k=\frac{8(ma+8)}{6ma+8}\qquad \text{et}\qquad z=\frac{2a}{ma+8}.$$

Table des Microscopes à deux verres,

qui représentent les objets avec la clarté totale.

Multiplication.	Dist. de foyer de l'objectif.	Demi-d. de l'ouvert.	Distance de l'objet.	Distance des verres.	Dist. de foyer de l'oculaire.	Distance de l'oeil.	Demi-d. du champ.
10	0,166	0,033	0,266	1,185	0,888	3,555	0,050
20	0,063	0,021	0,082	0,881	0,735	4,323	0,017
30	0,063	0,021	0,055	11,373	9,428	55,140	0,011
40	0,033	0,015	0,030	9,185	2,909	21,818	0,006

29. Je ne continue pas cette table plus loin, puisque le verre objectif devient trop petit, pour qu'il puisse être exécuté. La raison de cet inconvenient est, que la clarté est prise égale à la naturelle; et si nous la supposons moindre, on pourra employer un plus grand verre objectif. Ici la multiplication de 40 demande déjà un objectif de 0,033 distance focale, avec lequel on pourrait obtenir une multiplication de 250, en faisant un microscope simple. Mais il faut considérer que ce défaut de multiplication est compensé par la clarté, qui est presque 50 fois plus grande, que si l'on faisait un microscope simple.

30. Posons $\omega = \frac{1}{20}$, pour obtenir une clarté quatre fois plus petite que la naturelle, et ayant $N = \pm 10$, la valeur positive donne:

$$a = \frac{2560}{15m(m+11)}, \quad p = \frac{2560}{15(m+11)^2}, \quad x = \frac{16}{15(m+11)},$$

$$h = \frac{ma(ma+8)}{11ma+8} = \frac{512}{3(m+11)} \cdot \frac{3m+97}{3m+737},$$

$$q = \frac{8ma}{11ma+8} = \frac{512}{3m+737},$$

$$k = \frac{8(ma+8)}{11ma+8} = \frac{8(3m+97)}{3m+737},$$

$$z = \frac{2a}{ma+8} = \frac{128}{m(3m+97)}.$$

Or la valeur négative de N donne:

$$a = \frac{512}{3m(m-9)}, \quad p = \frac{512}{3(m-9)^2}, \quad x = \frac{16}{15(m-9)},$$

$$h = \frac{ma(ma+8)}{8-9ma} = \frac{512}{3(m-9)} \cdot \frac{3m+37}{3m-603},$$

$$q = \frac{8ma}{8-9ma} = \frac{512}{3m-603},$$

$$k = \frac{8(ma+8)}{8-9ma} = \frac{8(3m+37)}{3m-603},$$

$$z = \frac{2a}{ma+8} = \frac{128}{m(3m+37)};$$

ces formules ne sauraient avoir lieu, à moins qu'il ne fût $m > 201$; mais alors l'objectif devient trop petit. Les premières formules fournissent cette table:

Multiplication m.	Distance de l'objet a.	Distance focale de l'objectif p.	Demi-d. de l'ouvert. x.	Distance des verres h.	Distance focale de l'ocul. q.	Distance de l'oeil k.	Demi-d. du champ.
10	0,813	0,387	0,051	1,346	0,667	1,325	0,101
20	0,275	0,186	0,034	1,084	0,642	1,575	0,041
30	0,137	0,105	0,025	0,941	0,619	1,809	0,023

*

31. Tous ces microscopes à deux verres sont moins parfaits que les simples, puisqu'ils de- dent pour la même multiplication un moindre objectif, ce qui est une circonstance très impor- dans les microscopes. Outre cela les microscopes simples fournissent une plus grande clarté disque m est au-dessous de 30; et s'il est au dessus, la distance focale de l'objectif devient si pe- que l'avantage de la clarté ne mérite plus aucune attention. Le même défaut des microscop- deux verres a encore lieu, si $\omega = \frac{1}{30}$ et $\omega = \frac{1}{40}$ où la clarté $= \frac{1}{9} = 0{,}111$ ou $\frac{1}{16} = 0{,}062$ si l'on admet une moindre clarté, il y a des cas, où le microscope à deux verres demande un plus grand objectif, que le simple, et qu'il est par conséquent préférable. Posons donc $\omega = \frac{1}{50}$ pour avoir $N = 25$, et la distance focale de l'objectif est $p = \frac{25.640}{15(m+26)^2} = \frac{25.128}{3(m+26)^2}$; et puisque la distance focale du microscope simple est $\frac{8}{m-1}$, voyons pour quelles valeurs de m, il y aura

$$\frac{8}{m-1} > \frac{25.128}{3(m+26)^2} \quad \text{ou} \quad (m+26)^2 < \frac{400}{3}(m-1);$$

et nous trouvons que cela arrive, lorsque la multiplication m est comprise entre ces limites:

$$\frac{122-20\sqrt{19}}{3} \quad \text{et} \quad \frac{122+20\sqrt{19}}{3},$$

ou entre ceux-ci $11\frac{2}{3}$ et $69\frac{1}{3}$. Mais alors la clarté du microscope simple est plus grande, et cela très considérablement, de sorte que ni ces cas rendent aucun avantage aux microscopes composés de deux verres.

32. Mais nous avons d'abord fait une supposition, qu'on doit regarder comme la source de cette imperfection des microscopes à deux verres, ayant posé la distance de l'oeil $k = -\frac{(\alpha+b)\ldots}{\alpha\beta}$. Or quoique cette supposition semble favorable à l'augmentation du champ apparent, il reçoit pour- tant de la part de l'oculaire une si grande restriction, que le premier avantage se réduit à rien. Il reste donc encore un autre cas à examiner, lorsqu'on suppose la distance de l'oeil $k = 0$, et partant $\beta = -l$; où l'oeil doit être immédiatement appliqué à l'oculaire.

33. Dans ce cas donc $k = 0$ et $\beta = -l$, la multiplication sera $= \frac{\alpha l}{ab}$, et la distance focale de l'oculaire $q = \frac{bl}{l-b}$. Or alors nos limites seront:

$$\text{pour l'oculaire: } \frac{(\alpha+b)z}{\alpha} \pm \frac{bx}{\alpha},$$

$$\text{pour l'oeil: } \frac{(\alpha+b)z}{\alpha} \pm \frac{bx}{\alpha}.$$

Donc si l'une et l'autre des limites tombe dans l'oeil, $\frac{bx}{\alpha}$ sera le demi-diamètre du trait de rayons qui entre dans l'oeil, d'où dépend la clarté. Posons donc $\frac{bx}{\alpha} = \omega$, pour avoir $x = \frac{\alpha\omega}{b}$, et ω don- nera la mesure de la clarté, qui sera à la naturelle comme $\omega\omega$ à $\nu\nu$, posant ν pour le demi-diamètre de la prunelle. Delà le demi-diamètre apparent du champ clair sera $z = \frac{\alpha(\nu-\omega)}{\alpha+b}$, et du champ entier $= \frac{\alpha(\nu+\omega)}{\alpha+b}$, et celui du champ moyen $= \frac{\alpha\nu}{\alpha+b}$.

Ces mesures seront justes, lorsque l'ouverture du verre oculaire est égale ou plus grande que la prunelle; mais si elle était plus petite, on devrait comparer les mêmes limites non avec l'ouverture de la pupille, mais avec celle du verre oculaire, d'où le champ apparent résulterait moindre; ou bien dans ces cas on devrait prendre pour v le demi-diamètre de l'ouverture de l'oculaire, qui est $= nq = \frac{nbl}{l-b}$.

35. Cela remarqué soit la multiplication $\frac{al}{ab} = m$, et ayant $x = \frac{a}{b}\,\omega = \frac{ma}{l}\,\omega$, la distance focale de l'objectif sera $p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill}$. Posons donc nq ou $\frac{nbl}{l-b}$ plus grand que v, ou soit $\frac{nbl}{l-b} = \lambda v$, prenant pour λ un nombre, qui ne soit pas plus petit que l'unité, et on aura:

$$b = \frac{\lambda l v}{nl + \lambda v}, \quad \text{donc} \quad \alpha = \frac{mab}{l} = \frac{\lambda m a v}{nl + \lambda v}.$$

$$p = \frac{\alpha a}{\alpha + a} = \frac{\lambda m a v}{nl + \lambda v + \lambda m v},$$

d'où l'on tire:

$$\frac{ma\omega\omega}{ill} = \frac{\lambda v}{nl + (m+1)\lambda v} \quad \text{et} \quad a = \frac{\lambda i l l v}{m\,[nl + (m+1)\lambda v]\,\omega\omega}, \quad \text{et} \quad p = \frac{\lambda\lambda i l l v v}{[nl + (m+1)\lambda v]^2\,\omega\omega}.$$

36. Ayant trouvé les valeurs de a et p, on aura la distance des verres $\alpha + b = \frac{\lambda v\,(l + ma)}{nl + \lambda v}$, et à cause de $b = \frac{\lambda l v}{nl + \lambda v}$, la distance focale de l'oculaire $q = \frac{\lambda v}{n}$. De plus le demi-diamètre du champ apparent moyen sera $= \frac{a\,(nl + \lambda v)}{\lambda (l + ma)}$, dont le rapport à celui du champ clair est comme v à $v - \omega$, et du champ entier comme v à $v + \omega$.

Puisque $v = \frac{1}{10}$ pouce $n = \frac{1}{4}$ et $\lambda > 1$, on aura $q > \frac{4}{10}$ pouces; donc connaissant q, les autres déterminations seront:

$$a = \frac{illq}{m\,[l + (m+1)\,q]\,\omega\omega} \quad \text{et} \quad p = \frac{illqq}{[l + (m+1)\,q]^2\,\omega\omega}, \quad x = \frac{ilq}{[l + (m+1)\,q]\,\omega}, \quad \alpha + b = \frac{(l + ma)\,q}{l + q},$$

et le demi-diamètre du champ apparent moyen $z = \frac{av\,(l + q)}{q\,(l + ma)}$.

37. Ce cas diffère donc du premier en ce qu'au lieu de mettre $k = -\frac{(\alpha + b)\,bl}{\alpha\beta}$, nous posons $k = o$. Or il est à remarquer que si $-\frac{(\alpha + b)\,bl}{\alpha\beta}$ était une quantité positive, il serait incontestablement plus avantageux de faire $k = -\frac{(\alpha + b)\,bl}{\alpha\beta}$ que $k = o$, puisqu'on découvrirait alors un plus grand champ. Donc le cas présent $k = o$ ne saurait être employé avec raison, que lorsque $+\frac{(\alpha + b)\,bl}{\alpha\beta}$ est une quantité positive; c'est à dire à cause de $\beta = -l$, lorsque $-\frac{(\alpha + b)\,b}{\alpha}$, ou $-\frac{b}{\alpha}$ est une quantité positive. Or puisque $\frac{al}{ab} = m$, on a $-\frac{b}{\alpha} = -\frac{l}{ma}$, et parce que l et a sont nécessairement positives, le présent cas exige la valeur de m négative, d'où la représentation ne sera plus renversée mais droite.

38. Posons donc m négatif, ou écrivons $-m$ au lieu de m, et nos déterminations pour le microscope seront:

$$a = \frac{ilq}{m\,[(m-1)\,q-l]\,\omega\omega}, \quad p = \frac{ilqq}{[(m-1)\,q-l]^2\,\omega\omega}, \quad x = \frac{ilq}{[(m-1)\,q-l]\,\omega},$$

$$\alpha + b = \frac{(l-ma)\,q}{l+q} \quad \text{et} \quad z = \frac{av\,(l+q)}{q\,(l-ma)};$$

où il faut remarquer que q se peut prendre ou affirmativement ou négativement, c'est à dire l'oculaire pourra être ou convexe ou concave. De plus la valeur de $i = \frac{1}{150}$ pourrait aussi être négative, d'où l'objectif deviendrait concave. Mais ces changements doivent être tels, que les valeurs de a et de $\alpha + b$ deviennent positives.

39. Mais si nous prenions i négatif ou $i = -\frac{1}{150}$, à cause de $l = 8$ et $\omega < \frac{1}{10}$, en posant $\omega = \frac{1}{30}$, nous aurions $a = \frac{384q}{m\,[8-(m-1)\,q]}$, d'où l'on voit que q ne saurait être négatif, et qu'il faut $m - 1 < \frac{8}{q}$. Mais alors la valeur de $\alpha + b$ deviendrait $\left(8 - \frac{384q}{8-(m-1)\,q}\right) q : (8+q)$, laquelle, à cause de $q > \frac{4}{10}$, serait négative; d'où l'on voit, qu'un objectif concave ne saurait en aucune manière avoir lieu. Posons donc $i = +\frac{1}{150}$, et prenant $l = 8$ et $\omega = \frac{1}{30}$, nos déterminations seront:

$$a = \frac{384q}{m\,[(m-1)\,q-8]}, \quad p = \frac{384qq}{[(m-1)\,q-8]^2}, \quad x = \frac{8q}{5\,[(m-1)\,q-8]},$$

$$\alpha + b = \frac{(8-ma)\,q}{8+q} = \frac{8q\,[(m-49)\,q-8]}{(8+q)\,[(m-1)\,q-8]} \quad \text{et} \quad z = \frac{av}{\alpha+b} = \frac{a}{10\,(\alpha+b)}$$

et la clarté sera à la naturelle comme 1 à 9.

40. Si l'on prenait q négatif, ou la multiplication m devrait être fort petite, ou q plus grand que 8, et dans ce cas on ne gagnerait rien sur les microscopes simples. Soit donc q positif, ou le verre oculaire convexe, et il est clair qu'on gagne d'autant plus sur l'objectif, plus on prend la valeur de q petite. Mais puisque q ne doit pas être moindre que $\frac{4}{10}$ pouces, posons $q = \frac{2}{5}$, et nos déterminations pour le degré de clarté $= \frac{1}{9}$ seront:

$$a = \frac{384}{m\,(m-21)}, \quad p = \frac{384}{(m-21)^2}, \quad x = \frac{8}{5\,(m-21)},$$

$$\alpha + b = \frac{8\,(m-69)}{21\,(m-21)} \quad \text{et} \quad z = \frac{a}{10\,(\alpha+b)} = \frac{100}{m\,(m-69)} \text{ à peu près.}$$

Cette disposition aura donc lieu pour les cas, où la multiplication m est ou moindre que 21, ou plus grande que 69.

41. Mais lorsque la multiplication m est moindre que 21, le microscope simple fournit une plus grande clarté, et est par conséquent préférable. Ce seront donc les cas où $m > 69$, qui sont joints avec quelque avantage, vu que alors les microscopes simples donnent une moindre clarté. Or un trop petit excès de m sur 69 donne une si petite distance des verres $\alpha + b$, qui à cause de

valeur ne saurait avoir lieu dans la pratique. Par cette raison il faut posér au moins $m = 80$, et dans ce cas on aura ces déterminations:

$$a = \frac{384}{80.59} = 0{,}081, \quad p = 0{,}109, \quad x = 0{,}027,$$

$$\alpha + b = 0{,}071, \quad q = 0{,}400 \quad \text{et} \quad z = 0{,}113.$$

Ce microscope sera sans doute bien préférable à un microscope simple, qui multiplie en même raison. Car premièrement il n'exige pas un si petit objectif, puisque la valeur de p est ici 0,109, qui était pour le simple 0,101. Il est vrai que cet avantage est très peu considérable et qu'il s'évanouirait entièrement, si l'on donnait à m une plus grande valeur; mais la clarté est d'une conséquence d'autant plus grande, qui est ici exprimée par $\frac{1}{9} = 0{,}111$, pendant que celle du microscope simple n'était que 0,067, de sorte que celle-là est a celle-ci comme 5 à 3. Mais il faut remarquer que l'oculaire doit être très mince, de même que l'objectif, afin qu'en se touchant la distance de leur centres soit moindre que 0,071 ou $\frac{1}{14}$ pouce.

Comme ce cas qui paraît utile dans la pratique résulte de la position $\omega = \frac{1}{30}$, ou de la clarté $= \frac{1}{9}$, d'autres degrés de clarté fourniront aussi des microscopes à deux verres, préférables aux simples. Pour les trouver, posons en général la clarté $= \pi$, et puisque $\pi = \frac{\omega\omega}{\nu\nu} = 100\,\omega\omega$, nous aurons $\frac{1}{\omega\omega} = \frac{100}{\pi}$. Soit de plus $i = \frac{1}{150}$, $l = 8$ et $q = \frac{2}{5}$, et nos déterminations pour le microscope seront:

$$a = \frac{128}{3m(m-21)\pi}, \quad p = \frac{128}{3(m-21)^2\pi}, \quad x = \frac{8}{15(m-21)\sqrt{\pi}},$$

$$\alpha + b = \frac{8(3\pi m - 63\pi - 16)}{63\pi(m-21)}, \quad q = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad z = \frac{168}{5m(3\pi m - 63\pi - 16)};$$

elles seront avantageuses, lorsque $m > 21 + \frac{16}{3\pi}$; car alors la clarté sera toujours plus grande que dans les microscopes simples. Et posant $m = 21 + \frac{16}{3\pi} + \varrho$, tant que ϱ est moindre que $\frac{7(\varrho + 15\pi) - 8}{3\pi}$, l'objectif du microscope composé est plus grand que du simple. Et alors on aura $\alpha + b = \frac{8\pi\rho}{7(16 + 3\pi\rho)}$.

44. Si l'on met $\pi = 1$, on aura bien la plus grande clarté, mais elle ne sera apperçue, qu'au centre même de l'objet, parce que dans ce cas le diamètre du champ clair s'évanouit; or celui du champ apparent entier sera le double du moyen, et partant $= \frac{672}{5m(3m-79)}$ pouces. On pourra employer ce cas lorsque $m > 26\frac{1}{3}$. Soit donc $m = 30$, et on aura ces déterminations:

$$a = 0{,}158, \quad p = 0{,}527, \quad x = 0{,}059, \quad \alpha + b = 0{,}155 \quad \text{et} \quad z = 0{,}101.$$

Ce microscope est sans doute préférable au microscope simple, qui multiplie dans la même raison de 30 à 1, puisque la clarté est beaucoup plus grande, et on pourra augmenter la multiplication m, jusqu'à ce que l'objectif devienne trop petit pour être exécuté. Mais alors on n'a qu'à diminuer la clarté π pour obtenir une plus grande multiplication.

45. Comme c'est donc la petitesse du verre objectif, qui met des bornes à la [illegible] et à la clarté, de sorte que plus on aura de petits objectifs, plus on pourra augmenter la [illegible] cation et la clarté, nous ne saurions tirer de nos formules un plus grand avantage pour la [illegible] qu'en regardant comme donné le verre objectif ou sa distance focale $= p$. Car de là nous [illegible] rons assigner la plus grande multiplication, qu'il est possible d'en tirer, avec la plus grande [illegible] On obtiendra alors la plus grande multiplication en joignant les deux verres immédiatement [illegible] et en appliquant l'oeil immédiatement à l'oculaire, ce qui est la disposition la plus avantageuse [illegible] procurer tant la plus grande clarté que le plus grand champ apparent pour la même multiplication.

46. Soit donc donnée la distance focale de l'objectif $= p$, et le demi-diamètre de son [illegible] ture sera $x = \sqrt{ip} = \sqrt{\frac{p}{150}}$ pouces. Si ce verre est également convexe de part et d'autre, la [illegible] de son épaisseur sera tout au plus $= p(1 - \sqrt{\tfrac{3}{4}}) = \tfrac{2}{15}p$. Or la distance focale du verre [illegible] étant $= \frac{2}{5}$ pouce, et le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{1}{10}$ pouce, la demi-épaisseur de [illegible] pourra être moindre qu' $\frac{1}{50}$ pouce, et partant ces deux verres étant joints immédiatement ensemble, la distance de leurs centres sera moindre que $\frac{2}{15}p + \frac{1}{50}$. Donc puisque l'objectif est ordinairement moindre que l'oculaire, il sera toujours possible de les joindre en sorte, que leur distance ne [illegible] passe point $\frac{1}{20}$ ou $\frac{1}{30}$ pouce.

47. Les deux verres étant donc donnés, on aura d'abord pour la multiplication m la clarté $\pi = \frac{128}{3p(m-21)^2}$. D'où l'on trouve la distance de l'objet devant l'objectif $AO = a = \frac{m-21}{m}p$, et la distance des verres $AB = \alpha + b = \frac{8 + 21p - mp}{21}$, et le demi-diamètre du champ apparent moyen $z = \frac{21p(m-21)}{10m(8 + 21p - mp)}$. Mais la distance des verres $\alpha + b$ ne pouvant être plus petite qu' $\frac{1}{20}$ ou [illegible] pouce, nous aurons $8 + 21p - mp > 1$, et partant $m < \frac{7 + 21p}{p}$, ou bien la plus grande multipli- cation, qu'on puisse obtenir par l'objectif donné, sera $m = 21 + \frac{7}{p}$, et alors la clarté sera $\pi =$ [illegible] et le demi-diamètre du champ apparent moyen $z = \frac{21p}{10(3p+1)}$, la distance de l'objet étant $a =$ [illegible]

48. Si donc la distance focale de l'objectif est $p = \frac{1}{10}$ pouce, on en pourra construire un microscope, qui multiplie jusqu'à 91 fois en diamètre. Or quoiqu'on demandât une moindre multi- plication, il serait avantageux d'employer plutôt ce petit objectif qu'un plus grand, puisqu'il fournit une plus grande clarté, ou bien: il est profitable de se servir toujours du plus petit objectif, [illegible] puisse avoir. Donc, supposant que ce plus petit objectif ait sa distance focale $p = \frac{1}{10}$ pouce, celle de l'oculaire étant $q = \frac{4}{10}$ pouces, on aura la multiplication $m < 91$, la clarté $\pi = \frac{1280}{3(m-21)^2}$, la distance de l'objet $AO = a = \frac{m-21}{10m}$ pouce, la distance des verres $AB = \frac{101 - m}{210}$ pouce, [illegible] demi-diamètre du champ apparent moyen $z = \frac{21(m-21)}{10m(101-m)}$.

Table des microscopes à deux verres,

la distance de foyer de l'objectif étant $\frac{1}{10}$ pouce et celle de l'oculaire $\frac{4}{10}$ pouce.

Multiplication.	Distance de l'objet.	Distance des verres.	Clarté apparente.	Demi-d. du champ app. moyen.
30	0,0300	0,3381	1,000	0,0089
40	0,0475	0,2905	1,000	0,0163
50	0,0580	0,2429	0,507	0,0239
60	0,0650	0,1953	0,280	0,0333
70	0,0700	0,1477	0,178	0,0474
80	0,0738	0,1001	0,123	0,0737
90	0,0767	0,0525	0,090	0,1461

49. Les mêmes deux verres pourront donc servir à une infinité de microscopes dont la multiplication va depuis 21 jusqu'à 91; et on voit que pour augmenter la multiplication, il faut premièrement éloigner l'objet de l'objectif, et ensuite approcher les deux verres: on perd bien alors sur la clarté mais on gagne sur le champ apparent. Cependant la clarté est considérablement plus grande, que celle que fournirait un microscope simple de la même multiplication; et même ici pour les multiplications 30 et 40 la clarté est la plus grande possible. L'avantage de ces deux verres est pourtant le plus considérable dans les grandes multiplication, et pour les moindres il vaudra mieux employer un plus grand objectif pour gagner un plus grand champ.

50. Considérons donc aussi les microscopes qu'on peut composer d'un objectif de $\frac{2}{10}$ pouces de foyer avec l'oculaire de $\frac{4}{10}$. Or on aura:

la clarté: $\pi = \frac{640}{3(m-21)^2}$, $\quad a = \frac{m-21}{5m}$, $\quad a + b = \frac{122 - 2m}{210} = \frac{61 - m}{105}$ $\quad$ et $\quad z = \frac{a}{10(a+b)}$.

Table des Microscopes à deux verres,

la distance de foyer de l'objectif étant $\frac{2}{10}$ et celle de l'oculaire $\frac{4}{10}$ pouce.

Multiplication.	Distance de l'objet.	Distance des verres.	Clarté apparente.	Demi-d du champ app. moyen.
30	0,0600	0,2950	1,000	0,0203
40	0,0950	0,2000	0,591	0,0475
50	0,1160	0,1048	0,254	0,1107
55	0,1236	0,0571	0,184	0,2165

Ces microscopes paraissent plus propres pour les multiplications 50 et 55 que les précédents à cause du plus grand champ apparent.

51. Or un objectif de $\frac{3}{10}$ pouce de foyer sera plus propre avec l'oculaire de $\frac{4}{10}$ de faire un microscope, qui multiplie en raison de 44 à 1; la distance de l'objet sera $a = 0{,}157$, la distance des verres $a + b = 0{,}052$, la clarté apparente $\pi = 0{,}269$ et le demi-diamètre du champ apparent moyen $z = 0{,}302$.

Enfin un objectif de $\frac{4}{10}$ pouce de foyer pourra être utilement employé avec l'oculaire aussi de

$\frac{4}{10}$ pouces à composer un microscope qui multiplie en raison de 36 à 1. Car alors la distance de l'objet sera $a = \frac{1}{6}$ pouce, la distance des verres $\alpha + b = \frac{2}{21}$ pouces, la clarté apparente $\pi = 0,47$ et le demi-diamètre du champ apparent moyen $z = \frac{7}{40}$ pouce.

52. C'est donc le second cas de deux verres, qui nous fournit des microscopes composés qui sont préférables aux simples tant par rapport à la multiplication qu'à la clarté; pendant qu'aucun microscope du premier cas, où l'oeil était éloigné de l'oculaire, ne mérite la moindre attention. Voyons donc maintenant quels secours nous pourrons tirer de trois verres, et s'il est possible d'en tirer des microscopes qui seraient préférables non seulement aux simples, mais aussi à ceux de deux verres; car si cet avantage n'avait pas lieu, il serait fort mal à propos d'employer trois verres.

III. Des Microscopes à trois verres.

53. Soient (Fig. 270.) les trois verres en A, B, C et l'oeil en D, l'objet en Oo, la première image Pp, la seconde Qq et la troisième Rr, qui est l'objet immédiat de la vue. Posons les distances

$$OA = a, \quad AP = \alpha, \quad PB = b, \quad BQ = \beta, \quad QC = c, \quad CR = \gamma \quad \text{et} \quad RD = d,$$

et nommant les distances focales des trois verres p, q, r, nous aurons:

$$p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}, \qquad q = \frac{b\beta}{b + \beta}, \qquad r = \frac{c\gamma}{c + \gamma}.$$

Ensuite la grandeur de l'objet étant posée $Oo = z$; celle des images sera:

$$Pp = \frac{\alpha z}{a}, \qquad Qq = \frac{\alpha\beta z}{ab}, \qquad Rr = \frac{\alpha\beta\gamma z}{abc};$$

donc la grandeur vue par les verres sera $= \frac{\alpha\beta\gamma z}{abcd}$, celle de l'objet vu d'oeil nu à la distance $= l$ étant $= \frac{z}{l}$, et partant la multiplication est $= \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$.

54. Posons les distances $AB = \alpha + b = f$, $BC = \beta + c = g$ et $CD = \gamma + d = k$, qui sont nécessairement positives, et les limites seront:

pour le verre B: $$\frac{fz}{a} \pm \frac{bx}{a},$$

pour le verre C: $$\frac{gaz}{ab} + \frac{fcz}{\alpha\beta} \pm \frac{bcx}{\alpha\beta},$$

pour l'oeil D: $$\frac{k\alpha\beta z}{abc} + \frac{g\alpha dz}{ab\gamma} + \frac{fcdz}{\alpha\beta\gamma} \pm \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma},$$

où x marque le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif $AM = AN = x = \sqrt{ip}$, prenant pour i environ $\frac{1}{150}$ pouce.

55. J'avais posé la distance de la dernière image Rr à l'oeil $DR = l$; mais je la poserai à présent infinie, pour ceux qui ont la vue bonne; puisqu'on sait qu'un petit changement suffit pour ajuster les microscopes à toutes sortes d'yeux. Ayant donc $d = \infty$, on aura $\gamma = k - d = -\infty$

1, d'où la multiplication sera $= -\frac{\alpha\beta l}{abc}$ et $r = c$, et les limites:

pour B: $$\frac{fz}{a} \pm \frac{bx}{a},$$

pour C: $$\frac{g\alpha z}{ab} + \frac{fcz}{a\beta} \pm \frac{bcx}{a\beta},$$

pour D: $$\frac{k\alpha\beta z}{abc} - \frac{g\alpha z}{ab} - \frac{fcz}{a\beta} \pm \frac{bcx}{a\beta}.$$

56. Je remarque ici d'abord, que si $\frac{abc}{\alpha\beta}\left(\frac{g\alpha}{ab} + \frac{fc}{\alpha\beta}\right)$ est une quantité positive, on en aura la plus avantageuse valeur pour le lieu de l'oeil, savoir $k = \frac{abc}{\alpha\beta}\left(\frac{g\alpha}{ab} + \frac{fc}{\alpha\beta}\right)$. Or alors posant pour le demi-diamètre du trait lumineux qui tombe dans l'oeil ω, qui servira de mesure de la clarté, on aura $\frac{bcx}{\alpha\beta} = \omega$, ou bien nommant la multiplication $\frac{\alpha\beta l}{abc} = m$, on aura $\frac{lx}{ma} = \omega$, donc $x = \frac{ma\omega}{l}$ et partant $p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill} = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$; de sorte que considérant la distance $OA = a$ comme donnée, tant la distance focale p que α seront aussi données, puisque $\alpha = \frac{ap}{a-p}$.

57. Soit $\frac{\alpha}{b} = t$ et $\frac{\beta}{c} = u$, et puisque $\alpha + b = f$ et $\beta + c = g$, on aura:

$$b = \frac{f}{1+t}, \qquad \alpha = \frac{ft}{1+t}, \qquad c = \frac{g}{1+u} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{gu}{1+u} \quad \text{et} \quad m = \frac{tul}{a},$$

ensuite: $$\frac{1}{q} = \frac{1+t}{f} + \frac{1+u}{gu} \quad \text{et} \quad \frac{1}{r} = \frac{1+u}{g}.$$

De là les limites comparés aux ouvertures des verres fourniront ces équations:

$$\frac{fz}{a} \pm \frac{x}{t} = \pm nq \quad \text{et} \quad \frac{gtz}{a} + \frac{fz}{au} \pm \frac{x}{tu} = \pm nr,$$

où il faut considérer que $k = \frac{l}{m}\left(\frac{gt}{a} + \frac{f}{au}\right)$, et que cette quantité doit être positive, ou on a $k = \frac{mag + fl}{mau}$. Les signes ambigus $\pm$ dépendent de la nature des coéfficiens de z, selon qu'ils sont ou positifs ou négatifs.

58. Que z marque le demi-diamètre du champ apparent moyen et on aura ces formules:

$$\frac{fz}{a} = \pm nq \quad \text{et} \quad \frac{gtz}{a} + \frac{fz}{au} = \pm nr,$$

qui se réduisent à celles-ci:

$$\frac{f}{a} \cdot \frac{1}{q} = \pm \frac{n}{z} \quad \text{et} \quad \left(\frac{gt}{a} + \frac{f}{au}\right)\frac{1}{r} = \pm \frac{n}{z},$$

ou bien à celles-ci en remettant pour q et r leurs valeurs:

$$\pm \frac{na}{z} = 1 + t + \frac{f(1+u)}{gu},$$

$$\pm \frac{na}{z} = t(1+u) + \frac{f(1+u)}{gu}.$$

*

De là, selon que les quantités t et u seront ou positives ou négatives, nous aurons à considérer les cas suivants:

Premier Cas.

$$\frac{\alpha}{b} = + t \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{c} = + u.$$

59. Dans ce cas le nombre m sera positif, et partant la quantité:

$$k = \frac{l}{m}\left(\frac{gt}{a} + \frac{f}{au}\right) = \frac{l}{ma}\left(gt + \frac{f}{u}\right)$$

aussi positive; d'où nos équations seront:

$$\frac{na}{z} = 1 + t + \frac{f(1+u)}{gu} = t(1+u) + \frac{f(1+u)}{gu},$$

et de là nous aurons $1 = tu$, et $m = \frac{l}{a}$, ou $a = \frac{l}{m}$. Par conséquent la distance focale de l'objectif $p = \frac{\omega\omega}{i}$ et $x = \omega$, de plus $\alpha = \frac{l\omega\omega}{il - m\omega\omega} = \frac{ft}{1+t}$; de sorte que par la multiplication m et la clarté ω les quantités a, p, x et α sont déjà déterminées. Mais puisque $u = \frac{1}{t}$ nous aurons de plus

$$\frac{na}{z} = \frac{nl}{mz} = 1 + t + \frac{f}{g}(1+t) = \frac{(f+g)}{g}(1+t), \quad \text{donc} \quad z = \frac{ngl}{m(f+g)(1+t)}.$$

60. Mais il est nécessaire que $il > m\omega\omega$, et partant $m < \frac{il}{\omega\omega}$, ou bien $m < \frac{l}{p}$; d'où l'on voit que de grandes multiplications exigent un très petit objectif, et que la clarté proportionnelle à ω décroît dans la même raison. Donc une multiplication donnée exige un aussi petit objectif qu'un microscope simple, et puisque le composé ne représente pas plus clairement, il n'y a aucune raison pourquoi on veuille employer un composé de trois verres plutôt que le simple, surtout ayant déjà assigné des microscopes à deux verres, qui sont plus avantageux.

Second Cas.

$$\frac{\alpha}{b} = - t \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{c} = + u.$$

61. La valeur de m devenant aussi négative, écrivons dans les formules trouvées $-m$ et $-t$ au lieu de $+m$ et $+t$, de sorte que $m = \frac{tul}{a}$, et nous aurons $k = \frac{mag - fl}{mau}$. On suppose donc que $fl < mag$, ou $f < gtu$, d'où nos formules seront:

$$\pm\frac{na}{z} = 1 - t + \frac{f(1+u)}{gu},$$

$$\pm\frac{na}{z} = - t(1+u) + \frac{f(1+u)}{gu} = \frac{1+u}{gu}(f - gtu);$$

cette dernière formule étant négative, il faudra prendre $-\frac{na}{z}$. Or pour la première supposons

$$1 - t + \frac{f(1+u)}{gu} > o, \quad \text{ou} \quad t < 1 + \frac{f}{gu} + \frac{f}{g} \quad \text{et} \quad t > \frac{f}{gu},$$

et nous aurons:

$$\frac{na}{z} = 1 - t + \frac{f(1+u)}{gu}, \qquad \frac{na}{z} = t(1+u) - \frac{f(1+u)}{gu}.$$

62. En ajoutant ces formules nous avons:

$$\frac{2na}{z} = 1 + tu = 1 + \frac{ma}{l},$$

de sorte que:

$$z = \frac{2nal}{ma+l},$$

et ensuite:

$$1 + \frac{ma}{l} = 2 - 2t + \frac{2f(1+u)}{gu},$$

donc:

$$t = \tfrac{1}{2} - \frac{ma}{2l} + \frac{f(1+u)}{gu} = \frac{ma}{ul},$$

d'où l'on tire:

$$u = \frac{2mag - 2fl}{(2f+g)l - mag} \quad \text{et} \quad t = \frac{ma[(2f+g)l - mag]}{2(mag - fl)l}.$$

63. Mais ayant trouvé $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, puisque $\alpha = \frac{ft}{t-1}$ en regardent t comme donné, nous aurons $f = \frac{\alpha(t-1)}{t}$, et α est donné par a. Donc puisque $u = \frac{ma}{lt}$, nous trouverons aussi g par cette équation:

$$\frac{ma}{l} = 1 - 2t + \frac{2f(1+u)}{gu},$$

d'où l'on tire:

$$g = \frac{2fl(1+u)}{2ma + mau - lu} = \frac{2\alpha l(t-1)(ma+lt)}{mat(ma+2lt-l)},$$

à cause de:

$$f = \frac{\alpha(t-l)}{t}.$$

Et ainsi nous venons de déterminer ces deux valeurs de f et g outre celle de $u = \frac{ma}{lt}$, et il ne reste plus qu'à déterminer les quantités a et t, la multiplication m et la clarté $\frac{\omega\omega}{vv} = 100\,\omega\omega$ étant données.

64. Mais il faut aussi considérer que dans les expressions de nos limites la quantité $\frac{x}{t} = \frac{ma\omega}{lt}$ doit être très petite par rapport au:

$$\frac{fz}{a} = \frac{2nfl}{ma+l}, \quad \text{et aussi} \quad \frac{x}{tu} = \frac{lx}{ma} = \omega,$$

très petite par rapport à:

$$-\frac{z}{a}\left(-gt + \frac{f}{u}\right) = -\frac{z}{au}(f - gtu) = \frac{ng}{1+u} = \frac{nglt}{ma+lt},$$

pour que le champ apparent clair ne soit pas réduit à rien. Donc, prenant λ et μ pour des fractions petites, nous aurons:

$$\frac{ma\omega}{lt} = \frac{2\lambda n\alpha l(t-1)}{t(ma+l)} \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2\lambda n\alpha ll(t-1)}{ma(ma+l)} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{2\mu n\alpha ll(t-1)}{ma(ma+2lt-l)},$$

donc:

$$\mu(ma+l)=\lambda(ma+2lt-l) \quad \text{et} \quad ma=\frac{\lambda l(2t-1)-\mu l}{\mu-\lambda} \quad \text{ou} \quad t=\frac{(\mu-\lambda)ma+(\lambda+\mu)l}{2\lambda l}$$

Donc:
$$t-1=\frac{(\mu-\lambda)(ma+l)}{2\lambda l} \quad \text{et} \quad \omega=\frac{nal(\mu-\lambda)}{ma}.$$

65. Or:
$$\alpha=\frac{ap}{a-p}=\frac{mmaa\omega\omega}{ill-mma\omega\omega}=\frac{ma\omega}{(\mu-\lambda)nl},$$

d'où nous tirons:
$$(\mu-\lambda)nma\omega l=ill-mma\omega\omega,$$

et partant:
$$a=\frac{ill}{m\omega[(\mu-\lambda)nl+m\omega]} \quad \text{et} \quad p=\frac{ill}{[(\mu-\lambda)nl+m\omega]^2},$$

donc:
$$\alpha=\frac{il}{n(\mu-\lambda)[(\mu-\lambda)nl+m\omega]}.$$

Ensuite ayant trouvé a, α et p, on aura:

$$x=\frac{il}{(\mu-\lambda)nl+m\omega}, \quad t=1+\frac{(\mu-\lambda)(ma+l)}{2\lambda l}, \quad u=\frac{ma}{lt},$$

$$f=\frac{i(ma+l)}{2n\lambda t[(\mu-\lambda)nl+m\omega]}, \quad g=\frac{(\mu+\lambda)fl}{\mu ma}$$

et:
$$z=\frac{2nal}{ma+l}, \quad q=\frac{il}{n\lambda t[(\mu-\lambda)nl+m\omega]}, \quad r=\frac{g}{1+u}=\frac{\omega}{\mu n},$$

et enfin:
$$k=\frac{\lambda fl}{\mu mau} \quad \text{ou} \quad k=\frac{(ma+l)\omega}{2\mu nma}.$$

66. Les fractions λ et μ dépendent donc de notre volonté, lesquelles devant être moindres que l'unité, la plus grande marque de combien le diamètre du champ apparent clair est plus petit que celui du moyen. Il serait donc bon de mettre l'une et l'autre aussi petite qu'il est possible. Or il est évident que si l'on posait $\mu=\lambda$ ou $\mu>\lambda$, le verre objectif deviendrait plus petit que celui du microscope à deux verres, de sorte que celui-ci serait préférable. Il ne reste donc que le cas $\lambda>\mu$, où le microscope à trois verres puissé être employé avec succès; dans ce cas la distance focale de l'objectif étant $p=\frac{64}{150[m\omega-2(\lambda-\mu)]^2}$, si nous posons $l=8$, $n=\frac{1}{4}$ et $i=\frac{1}{150}$ et celle de l'objectif de deux verres $=\frac{64}{150(m\omega-21\omega)^2}$, nous voyons que l'avantage du microscope à 3 verres ne saurait avoir lieu que lorsque $\omega<\frac{2}{21}(\lambda-\mu)$.

67. Il faudra donc mettre la fraction λ aussi grande et μ aussi petite qu'on pourra, afin que la clarté du microscope à trois verres ne devienne trop petite. Posons donc d'abord $\lambda=1$, auquel cas le champ apparent clair s'évanouit, pendant que le champ apparent entier devient le plus grand, et mettant $\mu=\frac{1}{10}$, l'avantage aura lieu pourvu qu'il soit $\omega<\frac{18}{210}$ ou $\omega<\frac{3}{35}$, soit donc $l=8$, $i=\frac{1}{150}$ et $n=\frac{1}{4}$, et les déterminations du microscope à trois verres seront:

$$a=\frac{32}{15m\omega(5m\omega-9)}, \quad p=\frac{32}{3(5m\omega-9)^2}, \quad x=\frac{4}{15(5m\omega-9)}, \quad t=\frac{88-9ma}{160}, \quad u=\frac{20ma}{88-9ma}$$

$$f = \frac{4(ma+8)}{3(88-9ma)(5m\omega-9)}, \quad q = \frac{16f}{ma+8}, \quad g = \frac{88f}{ma}, \quad r = 40\omega,$$

$$k = \frac{20\omega(ma+8)}{ma}, \quad z = \frac{4a}{ma+8}.$$

68. Posons maintenant $\omega = \frac{1}{20}$, de sorte que la clarté au milieu du champ soit $= \frac{1}{4}$, au delà duquel elle diminue successivement, et le microscope à trois verres est contenu dans les formules suivantes:

$$a = \frac{512}{3m(m-36)}, \quad p = \frac{512}{3(m-36)^2}, \quad x = \frac{16}{15(m-36)}, \quad f = \frac{16(3m-44)}{9(m-36)(11m-588)},$$

$$q = \frac{256}{3(11m-588)}, \quad g = \frac{11(3m-44)}{12(11m-588)}, \quad r = 2, \quad k = \frac{3m-44}{64}, \quad z = \frac{256}{m(3m-44)}.$$

Il faut donc que $m > 53\frac{5}{11}$, d'où résultent les microscopes suivants:

m	a	p	f	q	g	r	k	z
56	0,1524	0,4267	0,3936	3,0476	4,0596	2	1,9375	0,0368
60	0,1185	0,2963	0,1399	1,1852	1,7314	2	2,1250	0,0314
72	0,0658	0,1316	0,0416	0,4183	0,7728	2	2,6875	0,0207

69. Ces microscopes pourront donc être employés, lorsqu'on ne peut pas avoir des objectifs si petits que ceux de deux verres et les simples exigent. Cependant il faut avouer, que le champ apparent devient ici extrêmement petit, et que pour la multiplication de 72, on ferait mieux de se servir des deux verres décrits § 48, et pour la multiplication de 56 de ceux de § 50, puisque le champ apparent y est beaucoup plus grand, quoique la clarté soit un peu plus petite, cet avantage étant détruit par le plus grand nombre des verres. Le même inconvénient arrivera lorsque nous poserons ω moindre que $\frac{1}{20}$.

70. Soit donc $\omega = \frac{1}{30}$, ou la clarté $= \frac{1}{9}$, et les déterminations du microscope seront:

$$a = \frac{192}{m(m-54)}, \quad p = \frac{384}{(m-54)^2}, \quad x = \frac{9}{5(m-54)}, \quad f = \frac{8(m-30)}{(m-54)(11m-810)}, \quad q = \frac{16}{11m-810},$$

$$g = \frac{11(m-30)}{3(11m-810)}, \quad r = \frac{4}{3}, \quad k = \frac{m-30}{36} \quad \text{et} \quad z = \frac{96}{m(m-30)};$$

donc m doit être plus grand que $73\frac{7}{11}$.

Mais si nous posons $m = 75$ ou $m = 80$, nous obtiendrons bien un objectif assez grand, mais tant la clarté que le champ apparent deviennent moindres que si nous employions deux verres. Or si nous prenons $m = 100$, nous ne perdons rien dans la clarté, mais le champ apparent est trop petit, savoir $z = 0{,}013$, pour qu'un tel microscope mérite quelque préférence devant ceux à deux verres.

71. Ce cas que je viens de développer, a encore cet inconvénient que la clarté supposée ne règne qu'au centre du champ apparent; pour y remédier on pourrait mettre $\lambda < 1$, mais alors la distance focale de l'objectif devient d'abord trop petite pour les grandes multiplications, et le champ apparent n'en tire presque aucune augmentation. Voici les déterminations en supposant $\lambda = \frac{1}{2}$ et $\omega = \frac{1}{10}$:

$$a = \frac{32}{15m\omega(5m\omega - 4)}, \quad p = \frac{32}{3(5m\omega - 4)^2}, \quad x = \frac{4}{15(5m\omega - 4)}, \quad f = \frac{8(ma + 8)}{3(12 - ma)(5m\omega - 4)}$$

$$q = \frac{16f}{ma + 8}, \quad g = \frac{48f}{ma}, \quad r = 40\omega, \quad k = \frac{20(ma + 8)\omega}{ma} \quad \text{et} \quad z = \frac{4a}{ma + 8};$$

mais il n'y a aucun avantage sur les microscopes à deux verres.

Troisième Cas.

$$\frac{\alpha}{b} = + t \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{c} = - u.$$

72. Puisque la valeur de m devient négative, nous aurons:

$$m = \frac{tul}{a} \quad \text{et} \quad k = \frac{l}{m}\left(\frac{f}{au} - \frac{gt}{a}\right) = \frac{l}{ma}\left(\frac{f}{u} - gt\right);$$

on suppose donc $f > gtu$, d'où nos formules seront:

$$\pm \frac{na}{z} = 1 + t + \frac{f(u-1)}{gu},$$

$$\pm \frac{na}{z} = t(1-u) + \frac{f(u-1)}{gu} = \frac{u-1}{gu}(f - gtu)$$

et: $$\frac{1}{q} = \frac{1+t}{f} + \frac{u-1}{gu} \quad \text{et} \quad r = \frac{g}{1-u} = \frac{-g}{u-1}.$$

Posons $u < 1$, pour que r soit positif, et nous aurons:

$$\frac{na}{z} = 1 + t - \frac{f(1-u)}{gu},$$

$$\frac{na}{z} = - t(1-u) + \frac{f(1-u)}{gu},$$

d'où nous tirons: $$\frac{2na}{z} = 1 + tu = 1 + \frac{ma}{l} \quad \text{et} \quad z = \frac{2nal}{ma + l}.$$

73. Ensuite nous aurons:

$$1 + 2t - tu - \frac{2f(1-u)}{gu} = o.$$

Or ayant: $\alpha = \frac{ap}{a-p} = \frac{ft}{1+t}$, d'où l'on a $f = \frac{\alpha(1+t)}{t}$ et $g = \frac{2f(1-u)}{u(1+2t-tu)}$,

nous connaissons les valeurs de f et g par celle de t, qui donne aussi $u = \frac{ma}{lt}$. Mais nous avons déjà trouvé:

$$p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill} \quad \text{et} \quad x = \frac{ma\omega}{l}, \quad \text{et puisque} \quad \frac{1}{q} = \frac{1+t}{f} + \frac{u-1}{gu} = \frac{na}{fz};$$

nous en tirons: $$q = \frac{fz}{na} = \frac{2fl}{ma+l} \quad \text{et} \quad r = \frac{2f}{u(1+2t-tu)},$$

puis: $$k = \frac{l}{ma}\left(\frac{f}{u} - gt\right) = \frac{l}{ma} \cdot \frac{nag}{(1-u)z} = \frac{ngl}{m(1-u)z} \quad \text{ou} \quad k = \frac{f(ma+l)}{mau(1+2t-tu)}.$$

74. Mais prenant pour λ et μ des fractions moindres que l'unité, il faut qu'il soit comme ci-dessus:

$$\omega = \frac{2\lambda n a l l (1+t)}{ma(ma+l)} = \frac{2\mu n a l l (1+t)}{ma(l+2lt-ma)},$$

donc:

$$\lambda(l+2lt-ma) = \mu(ma+l),$$

et partant:

$$t = \frac{(\lambda+\mu)ma+(\mu-\lambda)l}{2\lambda l} \quad \text{et} \quad t+1 = \frac{(\lambda+\mu)(ma+l)}{2\lambda l},$$

et de plus:

$$\omega = \frac{nal(\lambda+\mu)}{ma} \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{ma\omega}{(\lambda+\mu)nl}.$$

Or ayant:

$$\alpha = \frac{ap}{a-p} = \frac{mmaa\omega\omega}{ill-mma\omega\omega},$$

on en tire:

$$a = \frac{ill}{m\omega[m\omega+(\lambda+\mu)nl]} \quad \text{et} \quad p = \frac{ill}{[m\omega+(\lambda+\mu)nl]^2}.$$

Cette valeur de p étant donc plus petite que dans le cas précédent, il est clair que nous n'en saurions tirer aucun avantage plus important que ci-dessus.

Quatrième Cas.

$$\frac{\alpha}{b} = -t \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{c} = -u.$$

75. Nos limites seront:

pour B:

$$\frac{fz}{a} \pm \frac{x}{t},$$

pour C:

$$\frac{+gtz}{a} + \frac{fz}{au} \pm \frac{x}{tu},$$

pour D:

$$\frac{ktuz}{a} + \frac{gtz}{a} + \frac{fz}{au} \pm \frac{x}{tu};$$

et puisque cette dernière formule est nécessairement positive, il faut qu'il soit $k = o$, de sorte que les limites pour l'oeil soient:

$$\frac{gtz}{a} + \frac{fz}{au} \pm \frac{x}{tu},$$

et la multiplication $m = \frac{tul}{a}$.

76. Prenant donc ω pour l'indice de la clarté, nous aurons:

$$\frac{x}{tu} = \frac{lx}{ma} = \omega \quad \text{et} \quad x = \frac{ma\omega}{l}, \quad \text{donc} \quad p = \frac{mmaa\omega\omega}{ill} = \frac{a\alpha}{a+\alpha},$$

or:

$$\alpha = \frac{ap}{a-p} = \frac{mmaa\omega\omega}{ill-mma\omega\omega} = \frac{ft}{t-1}, \quad \text{et} \quad \frac{1}{q} = \frac{1-t}{f} + \frac{u-1}{gu} \quad \text{et} \quad r = \frac{g}{1-u}.$$

Cela posé, prenant v pour le demi-diamètre de la prunelle, le demi-diamètre du champ apparent clair est $=\frac{(\nu-\omega)au}{f+gtu}$, et du champ apparent entier $=\frac{(\nu+\omega)au}{f+gtu}$; donc celui du champ apparent moyen sera $=\frac{\nu au}{f+gtu}=\frac{\nu alu}{fl+mag}$.

77. Donc si z est pris pour marquer le demi-diamètre du champ apparent moyen, de sorte que $\frac{z}{a}=\frac{\nu lu}{fl+mag}$, les limites fournissent ces équations:

$$\frac{\nu flu}{fl+mag}=nq \quad \text{et} \quad \nu=\pm nr=\pm\frac{ng}{1-u},$$

selon que le verre oculaire C est ou convexe ou concave. Posons dans ce terme ν au lieu de n, et soit ν une fraction $=\frac{1}{4}$ ou affirmative ou négative, pour avoir $r=\frac{\nu}{\nu}=\pm\frac{4}{10}$ à cause de $\nu=\frac{1}{10}$ et $g=\frac{1-u}{10\nu}$; et on obtiendra:

$$\frac{\nu flu}{10\nu fl+(1-u)ma}=nq \quad \text{ou} \quad \frac{10n}{u}+\frac{(1-u)nma}{\nu flu}=\frac{1-t}{f}-\frac{10\nu}{u},$$

et de-là:
$$f=\frac{\nu ul-ma[\nu+n(1-u)]}{10\nu(n+\nu)l}.$$

78. Mais il faut de plus que dans nos limites les termes $\frac{x}{t}$ et $\frac{x}{tu}$ soient moindres que ceux auxquels ils sont joints, d'où nous tirons ces déterminations:

$$u\omega=\frac{\lambda flu}{10(fl+mag)} \quad \text{et} \quad \omega=\frac{\mu}{10};$$

donc $(\lambda-\mu)fl=\mu mag$, et en substituant les valeurs trouvées de f et g, nous aurons:

$$ma=\frac{(\lambda-\mu)\nu ul}{\lambda(n+\nu)-n(\lambda+\mu)u} \quad \text{ou} \quad u=\frac{\lambda(n+\nu)ma}{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma} \quad \text{et} \quad 1-u=\frac{(\lambda-\mu)\nu l+(\mu n-\lambda\nu)ma}{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma}$$

donc:
$$t=\frac{ma}{ul}=\frac{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma}{\lambda(n+\nu)l} \quad \text{et} \quad t-1=\frac{(\lambda+\mu)nma-(\lambda n+\mu\nu)l}{\lambda(n+\nu)l}.$$

79. De-là nous obtiendrons:

$$r=\frac{1}{10\nu},\quad g=\frac{1}{10\nu}\cdot\frac{(\lambda-\mu)\nu l+(\mu n-\lambda\nu)ma}{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma},\quad f=\frac{\mu ma}{10\nu(\lambda-\mu)l}\cdot\frac{(\lambda-\mu)\nu l+(\mu n-\lambda\nu)ma}{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma},$$

$$nq=\frac{\mu u}{10\lambda} \quad \text{ou} \quad q=\frac{\mu}{10n}\cdot\frac{(n+\nu)ma}{(\lambda-\mu)\nu l+(\lambda+\mu)nma}.$$

Ensuite puisque $\omega=\frac{\mu}{10}$:

$$\frac{\mu\mu mmaa}{100ill-\mu\mu mma}=\frac{\mu ma}{10\nu(\lambda-\mu)l}\cdot\frac{(\lambda-\mu)\nu l+(\mu n-\lambda\nu)ma}{(\lambda+\mu)nma-(\lambda n+\mu\nu)l},$$

$$\text{et} \quad p=\frac{\mu\mu mmaa}{100ill}, \quad \text{et} \quad z=\frac{\nu(n+\nu)(\lambda-\mu)al}{(\lambda-\mu)\nu l+(\mu n-\lambda\nu)ma}.$$

80. Soit maintenant $\nu = n$; et nous aurons:

$$r = \frac{1}{10n}, \qquad g = \frac{1}{10n} \cdot \frac{(\lambda - \mu)(l - ma)}{(\lambda - \mu) l + (\lambda + \mu) ma}, \qquad f = \frac{\mu ma}{10nl} \cdot \frac{l - ma}{(\lambda - \mu) l + (\lambda + \mu) ma},$$

$$q = \frac{\mu}{5n} \cdot \frac{ma}{(\lambda - \mu) l + (\lambda + \mu) ma} \quad \text{et} \quad \frac{\mu ma}{100 ill - \mu\mu mma} = \frac{1}{10nl} \cdot \frac{l - ma}{(\lambda + \mu) ma - (\lambda + \mu) l} = - \frac{1}{10(\lambda + \mu) nl},$$

d'où nous tirons:

$$\mu ma = \frac{100 ill}{\mu m - 10(\lambda + \mu) nl},$$

et partant:

$$p = \frac{100 ill}{[\mu m - 10(\lambda + \mu) nl]^2} \quad \text{et} \quad z = \frac{2nal}{l - ma}.$$

81. Puisque $l = 8$, $i = \frac{1}{150}$ et $n = \frac{1}{4}$, nous aurons:

$$\mu ma = \frac{128}{3[\mu m - 20(\lambda + \mu)]}, \qquad p = \frac{128}{3[\mu m - 20(\lambda + \mu)]^2} \quad \text{et} \quad l - ma = 8 - \frac{128}{3\mu[\mu m - 20(\lambda + \mu)]};$$

donc il faut qu'il soit:

$$\mu > \frac{20(\lambda + \mu)}{\mu} \quad \text{et} \quad 3\mu\mu m - 60(\lambda + \mu)\mu > 16,$$

ou bien:

$$m > \frac{16 + 60(\lambda + \mu)\mu}{3\mu\mu}.$$

Ensuite on aura:

$$f = \frac{\mu ma}{20} \cdot \frac{8 - ma}{8(\lambda - \mu) + (\lambda + \mu) ma}, \qquad q = \frac{4\mu}{5} \cdot \frac{ma}{8(\lambda - \mu) + (\lambda + \mu) ma},$$

$$g = \frac{2}{5} \cdot \frac{(\lambda - \mu)(8 - ma)}{8(\lambda - \mu) + (\lambda + \mu) ma}, \qquad r = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad z = \frac{4a}{8 - ma}.$$

82. Soit $\mu = \frac{1}{2}$ pour que la clarté devienne $= \frac{1}{4}$; et soit $\lambda = 1$, de sorte que cette clarté ne se trouve qu'au centre même du champ, et nous aurons:

$$ma = \frac{512}{3(m - 60)}, \quad \text{ou} \quad a = \frac{512}{3m(m - 60)} \quad \text{et} \quad p = \frac{512}{3(m - 60)^2},$$

$$f = \frac{128(3m - 244)}{45(m - 60)(m + 4)}, \quad q = \frac{256}{15(m + 4)}, \quad g = \frac{2(3m - 244)}{15(m + 4)}, \quad r = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad z = \frac{256}{m(3m - 244)};$$

et on ne saurait employer ce cas, que lorsque la multiplication m est plus grande que $81\frac{1}{3}$.

83. Posons donc $m = 90$, et les déterminations pour le microscope à trois verres seront:

$$a = 0{,}0632, \qquad p = 0{,}1896,$$
$$f = 0{,}0262, \qquad q = 0{,}1816,$$
$$g = 0{,}0369, \qquad r = 0{,}4000$$
$$\text{et} \quad z = 0{,}1094.$$

Ici il est remarquable, qu'une si grande multiplication n'exige pas des verres si extrêmement petits, et que pourtant le champ apparent et la clarté sont encore assez considérables. Or les distances des verres sont si petites, qu'il ne s'en faut pas de beaucoup, quils ne se touchent.

*

84. Mais faisons en sorte, que le champ clair ne s'évanouisse pas entièrement, et posons $\lambda = \frac{1}{2}$ et $\mu = \frac{1}{3}$, pour avoir le champ apparent clair $= \frac{1}{9}$, et les dèterminations pour le microscope à 3 verres seront:

$$ma = \frac{384}{m-50}, \quad a = \frac{384}{m(m-50)} \quad \text{et} \quad p = \frac{384}{(m-50)^2},$$

$$f = \frac{384(m-98)}{10(m-50)(m+190)}, \quad q = \frac{384}{5(m+190)}, \quad g = \frac{2(m-98)}{5(m+190)}, \quad r = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad z = \frac{192}{m(m-98)}$$

où il faut que m soit plus grand que 98. Soit donc $m = 110$ et on aura pour le microscope:

$$a = 0{,}0582, \qquad p = 0{,}1066,$$
$$f = 0{,}0256, \qquad q = 0{,}2560,$$
$$g = 0{,}0160, \qquad r = 0{,}4000$$
$$\text{et} \quad z = 0{,}1454.$$

85. Ce sont donc les seuls microscopes à trois verres, qu'on puisse juger préférables à ceux, qui n'ont que deux ou un verre, et on voit même que si l'on demande une fort grande multiplication, qui surpasse 80 ou 90, il faut recourir à trois verres, attendu que deux verres exigeraient alors un trop petit objectif, ou représenteraient trop obscurément. De là on comprend combien sont défectueux les microscopes composés dont on se sert ordinairement, et que ceux qui les rejettent entièrement, n'ont que trop raison. Il en est des microscopes à peu près comme des télescopes, car comme en ceux-ci, pour produire une grande multiplication, il faut absolument employer un grand objectif, ainsi, pour construire un microscope qui multiplie beaucoup, il faut absolument de très petits verres objectifs. On voit aussi qu'un tel microscope, soit qu'il soit composé de deux ou trois verres, ou même de plusieurs, doit toujours être fort court, en sorte que les verres se touchent presque mutuellement; et les microscopes, qui ont quelque longueur considérable, sont toujours assujettis à des inconvénients, qui en rendent l'usage sans fruit.

Fig. 265. p. 675.

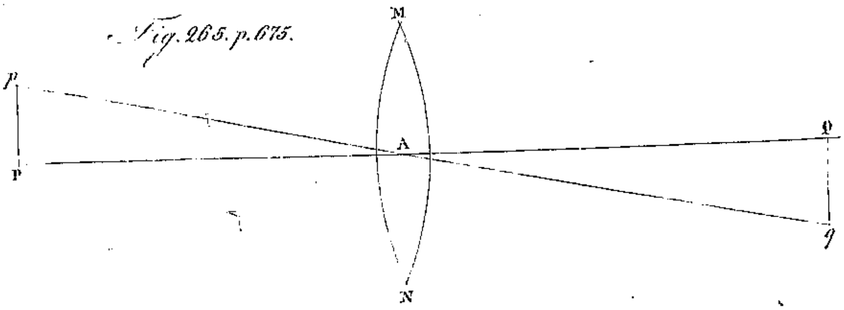

Fig. 267. p. 680.

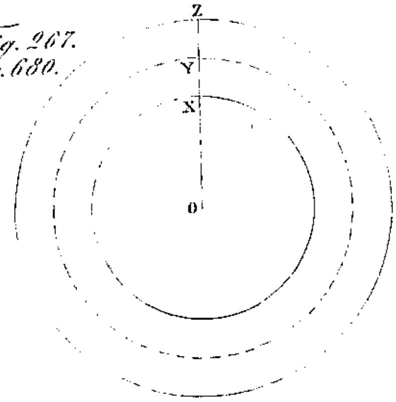

Fig. 266. p. 676.

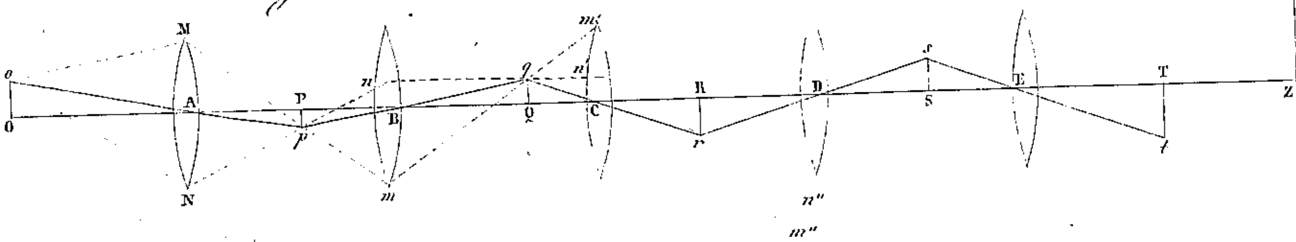

Fig. 268. p. 756.

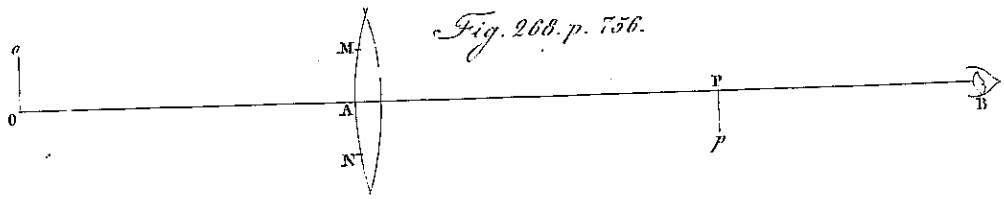

Fig. 269. p. 759.

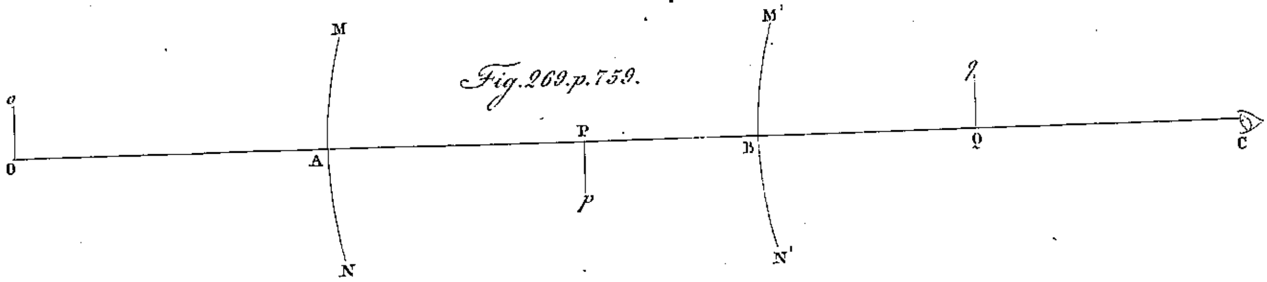

Fig. 270. p. 770.

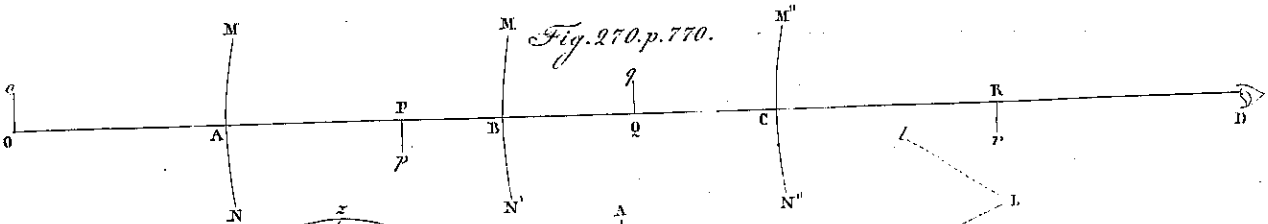

Fig. 271. p. 784.

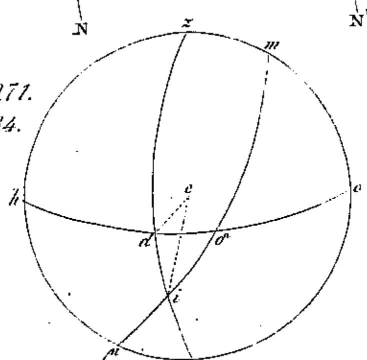

Fig. 272. p. 785.