1783

Determinatio facilis orbitae cometae, cuius transitum per eclipticam bis observare licuit

Leonhard Euler

DETERMINATIO FACILIS ORBITAE COMETAE CVIVS TRANSITVM PER ECLIPTICAM BIS OBSERVARE LICVIT.

Auctore

L. EVLERO.

§. 1.

Quod si eueniat vt cuiuspiam Cometae vterque transitus per planum eclipticae obseruari possit, etiamsi hoc rarissime contingat, tamen iste casus ideo summa attentione dignus est censendus, quod duae tales obseruationes sufficiant, ad orbitam Cometae parabolicam perfecte determinandam, idque methodo directa; ita vt ad nullas approximationes sit confugiendum, dum contra ex aliis obseruationibus motus Cometarum neutiquam methodo directa definiri potest, sed demum post plura tentamina appropinquando erui soleat, atque adeo sperari nequeat, vnquam fore, vt eiusmodi methodus directa detegatur, cuius ope ex aliquibus obseruationibus orbitae Cometarum certo determinari queant.

§. 2. Ponamus igitur eiusmodi Cometam apparere, cuius transitum per eclipticam bis obseruare liceat, ita vt eius latitudo in vtraque obseruatione nulla fuerit deprehensa. His igitur temporibus necesse est vt Cometa in ipsa linea nodorum sit versatus; altero scilicet in nodo ascendente, altero vero in descendente, cuiusmodi igitur duas obseruationes sequenti modo ad calculum reuocemus. Repraesentet tabula planum eclipticae, in quo punctum S sit centrum Solis, ac tempore prioris obseruationis Terra fuerit in puncto T, ponaturque eius distantia a Sole $ST = a$; cometa autem apparuerit in directione T Z, atque innotescet angulus S T Z, quem vocemus $= \alpha$. Cum igitur cometa nullam habuerit latitudinem, necesse est vt alicubi in ipsa linea T Z haeserit, cuius locum ponamus fuisse in puncto Z, eritque recta ex Sole ducta S Z ☊ linea nodorum, siue intersectio orbitae Cometae cum ecliptica, cuius positio cum etiamnunc sit incognita, vocemus angulum $TS☊ = \Phi$, quae adeo erit vnica incognita, quam in calculum introduci necesse est. Hinc igitur erit angulus externus $TZ☊ = \alpha + \Phi$, vnde cum habeatur distantia $ST = a$, reperietur distantia Cometae a Sole $SZ = \frac{a \sin. \alpha}{\sin. (\alpha + \Phi)}$.

Tab. X. Fig. 1.

§. 3. Iam elapso tempore $= \Theta$, quod exprimamus per motum medium Solis interea percursum, ita vt Θ designet certum quendam angulum, cuius mensura sit arcus ipse Θ in circulo cuius radius $= 1$, dum huius circuli tota peripheria 2π repraesentat quantitatem vnius anni, cometa iterum in ipsa ecliptica sine latitudine obseruetur; interea autem Terra progressa sit per angulum $TST' = \theta$; cometa vero apparuerit in directione $T'Z'$, existente angulo $ST'Z' = \alpha'$. Necesse igitur est vt hoc tempore Cometa

meta verſatus ſit in linea nodorum ☊ S retro S ☋ continuata, atque adeo in ipſo puncto Z'. Cum igitur ſit angulus $T' S Z' = 180° - \Phi - \theta$, erit angulus externus $T' Z'$ ☋ $= 180° + \alpha' - \Phi - \theta$, ideoque ipſe angulus $T' Z' S = \Phi + \theta - \alpha'$. Poſita igitur diſtantia $S T' = a'$, fiat

$$\text{ſin.}\,(\Phi + \theta - \alpha') : a' = \text{ſin.}\,\alpha' : S Z',$$

vnde colligitur diſtantia $S Z' = \frac{a' \,\text{ſin.}\,\alpha'}{\text{ſin.}\,(\Phi + \theta - \alpha')}$. Sic itaque nacti ſumus duas Cometae a Sole diſtantias, ſcilicet

$$S Z = \frac{a \,\text{ſin.}\,\alpha}{\text{ſin.}\,(\alpha + \Phi)} \quad \text{et} \quad S Z' = \frac{a' \,\text{ſin.}\,\alpha'}{\text{ſin.}\,(\Phi + \theta - \alpha')}$$

quae adeo in directum ſibi ſunt oppoſitae, ita vt anomalia vera inter haec duo loca interiecta ſit 180°.

§. 4. Referat nunc tabula planum ipſius orbitae cometae, in quo ſit S centrum Solis et recta ☊ ☋ interſectio orbitae cometae cum plano eclipticae, in qua ſint puncta Z et Z' bina illa loca Cometae obſeruata. Hic autem ponamus diſtantias $S Z = f$ et $S Z' = g$, ita vt ſit — Tab. X. Fig. 2.

$$f = \frac{a \,\text{ſin.}\,\alpha}{\text{ſin.}\,(\alpha + \Phi)} \quad \text{et} \quad g = \frac{a' \,\text{ſin.}\,\alpha'}{\text{ſin.}\,(\Phi + \theta - \alpha')},$$

in quibus formulis vnica ineſt quantitas incognita, ſcilicet angulus Φ. Praeterea vero nouimus, cometam de loco Z perueniſſe in locum Z', elapſo tempore $= \Theta$. Sit igitur parabola $Z \Pi Z'$ orbita a cometa interea deſcripta, cuius axis ſit recta ΠS, ideoque Π eius perihelium, cuius diſtantia a Sole ponatur $S \Pi = p$, ideoque ſemiparameter orbitae $= 2p$; tum vero vocemus angulum $\Pi S Z = \psi$, eritque angulus $\Pi S Z' = 180° - \psi$. Hinc iam ex natura parabolae erit

$$S Z = f = \frac{2p}{1 + \text{coſ.}\,\psi} = \frac{p}{\text{coſ.}\,\frac{1}{2}\psi^2}$$

$$SZ' = g = \frac{2p}{1 - \operatorname{cof.} \psi} = \frac{p}{\operatorname{fin.} \frac{1}{2} \psi^2}$$

ex quibus aequationibus tam diſtantia p quam angulus ψ facile determinabuntur, ſiquidem quantitates f et g vt cognitae ſpectentur.

§. 5. Cum igitur ex priore aequatione ſit cof. $\frac{1}{2}\psi^2 = \frac{p}{f}$, ex poſteriore vero ſin. $\frac{1}{2}\psi^2 = \frac{p}{g}$, his additis ſit $\frac{p}{f} + \frac{p}{g} = 1$, ita vt ſit $p = \frac{fg}{f+g}$; quo valore inuento erit cof. $\frac{1}{2}\psi^2 = \frac{g}{f+g}$ et ſin. $\frac{1}{2}\psi^2 = \frac{f}{f+g}$; vnde colligitur tang. $\frac{1}{2}\psi = \sqrt{\frac{f}{g}}$ et ſin. $\psi = \frac{2\sqrt{fg}}{f+g}$. Dummodo igitur binae diſtantiae f et g fuerint cognitae, orbita parabolica Cometae perfecte erit determinata. Verum quia ipſae diſtantiae f et g adhuc incognitam, ſcilicet angulum Φ, inuoluunt, inſuper indigemus vna aequatione, cuius ope etiam hanc incognitam determinare liceat.

§. 6. Iſtam autem nouam aequationem nobis ſuppeditat conſideratio temporis Θ, quo Cometa de loco Z per Π vsque ad Z' peruenit, quandoquidem huic tempori area a Cometa interea deſcripta eſt proportionalis. Quod ſi enim haec area ponatur $Z \Pi Z' = S$, ac diſtantia Terrae a Sole media deſignetur littera c, quia huius orbitae ſemiparameter eſt $= 2p$, ex theoria motus planetarum conſtat fore $S = \frac{1}{2} \Theta c \sqrt{2cp}$; quamobrem tantum opus erit vt in quantitatem huius areae inquiramus.

§. 7. Quoniam poſuimus angulum $\Pi S Z = \psi$, vocemus tantiſper diſtantiam $SZ = z$, et quia ex natura para-

5

parabolae est $z = \frac{p}{\operatorname{cos}. \frac{1}{2} \psi^2}$, quaeramus primo aream Π S Z, quam designemus per Σ, ita vt sit $d\Sigma = \frac{1}{2} z z d \psi$, eritque

$$d\Sigma = \frac{\frac{1}{2} p p d \psi}{\operatorname{cos}. \frac{1}{2} \psi^4}.$$

Ad hanc formulam integrandam statuamus $\operatorname{tang}. \frac{1}{2} \psi = t$, eritque

$$\operatorname{fin}. \tfrac{1}{2} \psi = \tfrac{t}{\sqrt{(1+tt)}} \text{ et } \operatorname{cos}. \tfrac{1}{2} \psi = \tfrac{1}{\sqrt{(1+tt)}};$$

et $\frac{1}{2} d \psi = \frac{dt}{1+tt}$, ideoque habebimus

$$d\Sigma = pp. \frac{dt}{(1+tt) \operatorname{cos}. \frac{1}{2} \psi^4} = pp\, dt\, (1+tt),$$

vnde integrando nanciscimur aream $\Sigma = pp t + \frac{1}{3} pp t^3$, existente scilicet $t = \operatorname{tang}. \frac{1}{2} \psi$.

§. 8. Hinc autem facile deriuatur altera area Π S Z′, quam vocemus $= \Sigma'$, si modo in formula praecedente loco ψ scribamus $180^\circ - \psi$, ideoque loco $\frac{1}{2} \psi$ scribendum erit $90^\circ - \frac{1}{2} \psi$, cuius tangens cum sit $\operatorname{cot}. \frac{1}{2} \psi = \frac{1}{t}$, statim reperitur area ista $\Sigma' = \frac{pp}{t} + \frac{pp}{3 t^3}$. His igitur duabus areis iungendis colligitur tota area

$$Z \Pi Z' = S = \Sigma + \Sigma' = \tfrac{pp}{3 t^3} (tt + 1)^3.$$

Cum igitur sit $S = \frac{pp}{3} \left(\frac{tt+1}{t}\right)^3$, angulum ψ iterum introducendo erit

$$S = \frac{pp}{3} \left(\frac{1}{\operatorname{fin}. \frac{1}{2} \psi \operatorname{cos}. \frac{1}{2} \psi}\right)^3 \text{ fiue}$$

$$S = \tfrac{pp}{3}. \left(\tfrac{2}{\operatorname{fin}. \psi}\right)^3 = \tfrac{8pp}{3 \operatorname{fin}. \psi^3}.$$

§. 9. Hac igitur area S inuenta relatio ſupra memorata inter tempus et hanc aream nobis ſuppeditat hanc aequationem:

$$\frac{8pp}{3\,\text{ſin.}\,\psi^3} = \tfrac{1}{2}\Theta c \sqrt{2cp},$$

quae diuiſa per $\sqrt{p}$ fit

$$\frac{8p\sqrt{p}}{3\,\text{ſin.}\,\psi^3} = \tfrac{1}{2}\Theta c \sqrt{2c}, \text{ ſiue}$$

$$\frac{8p\sqrt{p}}{\text{ſin.}\,\psi^3} = \tfrac{3}{2}\Theta c \sqrt{2c},$$

vnde radicem cubicam extrahendo prodit

$$\frac{2\sqrt{p}}{\text{ſin.}\,\psi} = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}\Theta c \sqrt{2c}}.$$

Supra autem vidimus eſſe

$$p = \frac{fg}{f+g} \text{ et ſin. } \psi = \frac{2\sqrt{fg}}{f+g}, \text{ vnde fit } \frac{2\sqrt{p}}{\text{ſin.}\,\psi} = \sqrt{(f+g)},$$

ita vt deducti ſimus ad hanc aequationem:

$$\sqrt{(f+g)} = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}\Theta c \sqrt{2c}}$$

ſumtisque quadratis erit $f+g = c\sqrt[3]{\tfrac{9}{2}\Theta\Theta}$. Subſtituamus igitur loco f et g valores ſupra inuentos, et habebimus hanc aequationem:

$$\frac{a\,\text{ſin.}\,\alpha}{\text{ſin.}\,(\alpha+\Phi)} + \frac{a'\,\text{ſin.}\,\alpha'}{\text{ſin.}\,(\Phi+\theta-\alpha')} = c\sqrt[3]{\tfrac{9}{2}\Theta\Theta}$$

in qua cum vnica ſuperſit incognita, ſcilicet angulus Φ, totum negotium huc eſt perductum, vt ex hac aequatione valor anguli Φ eliciatur, quod quomodo commodiſſime praeſtari poſſit in ſequentibus oſtendemus.

§. 10. Quo reſolutionem huius aequationis facilius ſuſcipere queamus, eam ſub hac forma repraeſentemus:

$$\frac{A}{\text{ſin.}\,(\omega-\gamma)} + \frac{B}{\text{ſin.}\,(\omega+\gamma)} = C,$$

ita

ita vt sit

$$A = a \sin.\alpha, \quad B = a' \sin.\alpha', \quad C = c \sqrt[3]{\tfrac{9}{2}\Theta\Theta};$$

tum vero

$$\omega - \gamma = \alpha + \Phi \text{ et } \omega + \gamma = \Phi + \theta - \alpha'$$

hincque

$$2\omega = \alpha + 2\Phi + \theta - \alpha' \text{ et } 2\gamma = \theta - \alpha - \alpha'$$

qui ergo posterior angulus prorsus est cognitus, cum sit $\gamma = \frac{\theta - \alpha - \alpha'}{2}$; at vero angulus incognitus erit $\omega = \frac{\alpha + 2\Phi + \theta - \alpha'}{2}$, ita vt si determinatus fuerit angulus ω, tum futurus sit angulus quaesitus $\Phi = \omega + \frac{\alpha' - \alpha - \theta}{2}$. Nunc igitur pro angulo ω inueniendo aequatio nostra a fractionibus liberata erit

$$A \sin.(\omega + \gamma) + B \sin.(\omega - \gamma) = C \sin.(\omega + \gamma) \sin.(\omega - \gamma)$$

quae porro euoluta praebet

$$\left.\begin{array}{l} A \sin.\omega \cos.\gamma + A \cos.\omega \sin.\gamma \\ + B \sin.\omega \cos.\gamma - B \cos.\omega \sin.\gamma \end{array}\right\} = C (\sin.\omega^2 \cos.\gamma^2 - \cos.\omega^2 \sin.\gamma^2)$$

ex qua angulum ω definiri oportet. Quem in finem si poneremus $\sin.\omega = s$, tum foret $\cos.\omega = \sqrt{(1 - ss)}$; atque hanc aequationem, vt ab irrationalitate liberetur, denuo quadrari oporteret. Hanc autem operationem sequenti modo euitare poterimus.

§. 11. Scilicet quo haec aequatio statim rationalis reddatur, statuatur $\tang.\frac{1}{2}\omega = x$, eritque $\sin.\frac{1}{2}\omega = \frac{x}{\sqrt{(1 + xx)}}$ et $\cos.\frac{1}{2}\omega = \frac{1}{\sqrt{(1 + xx)}}$, vnde porro fit

$$\sin.\omega = \frac{2x}{1 + xx} \text{ et } \cos.\omega = \frac{1 - xx}{1 + xx},$$

quibus valoribus substitutis aequatio nostra erit

$$\frac{2x\,\text{cof.}\,\gamma}{1+xx}(A+B)+\frac{(1-xx)\,\text{fin.}\,\gamma}{1+xx}(A-B)$$
$$=C\,\frac{(4xx\,\text{cof.}\,\gamma^2-(1-xx)^2\,\text{fin.}\,\gamma^2)}{(1+xx)^2}.$$

Ponatur igitur porro breuitatis gratia $(A+B)\,\text{cof.}\,\gamma=F$ et $(A-B)\,\text{fin.}\,\gamma=G$ et multiplicando per $(1+xx)^2$ aequatio noftra refoluenda erit

$$2Fx(1+xx)+G(1-x^4)$$
$$=C(4xx\,\text{cof.}\,\gamma^2-(1-xx)^2\,\text{fin.}\,\gamma^2),$$

quae euoluta reducitur ad hanc aequationem quarti gradus:

$$(G-C\,\text{fin.}\,\gamma^2)\,x^4-2Fx^3+2Cxx(1+\text{cof.}\,\gamma^2)$$
$$-2Fx-C\,\text{fin.}\,\gamma^2-G=0,$$

ex qua, fi forte duas vel omnes adeo radices habeat reales, totidem orientur folutiones noftri problematis, quarum quae reuera locum habeat facile definietur, fi infuper tertia quaepiam obferuatio in fubfidium vocetur, vnde fimul inclinatio orbitae ad eclipticam innotefcet.

§. 12. Ex qualibet autem radice huius aequationis inuenta x ftatim colligitur angulus ω, cum fit $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega=x$, tum vero ex cognito angulo ω deriuabitur angulus

$$\Phi=\omega+\frac{\alpha'-\alpha-\theta}{2}$$

ex quo cognofcetur vera pofitio lineae nodorum, cum fit angulus ☊ $ST=\Phi$. Deinde vero ex cognito angulo Φ vtraque diftantia Cometae a Sole definietur, cum fit

$$SZ=f=\frac{a\,\text{fin.}\,\alpha}{\text{fin.}\,(\alpha+\Phi)}\ \text{et}\ SZ'=g=\frac{a'\,\text{fin.}\,\alpha'}{\text{fin.}\,(\Phi+\theta-\alpha')},$$

fiue $f=\frac{A}{\text{fin.}\,(\omega-\gamma)}$ et $g=\frac{B}{\text{fin.}\,(\omega+\gamma)}$, exiftente $\gamma=\frac{\theta-\alpha-\alpha'}{2}$, quibus inuentis habebitur diftantia perihelii a fole

$$S\Pi=p=\frac{fg}{f+g},$$

atque fimul cognofcetur angulus $\Pi SZ=\psi$, cum fit tang.

tang. $\frac{1}{2}\psi = \sqrt{\frac{f}{g}}$. Sic igitur tota Cometae orbita perfecte erit determinata, et nihil aliud restat, nisi vt eius inclinatio ad eclipticam assignetur, id quod ex qualibet alia obseruatione vbi Cometae latitudo fuerit obseruata, facile praestabitur.

§. 13. Quin etiam ex iis, quae iam sunt allata, tempus, quo Cometa per perihelium Π transierit, haud difficulter assignari poterit. Si enim tempus, quo cometa ex loco Z in perihelium peruenerit, ponatur $= T$, quoniam supra inuenimus aream Π S Z $= \Sigma = pp(t + \frac{1}{3}t^3)$, existente $t =$ tang. $\frac{1}{2}\psi = \sqrt{\frac{f}{g}}$, erit per relationem inter aream et tempus $\Sigma = \frac{1}{2}Tc\sqrt{2cp}$, vnde tempus istud quaesitum erit

$$T = \frac{2\Sigma}{c\sqrt{2cp}} = \frac{2p\sqrt{p}(t + \frac{1}{3}t^3)}{c\sqrt{2c}}.$$

Cum igitur sit $p = \frac{fg}{f+g}$ et $t = \sqrt{\frac{f}{g}}$, his valoribus substitutis reperietur tempus quaesitum

$$T = \frac{2ff(g + \frac{1}{3}f)}{(f+g)^{\frac{3}{2}}c\sqrt{2c}}$$

siue cum sit $f + g = c\sqrt[3]{\frac{9}{2}\Theta\Theta}$, ideoque

$$(f+g)^{\frac{3}{2}} = c\sqrt{c}.\frac{3\Theta}{\sqrt{2}}, \text{ erit } T = \frac{2ff(g + \frac{1}{3}f)}{3c^2\Theta},$$

sicque tempus transitus per perihelium erit cognitum, si modo per x iusta radix aequationis illius quarti gradus fuerit assumta, id quod aliae obseruationes in subsidium vocatae mox decident.

§. 14. Maxime notatu digna est aequatio, ad quam sumus perducti, quae erat $f+g=c\sqrt[3]{\frac{9}{2}\Theta\Theta}$, propterea quod $f+g$ exprimit distantiam punctorum Z et Z', hoc est duorum locorum Cometae in sua orbita, quae ex Sole visa sibi sunt opposita, quare cum quaelibet recta per Solem ducta vicem lineae nodorum gerere possit, ex solo tempore, quo Cometa ex vno termino huius rectae ad alterum defertur, quantitas huius rectae, siue distantia inter bina illa loca sibi opposita absolute assignari potest, id quod operae pretium erit sequenti theoremate complecti.

Theorema generale.
pro motu Cometarum in orbitis parabolicis.

Tab. X. Fig. 3. §. 25. Si Cometa in orbita parabolica quacunque F Π G circa Solem, in eius foco S positum, circumferatur, atque innotescat tempus, quo Cometa ex loco quocunque F in eius oppositum G fuerit delatus, ex eo quantitas huius rectae F G absolute assignari potest. Ex tabulis enim solaribus excerpatur motus medius Solis illi tempori respondens, qui cum detur in signis, gradibus et minutis, ponatur $=$ N gradibus; tum fiat vt $360° : N =$ tota peripheria circuli 2π ad Θ, ita vt sit $\Theta=\frac{2\pi N°}{360°}$. Tum autem si distantia media Solis a Terra ponatur $=c$, distantia illorum duorum locorum F et G, siue recta F G semper aequabitur huic formulae: $c\sqrt[3]{\frac{9}{2}\Theta\Theta}$. Ex quo intelligitur, cubum huius rectae F G semper proportionalem esse quadrato temporis, quo Cometa ex F in G peruenerit.

§. 16.

§. 16. Cum autem aequatio vltima quarti gradus, ad quam pertigimus, plures habere queat radices x, videamus quomodo ex iis eam, quae reuera locum habet, dignoſcere valeamus. Hunc in finem in ſubſidium vocemus tertiam quandam obſeruationem, qua tam longitudo quam latitudo cometae fuerit determinata, atque pro hoc tempore ex orbita iam cognita quaeratur locus cometae in ſua orbita, qui ſit V, ita vt pro hoc tempore innotescat tam diſtantia Cometae a Sole SV, quam angulus ſeu argumentum latitudinis ☊ SV. Ponatur igitur diſtantia $SV = v$ et angulus ille ☊ $SV = \eta$. Tab. X. Fig. 2.

§. 17. Nunc igitur in plano eclipticae iterum ſit recta S☊ linea nodorum cometae, ac pro tempore tertiae obſeruationis verſetur Terra in t, ſitque diſtantia $St = b$. Sit iam verus cometae locus in z, vnde ad planum eclipticae demittatur perpendiculum zx ductisque rectis txu et tz, quia tam longitudinem quam latitudinem cometae obſeruatam eſſe aſſumimus, hinc innoteſcent anguli Stu et tuz. Ac ſi ducta intelligatur recta Sz, etiam cognitus erit angulus ☊ $Sz = \eta$, cum ipſa diſtantiae $Sz = v$. Vnde ſi ex puncto x ad lineam nodorum ducatur normalis xp, iungaturque recta pz, erit $pz = v$ ſin. η et $Sp = v$ coſ. η, hincque innoteſcet ipſum punctum x, ideoque et recta tx hincque porro perpendiculum zx, ex quo definietur inclinatio orbitae cometae, ſiue angulus xpz. Simul vero patet, ſi calculus hoc modo inſtituatur, non ſolum inueniri poſſe inclinationem orbitae ad eclipticam, ſed etiam facile iudicari poſſe, vtrum determinationes ex theoria deductae, ſcilicet diſtantia v cum angulo η, congruant cum quantitatibus per obſeruationem datis nec ne. Fig. 4.

§. 18. Quod quo clarius appareat, ad ſequentia momenta attendatur. 1) Ex triangulo S t u, in quo dantur omnes anguli cum latere S t, dabuntur latera S u et t u. 2) Ex diſtantia S z cum angulo ☊ S z dabuntur rectae S p et p z, poſtquam ſcilicet ex loco cometae z ad lineam nodorum ducta eſt perpendicularis z p. 3) Hinc igitur conſtabit interuallum u p, ideoque, ducta in plano eclipticae ex puncto p normali ad lineam nodorum p x rectae t u occurrente in puncto x, ex interuallo u p et angulo t u p definietur tam interuallum p x quam u x, quo oblato a recta t u remanebit interuallum t x. 4) Porro ex obſeruata latitudine ſeu angulo x t z concluditur eleuatio cometae ſupra eclipticam, ſcilicet recta x z, ita vt iam determinata ſint tria latera trianguli rectanguli z p x; quamobrem ſi deprehendatur fore reuera $zp^2 = px^2 + xz^2$, id ſignum erit iuſtam radicem aequationis illius quarti gradus eſſe aſſumtam; ſin autem haec aequalitas non locum inueniat, alia radix illius aequationis conſiderari calculusque ſimili modo inſtitui debebit. Poſtquam autem vera radix fuerit inuenta, ita vt ſit $pz^2 = px^2 + xz^2$, tum angulus z p x dabit inclinationem orbitae cometae ad eclipticam. Hoc igitur modo iis caſibus, quibus cuiuspiam cometae ambos tranſitus per eclipticam obſeruare licuit, eius vera orbita parabolica abſolute ſine tentamine vel approximatione determinari poterit.

DE