1783

De vi fluminis ad naves sursum trahendas applicanda

Leonhard Euler

DE VI FLVMINIS AD NAVES SVRSVM TRAHENDAS APPLICANDA.

Auctore

L. EVLERO.

§. 1.

Naui, quae aduersis fluuii cursum, in directione aV protrahi debet, applicetur vtrinque rota, palmulis, vti Aa, instructa, quae impetum aquae, secundum directionem Va impingentis, excipiant, ita vt vtraque rota ab hac vi circumagatur circa axem C, ambas rotas iungentem, qui idem axis intus in naui gerat cylindrum, cuius radius sit CR, circa quem funis OR circumuoluatur. Funis autem in O obici fixo sit alligatus. Quibus ita paratis manifestum est, dum rotae ab incurrente aqua in gyrum aguntur, cum iisque simul cylindrus, tum totam nauem a fune OR protrahi versus O debere, propterea quod longitudo funis OR, dum cylindro circumuoluitur, continuo fit breuior, hocque modo nauis versus O accedere cogitur. Tab. IV. Fig. 4.

§. 2. Tali igitur machina instructa, examinemus quanta celeritate nauis contra cursum fluminis sit ascensura.

ra. Hunc in finem ponatur primo celeritas fluuii secundum directionem V $a = c$; 2°. sit celeritas, qua punctum palmulae a circa axem C in directione $a\,\alpha$ mouetur $= u$; 3°. vero sit v celeritas, qua nauis contra cursum fluminis promouetur. Praeterea vero vocetur radius rotae C $a = a$ et radius cylindri C R $= r$; hinc ergo celeritas, qua punctum R circa axem C gyratur, erit $\frac{ru}{a}$; quare cum longitudo funis O R hac ipsa celeritate curtetur, euidens est, fore celeritatem nauis $v = \frac{ru}{a}$, vnde ergo fit $u = \frac{av}{r}$.

§. 3. Vt nunc ipsam vim, qua aqua in palmulam impingit, rite determinemus, spectemus punctum a tanquam centrum palmulae; at $b\,b$ exprimat superficiem vtriusque palmulae simul impetum aquae excipientis. Hic scilicet ambas palmulas, quae vtrinque vim fluuii sustinent, iunctim consideramus; deinde hic quidem istas palmulas in situ verticali contemplamur, ita vt impulsio aquae in eas sit perpendicularis; quoniam vero mox in situm obliquum detruduntur, vis aquae impellens vtique diminuetur; sed quia sequens palmula B b aquae immergitur, illa iactura hoc modo quasi compensatur, ita vt sine notabili errore impulsionem aquae ita definire liceat, quasi fluuius normaliter in superficiem $= b\,b$ impingeret.

§. 4. Cum igitur superficies plana $= b\,b$ impetum fluuii excipiat, eiusque vis proportionalis sit quadrato celeritatis relatiuae, qua aqua superficiem ferit, euidens est, si superficies $b\,b$ quiesceret, tum fluuium in eam incurrere celeritate sua $= c$. At vero ipsae palmulae motu suo fugiunt quasi impetum aquae celeritate $= u$, ita

ita vt aqua tantum excessu illius celeritatis super hanc, hoc est celeritate $c - u$ incurrere sit censenda. Hoc modo res se haberet si nauis quiesceret, quia vero ea celeritate $= v$ contra fluuium mouetur, palmulae quoque tanta celeritate aduersus fluuium assurgunt, vnde vera celeritas impulsionis erit $c - u + v$. Sicque vis impulsus erit vt $bb(c - u + v)^2$.

§ 5. Quo nunc istam vim ad mensuras absolutas reuocemus, denotent litterae c, u et v spatia, quae his celeritatibus vno minuto secundo percurri possent, at vero sit g altitudo, per quam grauia uno minuto secundo delabuntur; hisque constitutis notum est, vim illam, quam quaerimus, aequalem esse ponderi massae aqueae, cuius volumen $= \frac{bb(c - u + v)^2}{4g}$, hanc ergo vim designemus littera P, ita vt sit

$$P = bb(c - u + v)^2.$$

Quoniam igitur iam supra inuenimus $u = \frac{av}{r}$, hoc valore substituto erit

$$P = \frac{bb(cr - v(a - r))^2}{4grr}.$$

§. 6. Inuenta iam hac vi, qua palmulae in puncto a secundum directionem $a\alpha$ vrgentur, consideremus vim, qua funis OR tenditur, quae sit $= Q$, ac manifestum est hanc vim Q in R applicatam aequilibrari debere cum vi P in a applicata, id quod euenit quando momenta harum virum respectu axis C inter se aequantur. Hinc igitur adipiscimur istam aequationem: $Pa = Qr$, ita vt sit tensio funis $Q = \frac{Pa}{r}$.

 §. 7.

§. 7. Praeter has autem duas vires P et Q praecipue adhuc considerari debet resistentia, quam nauis in motu suo patitur, quamque designemus littera R. Haec autem vis etiam proportionalis est quadrato celeritatis, qua aqua in nauem incurrit; vnde quia celeritas fluuii est $= c$, nauis autem in directione contraria mouetur celeritate $= v$, erit celeritas relatiua $c + v$, ideoque resistentia huius quadrato proportionalis. Quod autem ad nauis figuram attinet, denotet ff superficiem planam, quae eandem resistentiam patiatur, quam ipsa nauis, siquidem aqua directe incurrat, quam superficiem vocari liceat resistentiam nauis absolutam, qua cognita tota resistentia R aequabitur ponderi massae aequeae, cuius volumen $= \frac{ff(c+v)^2}{4g}$, ita vt sit $R = \frac{ff(c+v)^2}{4g}$.

§. 8. Iam ex his tribus viribus P, Q, R, quibus nauis sollicitatur, eius motum verum determinare poterimus. Primo autem nauis sursum pellitur a tensione funis Q; tum vero non solum vis resistentiae R in plagam contrariam vrget, sed etiam vis P, quam palmulae in directione $a\alpha$ sustinent, quamobrem si motus nauis iam ad vniformitatem fuerit perductus, id quod mox a primo initio fieri solet, necesse est, vt illae vires se mutuo in aequilibrio teneant, ideoque habebitur istae aequatio: $Q = P + R$.

§. 9. Quoniam igitur iam supra inuenimus $Q = \frac{Pa}{r}$, haec aequatio induet hanc formam: $\frac{P(a-r)}{r} = R$, quare si loco P et R valores supra inuenti substituantur, aequatio resultabit ista:

$$\frac{(a-r)bb(cr-v(a-r))^2}{r^3} = ff(c+v)^2.$$

Quod

Quod si iam ex hac aequatione radicem quadratam extrahamus, colligitur:

$$\frac{b((cr - v(a-r)}{r} \sqrt{\frac{a-r}{r}} = f(c+v), \text{ siue}$$
$$b\left(c - v\frac{(a-r)}{r}\right)\sqrt{\frac{a-r}{r}} = f(c+v)$$

ex qua ergo aequatione celeritas nauis v innotescit.

§. 10. Pendet igitur ista nauis celeritas v a sequentibus elementis: 1°. a celeritate fluuii $= c$; 2°. a superficie palmularum, impetum aquae in rota excipientium, quam supposuimus $= bb$; 3°. a resistentia nauis absoluta quam per superficiem $= ff$ indicauimus; et 4° a ratione, quam radii rotarum $Ca = a$ ad radium cylindri $CR = r$ tenent. Neutra enim harum duarum quantitatum a et r absolute in calculum ingreditur, sed tantum relatio, quam inter se tenent.

§. 11. Quo igitur nostram aequationem simpliciorem reddamus, statuamus $\frac{a-r}{r} = nn$, vt sit $\frac{r}{a} = \frac{1}{nn+1}$, tum autem nostra aequatio erit $b(c - nnv)n = f(c+v)$, ex qua aequatione colligimus $v = \frac{c(nb-f)}{n^3 b + f}$; vnde patet, hanc celeritatem v tantum a ratione, quae inter quantitates b et f intercedit, pendere. Ita si ponamus $\frac{f}{b} = \lambda$, erit

$$v = \frac{c(n-\lambda)}{n^3+\lambda}, \text{ siue } \frac{v}{c} = \frac{n-\lambda}{n^3+\lambda}.$$

Ex qua aequatione statim intelligitur, nauem ascendere plane non posse, nisi fuerit $n > \lambda$, siue $nn > \lambda\lambda$. Erat autem $nn = \frac{a-r}{r}$ et $\lambda\lambda = \frac{ff}{bb}$, quamobrem ante omnia necesse est sit $\frac{a-r}{r} > \frac{ff}{bb}$, ex qua conditione radius cylindri r ita definitur, vt sit $r < \frac{abb}{bb+ff}$.

§. 12. Cum igitur esse debeat $n > \lambda$, hic imprimis quaeritur, quantus valor numero n tribui debeat, vt celeritas nauis v euadat maxima; quemadmodum enim ea euanescit casu $n = \lambda$, etiam manifesto euanescit sumendo $n = \infty$, quo casu radius cylindri r euanesceret. Dabitur ergo certus valor pro numero n, quo ista fractio: $\frac{n-\lambda}{n^3+\lambda}$ omnium maximum valorem adipiscitur. Ad hunc igitur valorem inueniendum differentiale istius fractionis, ex variabilitate numeri n oriundum, nihilo aequale statuatur, vnde sequens emerget aequatio: $2 n^3 = \lambda (3 n n + 1)$, vnde ergo pro quouis valore λ per resolutionem aequationis cubicae maxime idoneus valor numeri n erui poterit.

§. 13. Neque vero opus est ad resolutionem aequationis cubicae confugere: Eodem enim iure, quo litteram λ tanquam datam spectamus, possumus ipsam quantitatem n, quasi data esset, spectare, tum autem facillime λ definietur; erit scilicet $\lambda = \frac{2 n^3}{3 n n + 1}$. Hinc igitur, constituta pro lubitu ratione inter a et r, seu inter radios rotae et cylindri, vnde fit $n = \sqrt{\frac{a-r}{r}}$, valor ipsius λ dabit rationem $\frac{f}{b}$, vnde colligitur $b b = \frac{ff}{\lambda\lambda}$, ideoque superficies palmularum ad maximum effectum producendum requisita.

§. 14. Quod si vero sumamus $\lambda = \frac{2 n^3}{3 n n + 1}$, ipsa celeritas, qua nauis contra flumen ascendit, satis simpliciter exprimetur, namque ob $n - \lambda = \frac{n(n n + 1)}{3 n n + 1}$ et

$$n^3 + \lambda = \frac{3 n^3 (n n + 1)}{3 n n + 1}, \text{ fiet } v = \frac{c}{3 n n}.$$

Erit igitur $v = \frac{c}{3 n n}$ maxima celeritas, quae naui imprimi poterit, dum palmulis rotarum tanta superficies tribuitur, quan-

quantam pro bb inuenimus, scilicet $bb = \frac{ff}{\lambda\lambda}$. Vnde intelligitur, quo celerius nauem promoueri desideremus, eo minorem numerum pro n assumi debere; tum autem numerus λ eo minor resultat; hinc autem porro superficies palmularum bb eo maior prodit. Vnde sequitur, quod quidem per se est perspicuum, quo magis palmulae rotarum amplificantur, eo maiorem celeritatem naui imprimi posse. Maxima autem celeritas quouis casu obtinebitur, si inter radios rotae et cylindri ea ratio stabiliatur, quam numerus n postulat, scilicet vt sit $r = \frac{a}{nn+1}$.

§. 15. Quo igitur quouis casu facilius istum effectum maxime lucrosum diiudicare valeamus, sequentem tabulam computemus, quae pro pluribus valoribus numeri n respondentes valores numeri λ exhibeat. Pro v autem successiue sumamus valores $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, 3 etc. semisse vnitatis crescentes, vsque ad decem, id quod sufficit, cum ex valore $n = 10$ pro nauis celeritate v tantum pars trecentesima celeritatis fluuii obtineatur; tam exiguus autem effectus vix attendi meretur.

n	$l\,\lambda$	λ	$\frac{r}{a}$	$\frac{v}{c}$
$\frac{1}{2}$	9,1549020	$0,14285 = \frac{1}{7}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$
1	9,6989700	$0,50000 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{3}{2}$	9,9400021	$0,87097 = \frac{27}{31}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{4}{27}$
2	0,0901766	$1,23077 = \frac{16}{13}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{5}{2}$	0,1992829	$1,58228 = \frac{125}{79}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{4}{75}$
3	0,2852358	$1,92857 = \frac{27}{14}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{27}$
$\frac{7}{2}$	0,3563172	$2,27153 = \frac{343}{151}$	$\frac{4}{53}$	$\frac{4}{147}$
4	0,4170139	$2,61224 = \frac{128}{49}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{48}$

n	$l\lambda$	λ	$\frac{r}{a}$	$\frac{v}{c}$
$\frac{9}{2}$	0,4700305	$2,95142 = \frac{729}{247}$	$\frac{4}{85}$	$\frac{4}{243}$
5	0,5171264	$3,28947 = \frac{125}{38}$	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{75}$
$\frac{11}{2}$	0,5595220	$3,62670 = \frac{1331}{367}$	$\frac{4}{125}$	$\frac{4}{363}$
6	0,5980572	$3,96330 = \frac{432}{109}$	$\frac{1}{37}$	$\frac{1}{108}$
$\frac{13}{2}$	0,6334092	$4,29942 = \frac{2197}{511}$	$\frac{4}{173}$	$\frac{4}{507}$
7	0,6660624	$4,63514 = \frac{343}{74}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{147}$
$\frac{15}{2}$	0,6964040	$4,97054 = \frac{3375}{679}$	$\frac{4}{229}$	$\frac{4}{675}$
8	0,7247427	$5,30570 = \frac{1024}{193}$	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{192}$
$\frac{17}{2}$	0,7513286	$5,64064 = \frac{4913}{871}$	$\frac{4}{293}$	$\frac{4}{867}$
9	0,7763677	$5,97541 = \frac{729}{122}$	$\frac{1}{82}$	$\frac{1}{243}$
$\frac{19}{2}$	0,8000313	$6,31003 = \frac{6859}{1087}$	$\frac{4}{365}$	$\frac{4}{1083}$
10	0,8224635	$6,64452 = \frac{2000}{301}$	$\frac{1}{101}$	$\frac{1}{300}$

§. 16. Ex hac iam tabula conficiatur alia, ad vſum practicum imprimis accommodata, cuius prima columna exhibeat planitiem palmularum bb, quae ſimul impetum aquae excipiat. Exprimetur autem ea per ſuperficiem ff, reſiſtentiam nauis metientem, eritque $bb = \frac{ff}{\lambda\lambda}$. Secunda columna referat radium cylindri $CR = r$ ad radium rotae $Ca = a$ relatum, vbi erit $r = \frac{a}{nn+1}$. Tertia columna exhibeat celeritatem v, qua nauis actu contra fluuium aſſurgit: ea exprimetur per celeritatem ipſius fluminis c, eritque $v = \frac{c}{3nn}$. Quarta denique columna exhibeat celeritatem u, qua palmulae rotae in gyrum mouentur; pro qua eſt

$$u = \frac{av}{r} = \frac{nn+1}{3nn} \cdot c = \frac{1}{3}c + v,$$

ita vt tantum opus ſit tertiam partem ipſius c ad v inſuper addere. Omnes autem iſtos valores in fractionibus decimalibus exprimamus.

$b\,b$

bb	r	v	u
49,000. ff	0,800. a	1,333. c	1,667. c
4,000. ff	0,500. a	0,333. c	0,667. c
1,318. ff	0,308. a	0,148. c	0,481. c
0,660. ff	0,200. a	0,083. c	0,417. c
0,399. ff	0,138. a	0,053. c	0,387. c
0,269. ff	0,100. a	0,037. c	0,371. c
0,194. ff	0,075. a	0,027. c	0,361. c
0,146. ff	0,058. a	0,021. c	0,354. c
0,115. ff	0,047. a	0,017. c	0,349. c
0,092. ff	0,038. a	0,014. c	0,347. c
0,076. ff	0,032. a	0,011. c	0,344. c
0,064. ff	0,027. a	0,009. c	0,342. c
0,054. ff	0,023. a	0,008. c	0,341. c
0,046. ff	0,020. a	0,007. c	0,340. c
0,040. ff	0,018. a	0,006. c	0,339. c
0,035. ff	0,016. a	0,005. c	0,338. c
0,031. ff	0,014. a	0,004. c	0,337. c
0,028. ff	0,012. a	0,004. c	0,337. c
0,025. ff	0,011. a	0,003. c	0,336. c
0,023. ff	0,009. a	0,003. c	0,336. c

§. 17. Vt vſum huius tabulae exemplo illuſtremus, ponamus palmulas rotarum tantas eſſe, vt earum ſuperficies bb ſit pars tertia reſiſtentiae abſolutae ff, ſiue $bb = 0,333 ff$ cum quo numero in prima columna proxime conueniunt numeri 0,399 et 0,269 ideoque medium inter iis tenet. Hinc ex ſecunda columna fiet circiter $r = 0,119\,a$, ſiue radius cylindri nonae parti radii rotae aequalis capi debebit. Tum autem nauis contra curſum fluminis promouebiuebitur celeritate 0,0460, siue aequabitur circiter parti vigesimae secundae celeritatis fluminis; celeritas autem rotae circa medium palmularum erit quasi $= 0,379\ c$ siue aliquanto maior erit quam tertia pars celeritatis fluuii.

§. 18. Quod autem ad vsum practicum huiusmodi machinarum attinet, merito dubitamus, an vnquam consultum esse possit, talem machinam adhibere. Cum enim eius apparatus haud exiguos sumtus requirat, plerumque praestabit operas hominum adhibere, quandoquidem naues iis carere nequevnt, praecipue cum tantus effectus a satis mediocri hominum numero obtineri possit. Interim tamen problema in se spectatum vtique dignum videri debet, vt eius solutio per principia mechanica euolueretur.

Supplementum, in quo totus nauis motus determinatur.

§. 19. Maneant omnes determinationes vti supra sunt factae, nisi quod iam v sit quantitas variabilis, ac celeritatem post tempus t minutorum secundorum acquisitam denotet. Deinde tensio funis Q nunc ante explorari debet quam motus explorari potest. Praeterea nunc in computum duci debent 1°.) Massa seu pondus totius nauis, quae sit $= N$, per volumen aequae aequiponderans exprimendum; 2°.) Pro motu gyratorio nosse oportet momentum inertiae rotarum circa axem gyrantium, quod sit $M\,kk$.

§. 20.

§. 20. Cum iam quaestio versetur circa duplicem motum, alterum progressiuum, quo tota nauis contra cursum fluminis progreditur, cuius celeritas $= v$, alterum vero gyratorium, cuius celeritas angularis $= \frac{v}{r}$: pro priore vis acceleratrix erit $\frac{Q - P - R}{N}$, ipsa autem acceleratio $= \frac{d v}{2 g d t}$, vnde haec oritur aequatio:

$$\frac{N d v}{2 g d t} = Q - P - R.$$

Pro motu autem gyratorio, posita breuitatis gratia distantia $a = m r$, momentum virium accelerantium erit $\frac{P m r - Q r}{M k k}$, acceleratio autem huius motus, ob celeritatem angularem $= \frac{v}{r}$, erit $\frac{d v}{2 g r d t}$; vnde nascitur ista aequatio:

$$\frac{M k k d v}{2 g d t} = (m P - Q) r r.$$

Quod si iam ista aequatio per praecedentem diuidatur, orietur ista: $\frac{M k k}{N r r} = \frac{m P - Q}{P - Q - R}$, ex qua aequatione tensio funis Q, hactenus incognita, determinari potest.

§. 21. Hunc in finem ponamus breuitatis ergo $\frac{M k k}{N r r} = \alpha$, vt habeamus $m P - Q = \alpha (Q - P - R)$, vnde deducimus $Q = \frac{(\alpha + m) P + \alpha R}{\alpha + 1}$. Hinc fit

$$Q - P - R = \frac{(m - 1) P - R}{\alpha + 1},$$

qui valor in prima aequatione substitutus praebebit hanc:

$$\frac{N d v}{2 g d t} = \frac{(m - 1) P - R}{\alpha + 1},$$

vnde iam elementum temporis commode ita definitur:

$$\frac{2 g d t}{N (\alpha + 1)} = \frac{d v}{(m - 1) P - R}.$$

§. 22. Substituamus nunc loco virium P et R valores iam ante inuentos, qui erant

$$P = \frac{(c - (m - 1) v^2) bb}{4g} \text{ et } R = \frac{(c + v)^2 ff}{4g},$$

vnde aequatio praecedens induet hanc formam:

$$\frac{dt}{2N(\alpha + 1)} = \frac{dv}{(m - 1) bb (c - (m - 1) v)^2 - (c + v)^2 ff}.$$

Quo iam haec aequatio commodior reddatur, ſtatuamus

$$m - 1 = nn \text{ et } f = \lambda b, \text{ vt fiat}$$

$$\frac{bb\,dt}{2N(\alpha + 1)} = \frac{dv}{nn(c - nn\,v)^2 - \lambda\lambda(c + v)^2}.$$

§. 23. Quia igitur denominator hic eſt differentia duorum quadratorum, iſta formula reſolui poterit in duas partes, quae ſint

$$\frac{bb\,dt}{2N(\alpha + 1)} = \frac{A\,dv}{(n + \lambda)c - (n^3 - \lambda)v} + \frac{B\,dv}{(n - \lambda)c - (n^3 + \lambda)v},$$

vnde calculo ſubducto reperitur

$$A = \frac{-(n^3 - \lambda)}{2\lambda nc(1 + nn)} \text{ et } B = \frac{n^3 + \lambda}{2\lambda nc(1 + nn)},$$

vnde patet, vtramque formulam ſimpliciter ad logarithmum deduci; vnde integrale, ita ſumtum, vt euaneſcat poſito $v = 0$, erit

$$\frac{\lambda n(1 + nn) bbc}{(\alpha + 1) N} t = l\frac{(n + \lambda)c - (n^3 - \lambda)v}{(n - \lambda)c - (n^3 + \lambda)v} - l\frac{n + \lambda}{n - \lambda}.$$

Hinc patet, demum poſt tempus infinite magnum fieri $v = \frac{(n - \lambda)c}{n^3 + \lambda}$, quae erat celeritas iam ad ſtatum vniformitatis reducta.

§. 24. Hic igitur operae pretium erit caſum accuratius euoluere, quo celeritas ad vniformitatem reducta fit maxima, pro quo ſupra inuenimus $2n^3 = \lambda(1 + 3nn)$. Quamobrem in aequatione noſtra inuenta loco λ valorem hinc natum ſcribamus $\lambda = \frac{2n^3}{1 + 3nn}$, vnde fit

$$n + \lambda = \frac{n + 5n^3}{1 + 3nn};\quad n - \lambda = \frac{n + n^3}{1 + 3nn};$$

$$n^3 - \lambda = \frac{3n^5 - n^3}{1 + 3nn};\quad n^3 + \lambda = \frac{3n^3(1 + nn)}{1 + 3nn};$$

quibus

quibus fubftitutis aequatio tranfit in hac formam:

$$\frac{\lambda n(1+nn)bbc}{(\alpha+1)N}t = l\frac{(1+5nn)c-nn(3nn-1)v}{(1+nn)(c-3nnv)} - l\frac{1+5nn}{1+nn}.$$

§. 25. Quo hinc facilius celeritatem v pro quovis tempore t obtineamus, ponamus

$$\frac{\lambda n(1+nn)bbc}{(\alpha+1)N} = \Delta$$

fitque $e^{\Delta t} = T$, ita vt ex t hinc facile affignetur T, tum autem erit:

$$T = \frac{(1+5nn)c-nn(3nn-1)v}{(1+5nn)(c-3nnv)},$$

vnde fit

$$\frac{v}{c} = \frac{(1+5nn)(T-1)}{3Tnn(1+5nn)-nn(3nn-1)},$$

quae expreffio pro initio, vbi $t=0$ et $T=1$, manifefto euanefcit.

§. 26. Ponamus tempus infinitum iam effe elapfum, feu effe $T=\infty$, hincque orietur vt ante $\frac{v}{c} = \frac{1}{3nn}$. Vt autem inueftigemus, quam cito celeritas v ad hunc valorem proxime propinquat, confideremus cafum, quo $\Delta = 1$ et $T = e^{t}$, vnde ob $e = 2,71828$ poft 7 minuta fecunda valor ipfius T circiter ad 1000 exfurgit. Hinc patet, elapfis $7''$ celeritatem v nulla amplius incrementa capere, hocque adeo multo citius eueniet, fi fuerit $\Delta > 1$, contra autem tardius, fi $\Delta < 1$.

§. 27. Denique adhuc notetur fractionis $\frac{c}{v}$ valorem fequenti modo fatis concinne exhiberi poffe:

$$\frac{c}{v} = \frac{4nn(1+3nn)}{(T-1)(1+5nn)}.$$