



1780

# Réflexions sur les inégalités dans le mouvement de la terre, causées par l'action de Venus

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

## Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Réflexions sur les inégalités dans le mouvement de la terre, causées par l'action de Venus" (1780). *Euler Archive - All Works*. 511.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/511>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact [mgibney@pacific.edu](mailto:mgibney@pacific.edu).

RÉFLEXIONS  
 SUR LES INÉGALITÉS  
 DANS LE MOUVEMENT DE LA TERRE,  
 CAUSÉES PAR L'ACTION DE  
 VENUS

par  
 Mr. L. EULER.

**P**our déterminer les dérangemens dans le mouvement des Planètes, qui sont causés par leur action mutuelle, on se sert ordinairement de la méthode, que j'ai employé le premier, si je ne me trompe, dans mes recherches sur les irrégularités, qu'on observe dans le mouvement de Saturne. Or cette méthode ne sçauroit réussir, à moins qu'on ne trouve moyen de transformer une telle formule irrationnelle:  $(1 \pm n \cos. \Phi)^{-\frac{1}{2}}$  dans une série convergente, dont les trois premiers termes expriment déjà assez exactement la juste valeur; ce qui n'a aucune difficulté dans tous les cas, où la lettre  $n$  marque une fraction très petite, puisque alors les trois premiers termes de cette série:  $1 \pm \frac{1}{2} n \cos. \Phi + \frac{15}{8} n n \cos. \Phi^2$  ne sçauroient s'écarter sensiblement de la vérité. Mais quand la valeur

*Acta Acad. Imp. Sc. Tom. II. P. I.* P p de

de  $n$  devient plus considérable & qu'elle approche même de l'unité: alors il est clair, que ces mêmes trois termes pourront bien énormément s'écarter de la valeur de la formule, & que les termes suivans, qu'on néglige, pourront causer une erreur très considérable.

Or cette formule entre très essentiellement dans le calcul; vu qu'elle renferme l'effet de l'action, que les deux Planètes exercent l'une sur l'autre. Pour montrer cela plus clairement, soient  $P$  &  $Q$  les deux Planètes, le Soleil étant supposé en repos en  $S$ , & nommant les distances  $SP = p$  &  $SQ = q$  & l'angle au Soleil  $PSQ = \Phi$ , la distance entre les Planètes sera  $\sqrt{pp + qq - 2pq \cos. \Phi}$ , au quarré de la quelle l'action des Planètes est réciproquement proportionnelle, qui sera donc comme  $\frac{A}{pp + qq - 2pq \cos. \Phi}$ ; mais la décomposition de cette force, que l'application aux principes du mouvement exige, conduit à des formules, divisées par le cube de cette distance  $PQ$ , dont la forme sera par conséquent

$$\frac{S}{(pp + qq - 2pq \cos. \Phi)^{\frac{3}{2}}}$$

ou bien  $S (pp + qq - 2pq \cos. \Phi)^{-\frac{3}{2}}$ , qui se réduit à la forme mentionnée, en supposant

$$pp + qq = SS \quad \& \quad \frac{2pq}{pp + qq} = n.$$

De là on voit, que la valeur de la lettre  $n$  dépend du rapport des distances  $p$  &  $q$ , dont les deux Planètes sont éloignées du Soleil, & qu'elle ne sçauroit être une petite fraction, à moins que l'une de ces deux distances ne soit plusi-

plusieurs fois plus grande que l'autre. Ainsi dans le cas ou Jupiter est supposé en P & Saturne en Q on a

$$p = 52029 \text{ \& } q = 95418$$

ou bien à peu près  $p : q = 5 : 9$ , d'où résulte la valeur de  $n = \frac{45}{58}$ , dont la proximité de l'unité est sans doute la raison, pourquoi tous les efforts de la Théorie ont jusqu'ici si peu réussi.

Or cet inconvénient devient encore beaucoup plus considérable lorsqu'on veut déterminer l'effet de l'action mutuelle de la Terre & de Venus; car supposant Venus en P & la Terre en Q, on aura les distances moyennes  $p = 72340$  &  $q = 100000$ , d'où l'on tire  $n = 0,94979$ . Cette valeur approche déjà tant de l'unité, que la résolution mentionnée ci-dessus doit s'écarter très énormément de la vérité. Car supposant

$$(1 - n \cos \Phi)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{3}{2} n \cos \Phi + \frac{15}{8} n^2 \cos^2 \Phi,$$

on aura pour la conjonction, où l'angle  $\Phi = 0$

$$(1 - n)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{3}{2} n + \frac{15}{8} n n.$$

Or on trouve la vraie valeur de la formule

$$(1 - n)^{-\frac{3}{2}} = 88,882$$

& la somme des trois termes ne donne que

$$1 + \frac{3}{2} n + \frac{15}{8} n n = 4,116.$$

Cette différence est sans doute extravagante. Considérons aussi le cas des oppositions, où  $\Phi = 180^\circ$ , & qu'on suppose

$$(1 + n)^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2} n + \frac{15}{8} n n;$$

or le premier membre de cette équation produit

$$(1 + n)^{-\frac{3}{2}} = 0,367$$

PP 2

&

& les trois termes de l'autre membre donnent

$$1 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}nn = 1, 268.$$

D'où il est clair, qu'en employant cette méthode on risquera de se tromper très grossièrement.

Pour remédier à ce grand défaut je doute fort qu'on puisse découvrir une autre méthode, que celle, que j'ai exposée dans le Volume XVI des nouveaux Commentaires de l'Académie, où j'ai formé le plan de poursuivre quasi pas à pas les deux Planètes dans leur mouvement & de déterminer pour chaque petit intervalle de tems l'effet, que l'action de Venus doit produire dans le mouvement de la Terre; & nôtre habile Astronome, Mr. *Lexell*, a bien voulu se charger de son exécution, en faisant tous les calculs laborieux & pénibles, qu'il exigeoit, et qui lui ont fourni la table, qu'on y trouve ajoutée, pour la correction, à employer dans le lieu de la Terre, pour chaque situation par rapport à Venus. Or comme l'effet est toujours proportionnel à la masse de Venus, nous l'avons supposée égale à celle de la Terre, de sorte qu'en cas qu'elle fut ou plus grande ou plus petite, on n'auroit qu'à changer les nombres de la Table dans la même proportion.

On trouve aussi une telle correction dans les tables solaires de feu Mr. de la *Caille*, que je présume être calculée suivant la méthode ordinaire, dont je viens de démontrer l'insuffisance. Je me propose de comparer plus soigneusement cette table avec celle que Mr. *Lexell* a construite sur les véritables principes. Ce qui est d'autant plus facile, que l'une & l'autre se rapporte au même argument, qu'on trouve, en soustrayant la longitude

## Table des Corrections Du Lieu de la Terre

tant suivant la Table de Mr. de la Caille que suivant  
les vrais principes.

### Argument.

Longitude héliocentrique de ♀ — Longitude de ♂.

	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
	La Caille.	Vraye.	La Caille.	Vraye.	La Caille.	Vraye.	La Caille.	Vraye.	La Caille.	Vraye.	La Caille.	Vraye.	
0	0, 0	0,0	5, 6	13,8	0, 9	21,6	9, 4	20,6	15, 1	13,0	11, 4	4, 4	30
1	0, 3	0,5	5, 6	14,2	0, 6	21,7	9, 7	20,4	15, 1	12,7	11, 1	4, 1	29
2	0, 6	1,0	5, 6	14,6	0, 3	21,8	10, 0	20,2	15, 2	12,4	10, 8	3, 9	28
3	0, 9	1,5	5, 6	15,0	+	21,9	10, 3	20,0	15, 2	12,1	10, 5	3, 7	27
4	1, 2	2,0	5, 5	15,4	0, 5	22,0	10, 6	19,8	15, 2	11,8	10, 3	3, 5	26
5	1, 4	2,4	5, 5	15,7	0, 8	22,1	10, 8	19,6	15, 2	11,5	10, 0	3, 3	25
6	1, 7	2,9	5, 4	16,1	1, 1	22,2	11, 1	19,4	15, 1	11,2	9, 7	3, 1	24
7	1, 9	3,4	5, 4	16,5	1, 4	22,2	11, 4	19,2	15, 1	10,9	9, 3	2, 9	23
8	2, 2	3,9	5, 3	16,8	1, 8	22,3	11, 7	19,0	15, 1	10,6	8, 9	2, 7	22
9	2, 4	4,4	5, 2	17,1	2, 2	22,3	11, 9	18,8	15, 0	10,3	8, 6	2, 5	21
10	2, 7	4,8	5, 1	17,4	2, 6	22,3	12, 2	18,5	15, 0	10,0	8, 3	2, 3	20
11	2, 9	5,3	5, 0	17,8	2, 9	22,3	12, 4	18,3	14, 9	9,7	7, 9	2, 1	19
12	3, 1	5,8	4, 9	18,1	3, 2	22,3	12, 7	18,1	14, 9	9,4	7, 5	1, 9	18
13	3, 3	6,3	4, 8	18,4	3, 6	22,3	12, 9	17,9	14, 8	9,1	7, 1	1, 7	17
14	3, 5	6,8	4, 6	18,7	3, 9	22,2	13, 2	17,6	14, 7	8,8	6, 7	1, 6	16
15	3, 7	7,3	4, 5	18,9	4, 3	22,2	13, 4	17,3	14, 5	8,5	6, 4	1, 5	15
16	3, 9	7,8	4, 3	19,2	4, 6	22,2	13, 6	17,1	14, 4	8,2	6, 0	1, 3	14
17	4, 1	8,3	4, 1	19,5	4, 9	22,1	13, 8	16,8	14, 3	7,9	5, 6	1, 1	13
18	4, 3	8,8	3, 9	19,7	5, 3	22,1	13, 9	16,5	14, 2	7,6	5, 2	1, 0	12
19	4, 5	9,2	3, 6	19,9	5, 7	22,0	14, 1	16,2	14, 1	7,3	4, 8	0, 9	11
20	4, 7	9,6	3, 4	20,1	6, 1	21,9	14, 2	15,9	13, 9	7,0	4, 4	0, 8	10
21	4, 8	10,1	3, 2	20,3	6, 5	21,8	14, 3	15,7	13, 7	6,7	3, 9	0, 6	9
22	4, 9	10,6	2, 9	20,5	6, 8	21,7	14, 4	15,4	13, 5	6,4	3, 5	0, 5	8
23	5, 0	11,0	2, 7	20,7	7, 2	21,6	14, 5	15,1	13, 3	6,1	3, 1	0, 4	7
24	5, 1	11,4	2, 5	20,9	7, 5	21,5	14, 6	14,8	13, 0	5,9	2, 7	0, 3	6
25	5, 2	11,8	2, 2	21,0	7, 9	21,3	14, 7	14,5	12, 8	5,7	2, 3	0, 2	5
26	5, 3	12,2	1, 9	21,2	8, 2	21,2	14, 8	14,2	12, 5	5,4	1, 8	0, 2	4
27	5, 4	12,6	1, 7	21,3	8, 5	21,1	14, 9	13,9	12, 3	5,1	1, 4	0, 1	3
28	5, 5	13,0	1, 4	21,4	8, 8	21,0	15, 0	13,6	12, 0	4,8	1, 0	0, 1	2
29	5, 5	13,4	1, 1	21,5	9, 1	20,8	15, 1	13,3	11, 7	4,6	0, 5	0, 0	1
30	5, 6	13,8	0, 9	21,6	9, 4	20,6	15, 1	13,0	11, 4	4,4	0, 0	0, 0	0

+ +  
La Caille. Vraye.  
XI.

+ +  
La Caille. Vraye.  
X.

- +  
La Caille. Vraye.  
IX.

- +  
La Caille. Vraye.  
VIII.

- +  
La Caille. Vraye.  
VII.

- +  
La Caille. Vraye.  
VI.

gitude moyenne de la Terre, vuë du Soleil, de la longitude héliocentrique moyenne de Venus. La table ci-jointe peut servir à faciliter cette comparaison entre les deux tables des corrections mentionnées, & en la considérant plus attentivement elles nous fournit les réflexions suivantes.

I. Designons d'abord l'argument de cette Table par la lettre  $\Phi$ , qui marque comme ci-dessus l'angle au Soleil compris entre les lieux de la Terre & de Venus, & on, voit d'abord, que tant pour  $\Phi = 0$  que  $\Phi = VI$  signes l'une & l'autre équation évanouit. Ensuite on voit que la plus grande équation de nos tables est plus grande que celle de Mr. de la Caille; mais ce n'est pas au défaut de la Théorie qu'il faut attribuer cette différence, qui provient uniquement de l'estime de la masse de Venus, que j'ai supposée égale à la Terre; fondé sur la véritable paralaxe du Soleil de  $8''$ , pendant que Mr. Clairaut, sur la Théorie duquel les Tables de Mr. de la Caille sont fondées, l'a supposée de  $10''$ ; d'où le volume de Venus se conclut environ deux tiers de la Terre, ce qui est très bien d'accord avec les valeurs de la plus grande équation, qui dans ma table monte à 22, 3 & dans la Table de Mr. de la Caille à 15, 2. Nous avons supposé ici l'un & l'autre, que les masses sont en raison des volumes; donc si, comme le grand Newton a soutenu, la densité des Planètes est plus grande dans celles qui sont les plus proches du Soleil, il faudroit encore augmenter la plus grande équation.

II. En partant de la conjonction, où  $\Phi = 0$ , les équations de notre table augmentent beaucoup plus que dans celle de Mr. de la Caille, & cette augmentation s'étend

aussi beaucoup plus loin, puisque dans notre table elles croissent jusqu'à  $\Phi = 2^{\circ}. 8^{\circ}$ , pendant que dans celle de *la Caille* l'équation atteint la plus grande valeur à  $\Phi = 30^{\circ}$ . Cette différence provient ouvertement de la fausseté de la Théorie, puisque on y suppose l'action de Venus sur la Terre environ 20 fois plus petite, qu'elle n'est effectivement comme nous avons observé ci-dessus. Donc puisque cette action est en effet tant de fois plus grande, il s'ensuit nécessairement que son effet doit être beaucoup plus grand & qu'il se doit aussi étendre plus loin.

III. Le contraire arrive après les oppositions, où  $\Phi > VI^{\circ}$ . où la véritable action de Venus est presque quatre fois plus petite que la fautive Theorie la suppose, comme nous avons déjà remarqué ci-dessus. Il faut donc aussi que dans notre table les équations croissent plus faiblement que dans la Table de *Mr. de la Caille*, & en regardant notre table de comparaison, on voit qu'elles diffèrent réellement de la même manière comme nous venons d'observer.

IV. Ensuite il se trouve aussi une grande différence entre les endroits répondans aux plus grandes équations, qui sont, après les conjonctions, selon les tables de *Mr. de la Caille*, à  $\Phi = 30^{\circ}$ . & dans ma table à  $\Phi = 2^{\circ}. 8^{\circ}$ . & après l'opposition, selon les premières à  $\Phi = 7^{\circ}. 25^{\circ}$ . & selon la mienne à  $\Phi = 9^{\circ}. 17^{\circ}$ . Or la plus grande différence se trouve dans la marche de ces équations; puisque dans la table construite sur les vrais principes les équations conservent le même signe depuis la conjonction jusqu'à l'opposition, pendant que dans les tables de *Mr. de la Caille* elles changent de signe à  $\Phi = 2^{\circ}. 3^{\circ}$ .

V.



V. Remarquons aussi les endroits, où la différence entre les deux Tables devient la plus grande, ce qui arrive à  $\Phi = 3^{\circ}. 12'$ . où elle monte à  $30, 8''$ . Donc si pour une telle situation on calcule le lieu de la Terre selon les tables de la Caille, on se trompera de plus du  $30''$ ; & partant on ne doit pas être surpris, quand Mr. de la Caille avoue lui-même, que ses tables peuvent quelques fois différer des observations d'autant de secondes; & peut-être feront-elles les mêmes cas, où sa table des perturbations de Venus diffère si énormément de la vérité, parce que depuis  $\Phi = 2^{\circ}$ . jusqu'à  $\Phi = 4^{\circ}. 22'$ . c'est à dire pendant un intervalle de  $82'$ . la différence entre les deux tables monte au de là de  $20''$ .

VI. Puisque Mr. de la Caille dit avoir calculé cette table sur les formules de feu Mr. Clairaut, il sera aisé de retrouver ces formules des équations mêmes de la Table, vu qu'il est certain que cette formule doit avoir une telle forme:  $\alpha \sin. \Phi + \beta \sin. 2 \Phi + \gamma \sin. 3 \Phi + \&c.$  Car on n'a qu'à tirer de cette formule les équations pour quelques situations principales, que nous ajouterons ici dans cette table, en marquant les équations, qui en résultent, par les lettres A, B, C, D, &c.

$$\begin{array}{l}
 3^{\circ}. - | A = \alpha - \gamma \\
 2. - | B = \frac{\alpha \sqrt{3}}{2} + \frac{\beta \sqrt{3}}{2} - \frac{\delta \sqrt{3}}{2} \\
 4. - | C = \frac{\alpha \sqrt{3}}{2} - \frac{\beta \sqrt{3}}{2} + \frac{\delta \sqrt{3}}{2} \\
 1. 15^{\circ} | D = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} + \beta + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \\
 4. 15 | E = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} - \beta + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \\
 1. - | F = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta \sqrt{3}}{2} + \gamma + \frac{\delta \sqrt{3}}{2} \\
 5. - | G = \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta \sqrt{3}}{2} + \gamma - \frac{\delta \sqrt{3}}{2}
 \end{array}$$

De

De ces équations nous déduisons les combinaifons fuyvantes :

$$B + C = \alpha \sqrt{3} \ \& \ B - C = \beta \sqrt{3} - \delta \sqrt{3},$$

$$D + E = \alpha \sqrt{2} + \gamma \sqrt{2} \ \& \ D - E = 2\beta,$$

$$F + G = \alpha + 2\gamma \ \& \ F - G = \beta \sqrt{3} + \delta \sqrt{3}.$$

Appliquons maintenant ces formules à la table de Mr. *de la Caille*, & nous aurons :

$$A = 9,4, \ B = -0,9, \ C = 15,1, \ D = -4,5,$$

$$E = 14,5, \ F = -5,6, \ G = 11,4.$$

De là on tire

$$A = \alpha - \gamma = 9,4$$

$$B + C = \alpha \sqrt{3} = 14,2$$

$$B - C = \beta \sqrt{3} - \delta \sqrt{3} = -16,0$$

$$D + E = \alpha \sqrt{2} + \gamma \sqrt{2} = 10,0$$

$$D - E = 2\beta = -19,0$$

$$F + G = \alpha + 2\gamma = 5,8$$

$$F - G = \beta \sqrt{3} + \delta \sqrt{3} = -17,0$$

& de ces équations on tire  $\alpha = 8,2$ ,  $\beta = -9,5$ ,  $\gamma = -1,2$ ,  $\delta = -0,3$ . Voilà donc la formule de Mr. *Clairaut*, fur laquelle l'Abé *de la Caille* a calculé fa Table, qui donne pour chaque argument  $\Phi$  l'équation Venérienne  $8,2 \text{ fin. } \Phi - 9,5 \text{ fin. } 2\Phi - 1,2 \text{ fin. } 3\Phi - 0,3 \text{ fin. } 4\Phi$ .

VII. Quelque fauffe que foit cette formule elle a pourtant depuis été adoptée de presque tous les Astronomes, vu qu'on trouve la même table dans tous les recueils de tables astronomiques qui ont été publiés depuis ce temps, & même la trouve t-on, à quelques arrangemens de la forme près, dans les tables lunaires de feu Mr. *Mayer*, publiées à Londres, qu'on regarde comme les plus exactes.

Or

Or après les remarques, que j'ai rapportées ici, on ne sçauroit plus douter, qu'en se servant de ces tables, on ne se trompe très souvent de 20 à 30 secondes, ce qui doit avoir une influence très essentielle dans les tables lunaires, où la détermination du vrai lieu de la Lune suppose toujours celle du Soleil, & partant cette observation doit être de la dernière importance dans le grand Problème de la Longitude.

VIII. Comme nôtre table n'a été calculée sur aucune formule semblable: mais qu'elle renferme le résultat de toutes les actions élémentaires ajoutées ensemble il n'est gueres probable, qu'on puisse trouver une formule, qui représente exactement toutes les équations de cette table. Cependant il ne sera pas difficile de déterminer les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , enforte que la formule répond au moins à peu près à la vérité.

Faisons un essai la dessus & nous aurons pour les positions principales indiquées ci-dessus les valeurs suivantes:  $A = -20,6$ ,  $B = -21,6$ ,  $C = -13,0$ ,  $D = -18,9$ ,  $E = -8,5$ ,  $F = -13,8$ ,  $G = -4,4$ . De là on tire les égalités suivantes: 1°.  $\alpha - \gamma = -20,6$ ; 2°.  $\alpha \sqrt{3} = -34,6$ ; 3°.  $(\beta - \delta) \sqrt{3} = -8,6$ ; 4°.  $(\alpha + \gamma) \sqrt{2} = -27,4$ ; 5°.  $2\beta = -10,4$ ; 6°.  $\alpha + 2\gamma = -18,2$ ; 7°.  $(\beta + \delta) \sqrt{3} = -9,4$ ; d'où l'on tire les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  de cette manière: Cherchons les valeurs des lettres  $\alpha$  &  $\gamma$ , & d'abord la seconde équation donne  $\alpha = -20,0$ , ce qui étant substitué dans la première fournit  $\gamma = +0,6$ . Or de la quatrième on tire  $\gamma = +0,5$ , & de la sixième  $\gamma = 0,9$ . Mais puisque ces trois valeurs de  $\gamma$  ne quâdrent pas assez

*Acta Acad. Imp. Sc. Tom. II. P. I.*      Q q      bien

bien ensemble, il faut reconnoître une petite erreur dans l'une & l'autre des deux lettres  $\alpha$  &  $\gamma$ , & cette erreur sera partagée également, en prenant  $\alpha = -19,7$  &  $\gamma = +0,8$ . Pour les deux autres lettres  $\beta$  &  $\delta$  la 5<sup>e</sup>. équation donne d'abord  $\beta = -5,2$  & la 3<sup>e</sup> & 7<sup>e</sup>, jointes ensemble, donnent  $2\beta = -10,4$ , de sorte que nous pouvons hardiment supposer  $\beta = -5,2$ . Enfin la 7<sup>e</sup>. — la 3<sup>e</sup>. nous fournit  $\delta = -0,2$ .

IX. Voilà donc contre toute nôtre attente une formule, qui représente les équations de nôtre table plus exactement qu'on n'auroit osé espérer. Sçavoir pour chaque argument  $\Phi$  l'équation de nôtre table se trouve être  $-19,7 \sin. \Phi - 5,2 \sin. 2\Phi + 0,8 \sin. 3\Phi - 0,2 \sin. 4\Phi$ , & cette formule ne diffère presque du tout des positions, d'où nous l'avons tirée. Voyons donc comment elle satisfait à d'autres positions, & pour cet effet prenons  $\Phi = 2^s. 15^{\circ} = 75^{\circ}$ . d'où en faisant le calcul on tire de la formule l'équation 22,0, qui ne diffère que de 5'' de la table. Prenons aussi  $\Phi = 3^s. 15^{\circ} = 105^{\circ}$ . & en faisant le calcul on trouve 17,2 ce qui ne diffère que de 0,1'' de la table. En examinant les cas  $\Phi = 15^{\circ}$ . &  $\Phi = 5^s. 15^{\circ} = 165^{\circ}$ . on trouve les équations 7,3 & 1,7. dont les erreurs ne sont que 0,0'' & 0,2''.

X. Ce merveilleux accord de la formule que nous venons de trouver avec nôtre table ne sçauroit certainement être attribué à un pur hazard, & on pourroit même soupçonner que Mr. *Lexell* eut calculé cette table précisément sur cette même formule, si le détail de tout le calcul ne se trouvoit pas exposé dans les commentaires. Nous devons donc conclure, que cette formule est fondée réellement dans la véritable théorie, ce qui ouvre une

nou-

nouvelle carrière pour perfectionner la Théorie, & tout revient maintenant, à sçavoir manier la Théorie en sorte, qu'on en puisse précisément tirer la formule dont nous venons de parler.

XI. Puisque les corrections, qu'on a données jusqu'ici pour les inégalités de Saturne, causées par l'action de Jupiter, sont tirées de la même fausse Théorie, on ne doit pas être surpris, qu'elles répondent si mal aux observations, & comme le cas est presque semblable à celui de la Terre & de Venus, on pourra à présent presque deviner la véritable formule, d'où l'on doit tirer les inégalités. Ainsi dans la formule  $\alpha \sin. \Phi + \beta \sin. 2 \Phi + \gamma \sin. 3 \Phi + \delta \sin. 4 \Phi$  le premier coefficient  $\alpha$ , qui selon la méthode commune étoit positif, doit être négatif & même beaucoup plus grand; ensuite le second coefficient demeure bien négatif, mais il doit être diminué. Pour les deux autres coefficients  $\gamma$  &  $\delta$  ils influenceront fort peu sur le lieu de Saturne. Mais il faut ici bien considérer que la force de Jupiter exerce encore un autre effet sur Saturne, qui provient de l'excentricité de leurs orbites, ce qui est une circonstance, à la quelle on n'a pas eu besoin de faire attention dans les orbites de la Terre de Venus, puisque l'excentricité de l'une & de l'autre est si petite, qu'il n'en sçauroit résulter un effet considérable.