



1779

Extrait d'un lettre de M. Euler à M. Beguelin en Mai 1778

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Extrait d'un lettre de M. Euler à M. Beguelin en Mai 1778" (1779). *Euler Archive - All Works*. 498.
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/498>

This Letter is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

de M. EULER à M. BEGUELIN,

en Mai 1778.

J'ai entendu avec plaisir la lecture du Mémoire de M. Beguelin, sur les nombres premiers, inséré dans le dernier Volume des Mémoires de l'Académie Royale de Berlin (*); & comme j'ai travaillé depuis quelque temps sur le même sujet, je crois qu'il recevra avec autant de satisfaction quelques observations que j'ai eu occasion de faire relativement au problème qu'il a traité dans le Mémoire mentionné.

Ses recherches sont fondées sur cette belle propriété, que tous les nombres qui ne sont contenus qu'une seule fois dans la formule $xx + yy$, sont ou premiers, ou doubles de premiers, en prenant les nombres x & y premiers entr'eux. Or j'ai remarqué que plusieurs autres formules semblables de la forme $nxx + yy$ sont doués de la même propriété, & que, pourvu qu'on donne à la lettre n des valeurs convenables, telles que, par exemple, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 &c. on en tire toujours des nombres premiers; ou bien, qu'à l'exclusion des valeurs suivantes de n sc. 11, 14, 17, 19, 20, 23, 26, 27 &c. la formule $nxx + yy$ donne toujours des nombres premiers; car le nombre 15 par ex. quoique contenu d'une seule façon dans la formule $11xx + yy$, est un nombre composé. Il en est ainsi des autres nombres que je viens d'exclure; au lieu que ceux que j'ai nommés valeurs convenables, donnent sûrement pour premier, tout nombre qui est contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$. Il est donc de la dernière importance de bien distinguer les valeurs convenables de la lettre n de celles qu'il faut exclure dans ces recherches.

(*) Pour l'année 1775.

Pour cet effet j'ai trouvé & démontré cette règle: que si tous les nombres contenus dans la forme $n + yy$ & moindres que $4n$ (en prenant pour y des nombres premiers à n), sont ou premiers p , ou doubles de premiers $2p$, ou quarrés de premiers pp , ou enfin quelque puissance de 2, alors la valeur de n , qui satisfait à ces conditions, pourra être admise comme convenable à l'examen de tel nombre qu'on se propose. Ainsi, par exemple, j'ai trouvé que le nombre 60 est dans la serie des valeurs convenables; car il y a $60 + 1^2 = 61 = p$; $60 + 7^2 = 109 = p$; $60 + 11^2 = 181 = p$, $60 + 13^2 = 229$, où il faut s'arrêter, les suivans surpassant la limite 4.60 . Il en est de même du nombre 15, puisque $15 + 1^2 = 16 = 2^4$; $15 + 4^2 = 31 = p$.

Moyennant cette règle j'ai été en état de trouver avec assez de facilité routes les valeurs qu'on peut donner à la lettre n , pour que tout nombre contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$ puisse être censé premier. Voici ces valeurs:

1	-	-	16	-	-	48	-	-	120	-	-	312
2	-	-	18	-	-	57	-	-	130	-	-	330
3	-	-	21	-	-	58	-	-	133	-	-	345
4	-	-	22	-	-	60	-	-	165	-	-	357
5	-	-	24	-	-	70	-	-	168	-	-	385
6	-	-	25	-	-	72	-	-	177	-	-	408
7	-	-	28	-	-	78	-	-	190	-	-	462
8	-	-	30	-	-	85	-	-	210	-	-	520
9	-	-	33	-	-	88	-	-	232	-	-	760
10	-	-	37	-	-	93	-	-	240	-	-	840
12	-	-	40	-	-	102	-	-	253	-	-	1320
13	-	-	42	-	-	105	-	-	273	-	-	1365
15	-	-	44	-	-	112	-	-	280	-	-	1848.

Ces nombres, qui, loin d'être semés au hazard, ont une loi de progression, qui est assez évidente lorsqu'on parcourt toutes les exclusions successives par lesquelles il faut passer pour trouver les valeurs convenables,

semblent devoir aller à l'infini; j'ai donc été bien surpris de me voir arrêté au dernier 1848, au delà duquel je n'ai plus trouvé que des valeurs incongrues. Cependant, moyennant la dernière valeur 1848, on est en état de découvrir des nombres premiers extrêmement grands, vu que rien n'est plus facile que d'examiner, si quelque nombre proposé est contenu une seule fois dans la forme $1848xx + yy$, ou non, & dans le premier cas on pourra prononcer hardiment, que ce nombre est premier. Par le moyen de cette forme j'ai trouvé premiers entr'autres les nombres suivans: 1016401, 1103257, 1288057, 1487641, 1702009, 2995609, 4658809, 9094009, 11866009, 18518809. Dans l'autre cas, où le nombre proposé est contenu de plus d'une façon dans la forme $1848xx + yy$, il seroit superflu de remarquer qu'on pourra assigner très facilement les diviseurs de ce nombre. Mais je juge à propos d'ajouter, que dans la Table des nombres premiers insérée dans le Volume XIX. des Commentaires de notre Académie, il s'est glissé une erreur provenue de ce qu'on a négligé le diviseur 293, qui au reste n'influe que sur le nombre 100009, qui doit être effacé de cette liste, étant $\equiv 293.3413$.
