



1771

# Sur le roulis et le tangage

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

## Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Sur le roulis et le tangage" (1771). *Euler Archive - All Works*. 415.  
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/415>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact [mgibney@pacific.edu](mailto:mgibney@pacific.edu).

E415

# EXAMEN

Des efforts qu'ont à soutenir toutes les parties d'un  
Vaisseau dans le Roulis & dans le Tangage.

OU

## RECHERCHES

*SUR LA DIMINUTION DE CES MOUVEMENTS.*

Pièce qui a partagé le Prix de l'Académie en 1759.

*Par M. L. Euler, Directeur de l'Académie Royale des Sciences  
& Belles-Lettres de Prusse.*


---

*Insequitur clamorque virum stridorque rudentium.*

---

*Prix de 1759.*

A



## AVANT-PROPOS.

**Q**UAND on se propose de diminuer les mouvemens de Roulis & de Tangage des navires , il ne s'agit pas tant de rendre ces mouvemens réguliers & conformes à ceux d'une pendule , que d'empêcher les funestes effets que leur impétuosité pourroit causer.

M. Chauchot , qui a remporté le premier prix sur cette question , a très-judicieusement remarqué , que l'intention de l'Académie Royale des Sciences de Paris étoit de prévenir les risques auxquels sont exposés la mâture & l'assemblage des parties d'un navire , & les incommodités que les Marins éprouvent lorsque les agitations , d'où résultent les mouvemens de roulis & de tangage , deviennent trop violentes.

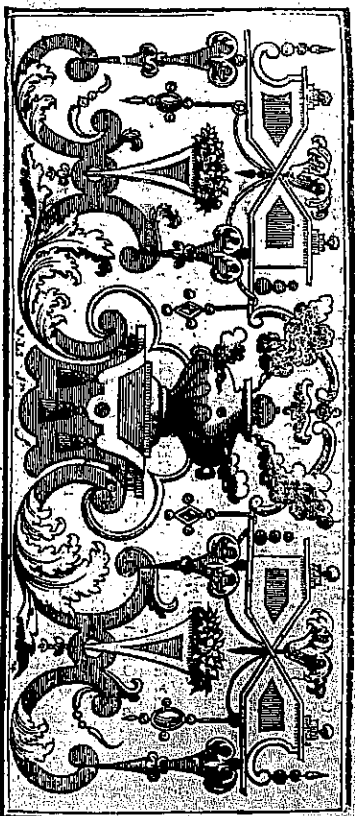
Cependant ce même Auteur ne semble pas s'être exprimé assez exactement , quand il dit que la trop grande vitesse de ces mouvemens cause les inconvéniens qu'il faut tâcher d'éviter : car quelque rapide que soit un mouvement , dès que toutes les parties d'un vaisseau en sont également portées , leur assemblage n'en sauroit plus souffrir , que si elles se trouvoient dans un repos parfait. Tant qu'un corps

se meut d'un mouvement uniforme, qui soit le même dans toutes ses parties, leur liaison mutuelle n'en éprouve aucun effort, quelque rapide que soit le mouvement.

Ce n'est donc pas la vitesse même, quelque grande qu'elle soit, d'où résultent les inconvénients dont il est question; mais leur véritable source doit être cherchée dans l'accélération ou retardation du mouvement: & c'est de-là que naissent les efforts: que les diverses parties d'un vaisseau éprouvent, pour changer le mouvement qu'elles ont actuellement, & pour suivre celui dont le vaisseau tout entier est porté.

Un corps ne s'oppose au mouvement, qu'en tant qu'il est différent de celui qu'il a déjà, & par cette raison aussi les parties d'un vaisseau n'éprouvent des efforts qu'en tant qu'elles sont obligées de changer leur état soit de repos ou de mouvement.

C'est donc de ce principe que je me propose de rechercher les efforts auxquels les parties d'un vaisseau sont assujetties, pendant qu'il est agité d'une manière quelconque; & cette même recherche découvrira ensuite les moyens de déterminer & de diminuer ces efforts, autant que les autres circonstances le permettent.



## EXAMEN

*Des efforts qu'ont à soutenir toutes les parties  
d'un vaisseau dans le Roulis & dans le  
Tangage.*

### PREMIERE PARTIE.

*Des efforts que l'assemblage des membres  
éprouve des forces quelconques dont le  
navire est sollicité.*

#### I.

**T**ANT, qu'un corps n'est sollicité par aucun force, s'il n'est pas en repos, il se mouvra uniformément selon la même direction, ou il tournera sur soi-même autour d'un axe, qui passe par son centre de gravité.

## 6. RECHERCHES SUR LE ROULIS

Dans le premier cas, la liaison des parties du corps ne souffre rien du roui, & chacune suit d'elle-même le mouvement du corps entier.

Mais si le corps tourne autour d'un axe, les parties en acquièrent une force centrifuge, par laquelle elles s'éloigneroient actuellement de l'axe de rotation, si elles n'étoient pas assez fortement liées ensemble.

Dans ce cas donc, quoique le mouvement soit uniforme, & qu'aucune force n'agisse sur le corps, la liaison des parties éprouve des efforts auxquels elle doit résister, & qui sont égaux aux forces centrifuges de chaque partie.

Or on connoît tant la quantité de ces forces que leur direction, qui est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation.

### II.

Un tel mouvement de rotation se trouve dans le roulis & le tangage, & quoiqu'il ne soit pas uniforme, on peut néanmoins déterminer par la même règle la force centrifuge de chaque partie du vaisseau, en sachant, pour chaque instant la vitesse de rotation.

Soit  $G$  le centre de gravité d'un vaisseau par lequel passe l'axe, autour duquel se fait le roulis ou le tangage, & qu'on conçoive cet axe perpendiculaire au plan de la figure.

Qu'à l'instant présent le mouvement de rotation soit tel, qu'à la distance  $= d$  de l'axe la vitesse soit due à la hauteur  $= u$ .

Qu'on considère maintenant une partie quelconque du vaisseau  $M$ , dont la masse soit  $= m$ , & la distance à l'axe de rotation  $MG = r$ .

La vitesse de rotation de cette masse sera donc due à la hauteur  $\frac{ru}{d}$ , & parant la force centrifuge  $\frac{m r u^2}{d^2}$ ,

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

dont la masse sera sollicitée selon la direction  $MP$  opposée à  $MG$ .

Il faut donc que la connexion de cette partie avec le corps du vaisseau soit assez forte pour soutenir cet effort.

### III.

Cet effort est le résultat du seul mouvement de rotation, & ne dépend point des forces à l'action desquelles le vaisseau est assujéti.

Je m'en vais donc aussi déterminer les efforts que les diverses parties d'un vaisseau éprouvent de la part des forces actuelles dont le vaisseau est sollicité, afin que connoissant toutes les forces qui y agissent, on soit en état de déterminer les efforts que chaque partie en soutient.

Alors on n'aura qu'à ajouter ensemble tous ces efforts, pour connoître la force totale dont l'assemblage de chaque partie est sollicité; & de-là on jugera aisément si l'assemblage est suffisant pour soutenir ces forces.

Ensuite, quand on verra comment ces efforts qu'éprouvent toutes les parties d'un vaisseau dépendent des forces auxquelles le vaisseau entier est assujéti, & quelles circonstances contribuent à les augmenter ou diminuer, il ne sera plus difficile de découvrir tous les moyens possibles pour adoucir les fâcheux effets qu'on a à craindre.

### IV.

Pour déterminer les efforts que l'assemblage des membres d'un vaisseau éprouve de la part des forces quelconques qui le sollicitent, je commencerai par le cas où toutes les parties sont sollicitées par des forces particulières, qui soient proportionnelles aux masses de chaque partie, & qui agissent selon la même direction.

Dans ce cas, il est évident que toutes les parties se-

ceviennent le même mouvement, soit qu'elles soient liées ensemble, ou non; & partant leur assemblage n'éprouvera aucun effort.

Puisque la gravité agit selon cette loi également sur toutes les parties, l'assemblage des parties d'un vaisseau n'en souffre rien: d'où l'on voit, qu'à l'égard des autres forces, la liaison des parties n'est mise en action qu'en tant qu'elle les forces qui sollicitent séparément chaque partie, ne sont pas proportionnelles à leurs masses, ou qu'elles n'agissent pas selon la même direction.

## V.

Considérons deux corps  $A$  &  $B$ , liés ensemble par la corde  $ab$ ; & dont l'un  $A$  soit sollicité selon la direction  $fg$  par une force  $= P$ , qui ne sauroit être mis en mouvement sans que l'autre  $B$  fût aussi entraîné par l'action de la corde  $ab$ , dont il s'agit de déterminer la force ou la tension.

Soit cette tension  $= T$ , laquelle tirant le corps  $A$  en arrière, celui-ci ne sera sollicité que par la force  $P - T$ , pendant que l'autre  $B$  est entraîné par la force  $T$ . Donc, puisque ces deux corps doivent recevoir le même mouvement, il faut que les forces  $P - T$  soient proportionnelles aux masses  $A$  &  $B$ ; ou qu'il soit  $P : A + B = T : B$ ; d'où l'on trouve la tension cherchée  $T = \frac{B}{A+B} P$ , qui est égale à la force, que la liaison de ces deux corps  $A$  &  $B$ , ou la corde  $ab$  doit soutenir.

S'il y avoit plusieurs corps liés ensemble, on détermineroit de la même manière les efforts que chaque liaison éprouve.

## VI.

De la même manière, si l'on considère plusieurs parties dans les corps, on pourra déterminer les forces dont

dont chacune sera sollicitée. Mais cela se trouve plus aisément par la théorie de l'accélération qu'une force sollicitante produit dans chaque partie du corps; dans cette recherche, il faut distinguer deux cas, selon que la direction de la force passe par le centre de gravité du corps, ou non.

Pour le premier cas, soit  $ABCD$  un vaisseau ou un autre corps quelconque, dont la masse entière soit  $= M$ ; & que ce corps soit sollicité par la force  $FP = P$ , dont la direction passe par le centre de gravité  $G$  du corps.

Fig. 3.

Cela posé, on fait, par les principes de la Mécanique, qu'une telle force tend à imprimer à toutes les parties du corps une égale vitesse, selon la direction de la force  $FP$ , & que l'accélération est exprimée par  $\frac{P}{M}$ , en supposant le corps roide, de sorte que les intervalles entre toutes les parties soient inaltérables.

## VII.

Concevons maintenant une partie quelconque  $M$  de ce corps, dont la masse soit  $= m$ ; & puisqu'elle reçoit une accélération  $\frac{P}{M}$ , selon la direction  $MP$  parallèle à  $FP$ , elle sera mise également en mouvement, que si elle étoit détachée du corps entier, & qu'elle fût sollicitée à part par une force  $Mp = p$ ; en sorte que  $\frac{P}{M} = \frac{p}{m}$ , & partant  $p = \frac{mP}{M}$ .

Il faut donc que l'assemblage qui affermit cette partie au corps entier, fasse cette fonction, & qu'elle en soit entraînée par la force trouvée  $Mp = \frac{mP}{M}$ .

Par conséquent, dès qu'on fait la manière dont cette partie est liée avec le corps entier, soit par des cordes.



ges ou autrement, il sera aisé de déterminer les efforts que la liaison doit soutenir, pour en juger si elle est assez forte pour cet effet.

Il en est de même de toutes les parties dont le corps  $ABDC$  est composé, & par conséquent on est en état d'assigner tous les efforts que l'assemblage tout entier soutient à cause de l'action de la force  $FP = P$ .

## VIII.

Pour se former une idée plus juste de ces efforts, on peut transporter l'accélération selon un sens contraire sur tout le vaisseau, pour pouvoir se représenter le vaisseau comme étant & demeurant en repos. D'où l'on conclut que la force  $FP$  produit le même effet sur la partie  $M$  que si le vaisseau demeurant en repos, cette partie étoit sollicitée selon la direction contraire  $M\pi$  par une force  $\frac{mP}{M}$ .

En effet, si cette partie n'étoit pas attachée, elle seroit *quasi* poussée en arrière selon la direction  $M\pi$ , relativement au vaisseau.

Cette manière de se représenter la chose est aussi la plus propre pour nous faire connoître l'effort que l'assemblage éprouve: car cet effort, par rapport à la partie  $M = m$ , est le même que s'il y avoit effectivement une force  $M\pi = \frac{mP}{M}$ , qui tendroit à arracher cette partie du corps du vaisseau; & dès qu'une telle force  $FP$  commence à agir sur le vaisseau, toutes les parties s'en ressentent de la manière que je viens d'indiquer.

## IX.

Tel est l'effet d'une force dont la direction passe par le centre de la gravité du vaisseau; mais si la direc-

tion de la force  $FP = P$  ne passe pas par le centre de gravité  $G$ , l'effet que chaque membre en ressent est composé de deux parties.

La première partie est la même que si la direction de la force passoit par le centre de la gravité. Donc, si nous considérons un membre quelconque  $M$ , dont la masse soit  $= m$ , celle du vaisseau entier étant  $= M$ , ce membre sera sollicité par une force  $M\pi = \frac{mP}{M}$ , dont la direction  $M\pi$  est parallèle à  $FP$ .

Ou bien l'assemblage qui tient ce membre uni au vaisseau, éprouvera le même effort que s'il y avoit appliqué au membre  $M$  une force contraire & égale  $M\pi = \frac{mP}{M}$ , qui tendît à l'arracher du vaisseau.

Mais ce n'est qu'une partie de l'effort que ce membre  $M$  soutient à cause de la force  $FP = P$ .

## X.

L'autre partie doit être déduite du mouvement de rotation que cette force tend à imprimer au corps.

Pour cet effet, il faut tirer du centre de gravité  $G$  une perpendiculaire  $GN$ , sur la direction  $FP$ , & le produit  $P \cdot GN$  donne le moment de cette force, qui tend à faire tourner le corps autour d'un axe, qui passe par  $G$ , & qui est perpendiculaire au plan  $GFP$ .

Maintenant, par rapport à cette axe, il faut chercher le moment d'inertie du corps, lequel se trouve en multipliant tous les élémens de matière par le carré de leurs distance à l'axe de rotation, & en assemblant tous ces produits dans une somme.

Ce moment d'inertie sera donc exprimé par une telle formule,  $Mkk$ , par laquelle, si l'on divise le moment de force  $P \cdot GN$ , on aura l'accélération absolue  $\frac{P \cdot GN}{Mkk}$ .

Qu'on tire du membre  $M$ , que nous considérons comme une masse très-petite à l'axe de rotation, la perpendiculaire  $GM$ , & l'accélération rotatoire sur ce membre  $M$  sera  $\frac{P \cdot GM \cdot GN}{Mk^2}$ .

Ce membre fera donc emporté par une force  $\frac{P \cdot GM \cdot GN}{m \cdot Mk^2}$ , dans le sens  $Mr$ ; ayant tiré la droite  $Mr$  perpendiculaire à  $MG$ , selon la direction du mouvement de rotation que l'action de la force  $FP$  doit produire.

## XI.

Donc, puisque le membre  $M$ , dont nous supposons la masse  $= m$ , éprouve, à cause du mouvement de rotation, une force  $m \cdot \frac{P \cdot GM \cdot GN}{Mk^2}$ , selon la direction  $Mr$ , c'est en vertu de sa connexion avec le corps du vaisseau qu'il est emporté par cette force égale & contraire.

L'effet donc qui en résulte sur l'assemblage, sera le même que s'il y avoit une égale force  $m \cdot \frac{P \cdot GM \cdot GN}{Mk^2}$ , actuellement appliquée au membre  $M$ , selon la direction  $MG$ , opposée à  $Mr$ , qui tâcherait de l'arracher du corps du vaisseau; de sorte que si l'assemblage étoit anéanti, ce membre seroit effectivement emporté par cette force.

Or cela doit s'entendre de son état respectif par rapport au vaisseau; car puisque le vaisseau obéit à l'action de la force  $FP$ , le membre  $M$  n'en étant point entraîné, il en sera de même que si le vaisseau demeurant en repos, le membre  $M$  étoit sollicité par ladite force.

## XII.

Donc le vaisseau étant sollicité par une force quel-

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

conque  $FP = P$ , tous les membres en ressentent des efforts pour rompre leur union mutuelle qu'on connaît, en prenant ensemble les deux forces  $M\pi$  &  $MG$ , que nous venons de trouver.

Ainsi un membre quelconque  $M$  dont la masse soit  $= m$  exerce sur l'assemblage une force composée de ces deux forces; l'une selon  $M\pi = m \cdot \frac{P}{M}$ , & l'autre selon  $MG = m \cdot \frac{P \cdot GM \cdot GN}{Mk^2}$ , où la direction  $M\pi$  est parallèle à  $FP$  &  $MG$  perpendiculaire à  $MG$ .

Ensuite  $GN$  est tirée du centre de gravité  $G$  perpendiculairement sur  $FP$ , ayant mené par  $G$  l'axe de rotation, qui est perpendiculaire au plan  $GFP$ . Aussi est-il bon de remarquer que la droite  $MG$  est tirée de  $M$ , non au point  $G$ , mais perpendiculairement à l'axe de rotation.

Il faut encore remarquer que la direction  $MG$  perpendiculaire à  $MG$  doit être tirée dans un plan parallèle au plan  $GFP$ . Enfin je considère ici la grandeur du membre  $M$ , comme extrêmement petite; on presque comme un point.

## XIII.

Si le membre  $M$  étoit d'une grandeur considérable, la première des deux forces trouvées  $M\pi = m \cdot \frac{P}{M}$  demeurerait bien la même, mais l'autre doit être trouvée par la voie d'intégration.

On concevra le membre entier  $M$  partagé dans ses éléments infiniment petits, & on cherchera pour chacun la force  $MG$ , qui lui convient tant par rapport à la quantité qu'à la direction; & on déterminera par le calcul intégral la force équivalente à toutes ces forces élémentaires, qui sera celle qu'on doit joindre à la première  $MG$ .



Mais si le membre  $M$  est assez petit par rapport au vaisseau entier, on pourra bien l'envisager comme réuni dans son centre de gravité, & cela avec d'autant plus de raison, puisque les recherches dont il s'agit ici ne sont pas susceptibles, par leur nature, d'un plus haut degré de précision.

## XIV.

Si le vaisseau est en même tems sollicité par plusieurs forces, ou on cherchera l'effet de chacune sur les divers membres, pour en conclure l'effet total que chaque membre en doit ressentir, ou on réduira toutes les forces sollicitantes à une seule.

Et c'est par ce moyen qu'on connoîtra les efforts que l'assemblage de toutes les parties a à soutenir, le vaisseau étant sollicité par des forces quelconques.

Mais cela doit s'entendre seulement des parties qui ne sont pas elles-mêmes sollicitées par aucune force, étant uniquement emportées par leur union avec le corps du vaisseau.

Si la question regarde la partie qui soutient immédiatement l'action de la force externe, il faut encore ajoûter cette même force à celles que nous venons de trouver ci dessus.

Ainsi l'assemblage, dont chaque partie tient au corps du vaisseau, soutient premièrement les forces qui sont appliquées immédiatement à cette partie, & ensuite encore les forces  $M\pi$  &  $MG$  qui résultent, selon les règles données de l'action, de toutes les forces qui agissent sur le vaisseau.

## XV.

D'abord, toutes les parties d'un vaisseau étant animées par la gravité, j'ai déjà remarqué que puisque la gravité suit la raison des masses, l'assemblage ne souffre rien de ce côté.

En effet, si le vaisseau n'étoit pas soutenu par la pression de l'eau, & qu'il pût librement tomber en-bas, il n'en résulteroit aucune force pour altérer la liaison des membres.

Mais le vaisseau étant soutenu par la force de l'eau, l'assemblage sent bien la force de la pesanteur; or c'est à cause de la force même dont le vaisseau est soutenu; & cet effet est très-conforme aux formules trouvées.

Car soit  $FP$  la force de l'eau, & elle sera égale au poids du vaisseau, ou  $P = M$ , & la direction  $FP$  sera verticale, passant par le centre de gravité  $G$ ; d'où  $G.N = 0$ , & la force  $MG = 0$ . Donc le membre  $M$  agira de même sur l'assemblage que s'il étoit sollicité verticalement en bas par la force  $M\pi = m$ , qui est égale à son propre poids.

## XVI.

Ainsi tant que le vaisseau est en repos, l'assemblage des parties ne soutient d'autres efforts que ceux de leur gravité, à l'exception de la surface de la carene, qui est poussée par la pression de l'eau.

De-là on pourra déterminer quelle doit être la force de l'assemblage des membres du vaisseau, afin qu'il soit suffisant pour résister à ces efforts, & que la figure du vaisseau n'en soit point altérée.

C'est au défaut d'une suffisante force de l'assemblage, que les vaisseaux changent souvent de figure, & que la quille s'arque. Comme c'est un grand inconvénient, quoiqu'il ne regarde pas directement la question proposée, il ne sera pas hors de propos de chercher la force que la quille d'un vaisseau a à soutenir; puisque nos principes y conduisent naturellement; & que quelques Auteurs qui ont traité cette matière, n'ont pas fait réflexion à toutes les circonstances auxquelles il faut avoir égard dans cette recherche.

## XVII.

Fig. 5.

Concevons un vaisseau  $ABCD$ , coupé en  $EF$  par une section verticale ou perpendiculaire à la quille  $CD$ , & examinons toutes les forces qui agissent sur la partie  $BEFD$  pour la séparer, ou rompre son union du reste  $AEEC$ , que je considère comme immobile.

Cette partie  $BEFD$  est d'abord sollicitée en-bas par sa gravité, dont la direction passe par le centre de gravité  $g$  de cette partie : donc si nous posons le poids de cette partie  $= p$ , la verticale  $gxp$  sera la direction de cette force.

Ensuite, pour avoir la force qui résulte des pressions de l'eau sur cette partie, concevons cette partie comme séparée & fermée dans la section  $EF$  par un plan ; & alors la force de l'eau la poussera verticalement en-haut, étant égale au poids d'un volume d'eau, qui est égal à la partie submergée.

Soit donc cette force  $= q$ , & sa direction passera par le centre de gravité  $o$ , du volume submergé de cette partie. Donc si cette partie  $BEFD$  étoit séparée du vaisseau, elle seroit sollicitée par les deux forces  $gp = p$  &  $oq = q$ , dont celle-là tireroit en-bas & celle-ci en-haut.

## XVIII.

Mais puisque cette partie n'est pas séparée du reste du vaisseau, & qu'elle ne soutient aucune pression par la section  $EF$ , il en faut retrancher ou appliquer sous une direction contraire la force que la section  $EF$  éprouveroit de la pression de l'eau.

Soit donc  $e$  le centre des pressions de l'eau sur la section  $EF$  de la carene ; si elle étoit fermée par un plan, & que la pression totale sur ce plan fût  $= r$ , dont la direction seroit horizontale, l'assemblage en  $EF$  soutiendrait

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

tiendrait le même effort que si la partie  $BEFD$  étoit tirée par ces trois forces :

$$1^{\circ}. gp = p ; 2^{\circ}. oq = q ; \& 3^{\circ}. er = r.$$

Par conséquent la quille soutient en  $F$  ces mêmes forces qui tendront à la courber ou rompre en  $F$ , autant que l'assemblage des parties supérieures n'en soutient pas une partie.

Donc le moment de ces trois forces sur le point  $F$  est  $p.Fx - q.Fy - r.Fe$  ; & partant, si cette expression évanouiroit, la quille n'éprouveroit aucun effort, & il n'y auroit point à craindre qu'elle s'arquât.

## XIX.

Concevons la section  $EF$  faire par le milieu du vaisseau, puisque c'est ordinairement là que la quille risquer le plus d'être courbée ; & dans ce cas on pourra supposer  $q = p$ , de sorte que le moment en question est alors  $p.xy - r.Fe$ .

Or les extrémités du vaisseau étant ordinairement les plus pesantes, tandis que la carene est vers ces endroits très-mince, la force  $gp$  est beaucoup plus éloignée du milieu que la force  $oq$  : par conséquent le terme  $p.xy$  fournit un grand moment pour arquer la quille par le milieu  $F$  en-haut.

Quelque inévitable que paroisse cet inconvénient, on le pourra pourtant éviter ou diminuer.

Pour cet effet on n'a qu'à faire la section du milieu fort spatieuse, & beaucoup plus large par en-haut qu'en-bas ; le premier servant à aggrandir la force  $r$ , & l'autre à augmenter l'intervalle  $Fe$ . Cependant les autres circonstances ne permettent pas de changer beaucoup à cet égard.

## SECONDE PARTIE.

Des efforts que l'assemblage des membres éprouve pendant que le vaisseau marche, sans être assujéti aux mouvemens de roulis & de tangage.

### XX.

**A** VANT que de chercher les efforts dont l'assemblage des membres d'un vaisseau est agité pendant les oscillations comprises sous les noms de roulis & de tangage, il sera bon de déterminer ceux qu'il éprouve pendant que le vaisseau marche uniformément, & que la force dont il est poussé demeure toujours la même, comme aussi la force de la résistance de l'eau ; de sorte que le vaisseau ne soit porté que d'un mouvement progressif.

On distingue ici deux cas, selon que le vaisseau marche directement ou obliquement : or dans l'un & l'autre il n'y a que deux forces à considérer, savoir la force mouvante & celle qui résiste. Ces deux forces se tiennent en équilibre, tandis que le vaisseau marche uniformément ; mais si l'une surpasse l'autre, le mouvement sera ou accéléré ou retardé.

### XXI.

Tant que le vaisseau marche uniformément, puisque

### ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

Les forces d'impulsion & de résistance se détruisent, les membres du vaisseau auxquels ces forces ne sont pas immédiatement appliquées, n'en sentent aucun effet ; & par conséquent ils n'agissent sur l'assemblage que par leur propre poids.

Mais pour les membres qui reçoivent immédiatement le choc ou de l'impulsion ou de la résistance, leur assemblage soutient encore ce choc outre leur poids ; d'où il est aisé de déterminer les efforts auxquels l'assemblage de tous les membres du vaisseau est assujéti.

Pour les efforts qui tendent à arguer la quille, le mouvement, quoiqu'il soit uniforme, y cause quelque changement, d'où leur effet est pour la plupart diminué ; car puisque la résistance augmente la pression de l'eau sur la proue, si nous considérons la partie *BEED* (fig. 5.) comme la proue, la force *oq* devenant plus grande, il en résultera un moindre moment pour courber la quille ; & de là vient sans doute que les vaisseaux étant en mer sont moins assujétis à se courber que quand ils sont en repos.

### XXII.

Quand le mouvement du vaisseau n'est pas uniforme, ce qui arrive lorsque les forces d'impulsion & de résistance ne sont pas en équilibre, il suffira d'examiner deux cas principaux ; l'un, où le vaisseau, étant encore en repos, reçoit subitement une impulsion ; & l'autre, où le vaisseau ayant jusqu'ici marché uniformément, l'impulsion vient subitement à manquer.

Dans le premier cas, la force d'impulsion n'étant pas encore contrebalancée par la résistance, tous les membres du vaisseau s'en ressentiront, conformément aux principes que j'ai établis ci-dessus ; & la même chose doit arriver dans l'autre cas, où la résistance, puisque le vaisseau continué encore son mouvement, n'étant

plus balancée par la force d'impulsion, produire un sensible effet sur toutes les parties du vaisseau.

Il est vrai que cet effet sera de peu de durée, & qu'il diminuera assez promptement, parce que le vaisseau approche fort vite de l'état d'équilibre; mais un effort bien court peut souvent produire des effets sensibles; & il sera bon de connoître aussi ces effets, puisqu'ils se mêlent souvent à ceux du roulis & du tangage, & les rendent plus redoutables.

## XXIII.

Supposons donc que la force d'impulsion vienne subitement à manquer; & puisque, du moins au premier instant, le vaisseau continue encore son mouvement, il éprouvera encore la même résistance, qui sera d'autant plus grande, que la vitesse aura été plus rapide.

Que la ligne  $FP$  (fig. 4) exprime donc la force de la résistance, qui soit  $= R$ , dont la direction tend en arrière & est élevée au-dessus de l'horizon.

Soit  $G$  le centre de gravité du vaisseau, d'où l'on tire sur  $FP$  la perpendiculaire  $GN$ , & qu'on conçoive mené par  $G$  un axe perpendiculaire au plan  $GFP$ , par rapport auquel le moment d'inertie du vaisseau soit  $= M k^2$ , la masse étant  $= M$ .

Maintenant si l'on considère une partie quelconque du vaisseau en  $M$ , dont la masse soit  $= m$ , on n'a qu'à tirer d'abord la droite  $M\pi$  parallèle à  $FP$ , & en sens contraire; & ayant mené à l'axe de rotation de  $M$  la perpendiculaire  $MG$ , qu'on tire ensuite la droite  $Mg$  perpendiculaire à  $MG$  & parallèle au plan  $GFP$ , de sorte qu'une force selon  $Mg$  produiroit un mouvement de rotation contraire à la force  $FP$ .

Cela posé, l'assemblage qui affermit la partie  $M$  au corps du vaisseau, éprouvera les deux forces suivantes :

$$1^{\circ}. \text{ Une force selon } M\pi = m \cdot \frac{R}{M}?$$

$$2^{\circ}. \text{ Une force selon } Mg = m \cdot \frac{R \cdot GN \cdot GM}{M k^2}?$$

auxquelles il faut encore ajouter la pesanteur de la partie  $M$ , qui est  $= m$ .

## XXIV.

Posons que la proue éprouve la même résistance horizontale qu'un plan  $= ff$ , qui se mouvrait directement dans l'eau avec la même vitesse, & que la vitesse du vaisseau soit due à la hauteur  $= v$ ; alors la résistance horizontale seroit  $ffv$ .

Donc si l'élévation de la droite  $FP$  au-dessus de l'horizon est  $\theta$ , la force entière de l'eau sur la proue sera  $\frac{ffv}{\cos^3 \theta} = R$ ; posons aussi le poids du vaisseau entier égal à celui d'un volume d'eau  $= ffh$ , pour avoir  $M = ffh$ ; & dans les vaisseaux semblables la quantité  $h$  sera proportionnelle à  $f$ .

De-là nous aurons, pour la partie  $M$ , la force  $M\pi = m \cdot \frac{R}{\cos^3 \theta}$ ; d'où il est clair, que la vitesse étant la même, cette force est plus petite dans les grands vaisseaux.

$$\text{Il en est de même de l'autre force } Mg = m \cdot \frac{R \cdot GN \cdot GM}{M k^2};$$

car quoiqu'en supposant toutes les choses semblables, les lignes  $GN$  &  $GM$  soient en raison des côtés homologues, la quantité  $k$  suit aussi la même raison.

D'où il est clair, que supposant la vitesse la même, les secousses que les membres d'un vaisseau éprouvent dans le cas présent, sont moindres, dans les grands vaisseaux que dans les petits, par conséquent dans ceux à l'équipage en est moins fatigué.

## XXV.

Il est aussi clair que plus la direction de la résistance  $FP$  s'élève au-dessus de l'horizon, plus la force  $R$  devient grande, & conséquemment aussi les secousses qu'en ressent la partie  $M$ ; mais surtout l'effort selon  $M\pi$  doit devenir beaucoup plus violent.

Car si la direction  $FP$  étoit horizontale, & qu'elle passât par le centre de gravité, la force  $Mg$  évanouiroit tout-à-fait; mais étant inclinée à l'horizon, tirons à elle l'horizontale  $GR$  qui soit  $= a$ , & à cause de l'angle  $GRN = \theta$ , nous aurons  $GN = a \sin \theta$ , donc  $R.GN = a \cos \theta$ ; d'où l'on voit que le reste étant égal, l'effort  $Mg$  (Fig. 4) croît en raison de la tangente de l'angle d'élévation  $GRN = \theta$ .

Cependant cette raison n'est pas suffisante, pour qu'on doive tâcher de diminuer l'angle  $GRN$ ; car il y a d'autres raisons beaucoup plus importantes, qui demandent le contraire; & d'ailleurs l'inconvénient rapporté n'est d'aucune conséquence, puisque le vaisseau doit être capable d'effuyer des secousses beaucoup plus violentes.

## XXVI.

Si, au lieu de la résistance de l'eau, nous supposons que le vaisseau heurte contre un écueil, les formules trouvées marqueront les secousses que tous les membres en doivent ressentir.

Alors on n'a qu'à substituer pour  $R$  la force que le vaisseau éprouve par le choc, qui dépend premièrement de la masse du vaisseau, ensuite de sa vitesse, & en troisième lieu de la dureté tant du vaisseau que du rocher à l'endroit où se fait le choc.

Si les deux corps, qui se choquent, étoient parfaitement, ou ce qui revient au même, infiniment durs,

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX. 23

de sorte qu'ils ne soient point du tout susceptibles du moindre enfoncement, leur mouvement devoit subir dans un instant un changement fini, dont la production demande une force infiniment grande.

Dans ce cas donc la force  $R$  seroit infinie, & tous les assemblages dont les membres du vaisseau sont assemblés ensemble, quelques forts qu'ils puissent être, se devoient briser subitement. Mais le vaisseau étant réduit en repos par ce choc dans un instant, ces secousses infiniment violentes ne sauroient durer qu'un moment.

## XXVII.

Il est aussi évident que le choc sera d'autant plus doux, que les deux corps qui se choquent seront plus mous & plus susceptibles d'enfoncement; d'où l'on voit, que pour connaître la violence d'un choc, il ne suffit pas qu'on sache les masses & les vitesses des corps choquans, comme on pourroit le croire en consultant les idées communes des forces des corps, mais qu'il faut aussi faire attention à leur dureté.

Mais le degré de dureté se détermine par l'effort que deux corps pressés l'un contre l'autre par une force donnée reçoivent; & l'enfoncement se mesure par l'espace dont les deux corps se pénètrent, ou dont leurs centres de gravité se rapprochent au-delà de leur distance dans le contact simple.

Pour tenir compte de cet effet dans le calcul, nous pourrions considérer un ressort comme  $lz$  entre les corps choquans, dont l'un soit le vaisseau  $ACDB$ , & l'autre l'écueil  $V$ . Soit donc  $l$  la longueur naturelle de ce ressort; qu'il a au premier instant du choc, & supposons qu'elle se réduise à  $l - a$ ; si le vaisseau étoit simplement pressé contre l'écueil par une force donnée  $A$ , de sorte que & mesure l'enfoncement produit par la force  $A$ .



## XXVII.

De-là on comprend que plus les corps sont durs, & plus petit sera l'enfoncement  $\alpha$  produit par la force donnée  $A$ ; & si les corps étoient infiniment durs, l'enfoncement  $\alpha$  évanouiroit tout-à-fait.

Mais sachant l'enfoncement  $\alpha$  qui répond à la force  $A$ , une force plus grande en produira aussi un plus grand; ce qui dépend de la nature des corps; cependant quand les enfoncemens sont très-petits, il sera permis de les supposer proportionnels aux forces primitives; de sorte que pour produire un enfoncement  $\tau$ , la force doit être  $\frac{A\tau}{\alpha}$ .

Or  $\tau$  exprime en même tems l'espace dont le vaisseau sera avancé à l'écueil depuis le premier contact; posant donc la vitesse du vaisseau, avant que de rencontrer l'écueil, due à la hauteur  $c$  (Fig. 5), & celle qu'il aura après s'être enfoncé par l'espace  $\tau$ , due à la hauteur  $v$ ; on

$$\text{aura } d'v = \frac{-A\tau d\tau}{M\alpha}, \text{ par conséquent } v = c - \frac{A\tau^2}{2M\alpha},$$

$$\text{ou } c - v = \frac{A\tau^2}{2M\alpha}.$$

De-là on connoîtra pour chaque degré de vitesse que le vaisseau aura pendant le choc, l'enfoncement

$$\tau = \sqrt{\frac{2M\alpha(c-v)}{A}}; \text{ \& de-là aussi la force dont le vaisseau sera alors repoussé } \frac{A\tau}{\alpha} = \sqrt{\frac{2AM(c-v)}{\alpha}}.$$

## XXIX.

Cette force sera donc la plus grande, lorsque le mouvement du vaisseau sera tout-à-fait détruit, ou  $v = 0$ ,

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

$v = 0$ , & c'est de ce point d'où il faut estimer la force du choc.

Posons donc  $v = 0$ , & la force que le vaisseau effuiera par ce choc sera  $\sqrt{\frac{2AMc}{\alpha}}$ , d'où l'on voit qu'elle seroit infinie, si la dureté étoit infinie ou  $\alpha = 0$ , & qu'en général elle dépend principalement du degré de dureté, & qu'elle est réciproquement comme la racine

quatrième de l'enfoncement  $\alpha$  causé par une pression donnée  $A$ .

Mais la dureté demeurant la même, cette force est comme  $\sqrt{Mc}$ , c'est-à-dire comme la racine quatrième de la force vive  $Mc$  (Fig. 6) du corps choquant, le corps choqué ou l'écueil étant immobile.

On n'a donc qu'à substituer cette expression  $\sqrt{\frac{2AMc}{\alpha}}$  au lieu de  $R$ , pour connoître les efforts que tous les membres du navire ressentent d'un tel choc.

## XXX.

Passons maintenant à l'autre cas, & supposons que le vaisseau étant encore en repos, soit frappé subitement par la force  $FP = P$ , dont la direction soit horizontale; pour route autre direction, quelconque, la recherche n'en deviendrait pas plus difficile.

Qu'on y tire du centre de gravité  $G$  la perpendiculaire  $GN$ , & l'axe de rotation sera perpendiculaire au plan  $GNP$ , ensuite considérant une partie quelconque  $M$ , dont la masse soit  $m$ , on tirera d'abord la droite  $M\pi$  parallèle à  $FP$ , mais en sens contraire; & après avoir mené de  $M$  à l'axe de rotation la perpendiculaire  $Mg$ , on y fera  $Mg$  perpendiculaire dans un plan parallèle au plan  $GNP$ ; ensuite qu'une force  $Mg$  auroit un moment contraire au moment de la force  $FP$ .

Prix de 1759.

D



Maintenant la masse du vaisseau entier étant  $M$ , & son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation  $M\kappa\kappa$ , l'assemblage qui tient la partie  $M$  soutiendra ces deux forces :

$$1^{\circ}. \text{ Une force selon } M\pi = m. \frac{P}{M}.$$

$$2^{\circ}. \text{ Une force selon } Mg = m. \frac{P. G'N. G'M}{M\kappa\kappa};$$

& cela à cause de l'action de la force  $FP$  : car outre ces deux forces la partie  $M$  agit encore par son propre poids sur l'assemblage, comme je l'ai remarqué ci-dessus.

## XXXI.

Donc aussiê qu'un vaisseau, qui a été jusqu'ici en repos, est poussé par la force  $FP$  en avant, tous les membres s'en ressentent, étant d'abord poussés en arrière selon  $M\pi$  par des forces proportionnelles à leurs masses.

Mais outre cela, entrant que la force  $FP$  ne passe pas par le centre de gravité  $G$ , chaque membre se trouve encore sollicité par une force selon  $Mg$ , qui est  $m. \frac{P. G'M. G'M}{M\kappa\kappa}$ , par laquelle il s'oppose à l'incli-

naison du vaisseau en avant, que la force  $FP$  tend à produire; & cet effort  $Mg$  sera d'autant plus grand, que les deux distances  $G'M$  &  $G'N$  seront plus grandes; mais réciproquement un grand moment d'inertie du vaisseau diminue cet effort.

Comme ces efforts sont assez ordinaires, il ne suffit pas que l'assemblage soit assez fort pour les soutenir; c'est à des secousses plus rudes qui se trouvent dans les mouvemens de roulis & de tangage, qu'il faut tâcher de remédier.

## TROISIEME PARTIE.

Des efforts que les membres d'un navire éprouvent des mouvemens de Roulis.

## XXXII.

QUAND il s'agit de déterminer les efforts que l'assemblage des membres d'un vaisseau éprouve par les mouvemens de roulis, il faut distinguer deux especes de forces; l'une qui imprime au vaisseau un mouvement, & l'autre dont ce mouvement, tant qu'il dure, est accompagné.

Toute force qui fait incliner le vaisseau de côté autour de l'axe longitudinal, quand elle cesse d'agir, lui imprime un mouvement réciproque, ou un balancement, qu'on nomme roulis. Ce mouvement est ordinairement produit ou par un choc contre les flancs du vaisseau, ou parce que la surface de la mer se trouve plus élevée d'un côté que de l'autre.

Dans l'un & l'autre cas le vaisseau doit s'incliner vers un côté; & connoissant la force qui produit cet effet, il sera aisé, par les principes que je viens d'établir, de déterminer les efforts que l'assemblage soutient.

## XXXIII.

Si ce n'est que le choc d'une lame par le côté que le vaisseau reçoit, la surface de l'eau demeurant hori-

zontale, l'effet n'en sauroit être fort considérable par rapport à l'inclinaison. Car si le contour des gabaris  $EDF$  étoit circulaire, & que l'axe longitudinal passât par le centre  $G$ , la direction d'un choc quelconqué en  $P$  passeroit par le centre  $G$ , & n'auroit, par conséquent, aucun moment pour incliner le vaisseau.

La même chose arriveroit, si la figure du gabaris étoit un polygone inscrit dans ce cercle. Mais quoique la figure des gabaris n'ait point cette propriété, elle n'en diffère pas assez énormément pour qu'il en puisse naître une grande inclinaison ; & il ne vaut pas la peine de tirer de là une règle pour la construction des gabaris, qui doit être réglée sur des maximes beaucoup plus importantes.

## XXXIV.

Mais si la surface de la mer n'est pas horizontale, & que d'un côté la partie  $Ee$  (Fig. 7) au-dessus de l'horizon  $EF$  soit enveloppée dans les flots, pendant que de l'autre côté une partie  $Ff$  en est dégagée, de sorte que la ligne  $eeff$  représente la surface de la mer ; le vaisseau ne sauroit plus être en équilibre, & doit subir quelque inclinaison, son poids n'étant plus balancé par la pression de l'eau.

Pour ce qui regarde la détermination mathématique de la pression que le vaisseau éprouve dans cet état, il faut avouer que les principes de l'Hydrostatique ne sont pas encore développés pour en pouvoir déterminer les pressions d'un fluide agité, ou dont la surface n'est pas horizontale.

Cependant, quelle que soit cette force, ce n'est pas ici le lieu de s'en embarrasser beaucoup, puisque cette force ne sauroit jamais devenir si grande, qu'il y faille faire attention, quand il s'agit de délivrer les

ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX. 29  
vaisseaux des effets fâcheux que peuvent causer les mouvemens de roulis & de tangage.

## XXXV.

De ce que j'ai expliqué dans l'article précédent, il est assez clair que ce ne sont pas tant les forces mêmes qui sont les plus dangereuses, que leurs momens par rapport à un axe de rotation. Car quelque grande que soit une force (je ne parle ici que des forces qui se trouvent dans les agitations ordinaires), si la direction passoit par le centre de gravité du vaisseau, les efforts des membres sur l'assemblage ne seroient gueres à craindre ; mais si la direction passe fort loin au-delà du centre de gravité, la force en acquiert un grand moment, & pourra bien causer un mauvais effet, quand même la force ne seroit pas fort grande.

On comprend aisément que quoique nous ne puissions pas déterminer la pression d'une eau agitée, ou dont la surface n'est pas horizontale, la direction ne sauroit être fort éloignée de l'axe de rotation, ni son moment très-grand. Par conséquent, puisque l'assemblage doit résister à des momens beaucoup plus grands, comme nous verrons bientôt, il n'y a rien à craindre des forces dont je parle ici.

## XXXVI.

Le vaisseau ayant été incliné par quelque force que ce soit, dès que la force cesse d'agir, il se remettra en équilibre, & passant encore au-delà, recevra un mouvement d'oscillation qui durera jusqu'à ce qu'il soit éteint par la résistance de l'eau, ou quelque autre cause.

S'il n'y a que la résistance de l'eau qui s'oppose au mouvement de roulis, il se perpétue assez longtemps ;

parce que la résistance, dans ce cas, n'est pas considérable. Car si tous les gabaris étoient des cerces, dont les centres se trouvaient dans l'axe de rotation, le mouvement de roulis se pourroit continuer sans aucun déplacement d'eau, & conséquemment la résistance évahouiroit : donc puisque la véritable figure des gabaris ne diffère pas tant de la dite figure circulaire, qu'il en puisse naître une résistance assez considérable, le mouvement de roulis ne sera pas siôt éteint, à moins qu'une autre force étrangère ne survienne.

Mais il n'en est pas de même du mouvement de tangage, qui doit être bientôt éteint par la résistance de l'eau.

## XXXVII.

Supposons que le vaisseau ait acquis une inclination autour de l'axe longitudinal, & qu'il soit relâché promptement, n'étant plus assujéti à l'action d'aucune force étrangère, & que la mer soit aussi parfaitement calme.

Le vaisseau fera donc des oscillations semblables à celles d'un pendule, pourvu que l'inclinaison ne soit pas trop grande, & qu'on fasse abstraction du mouvement du centre de gravité, en tant qu'il monte & descend alternativement ; car ce mouvement étant fort petit, n'est d'aucune conséquence dans la recherche présente.

Ces oscillations seront par conséquent isochrones à celles d'un pendule simple, dont la longueur se déterminera par cette règle bien simple :

Soit  $Sr$  la stabilité du vaisseau par rapport à l'axe longitudinal, &  $Mkk$  le moment d'inertie par rapport au même axe ; cela posé cette expression  $\frac{Mkk}{Sr}$  donne la longueur du pendule simple, isochrone au mouvement oscillatoire du vaisseau, tant qu'il dure.

## XXXVIII.

Ces oscillations seront donc d'autant plus vives, que la quantité  $\frac{Mkk}{Sr}$  sera plus petite, & si l'on veut ralentir leur mouvement, on n'a qu'à procurer une grande valeur à l'expression  $\frac{Mkk}{Sr}$  pour rendre ces oscillations isochrones à celles d'un pendule fort long.

Pour cet effet il faut tâcher d'augmenter d'un côté le moment d'inertie  $Mkk$  autant qu'il est possible, & de diminuer de l'autre côté la stabilité  $Sr$  ; mais ce dernier remède est directement opposé aux autres bonnes qualités qu'un vaisseau doit avoir.

Aussi à l'égard des oscillations il faut remarquer que la diminution de la stabilité ne sauroit produire un bon effet ; car alors le vaisseau souffriroit par l'action de la même force une plus grande inclinaison, & puisque les oscillations deviendroient par-là plus grandes, elles seroient aussi incommodes que si elles étoient plus promptes, mais plus petites en même tems.

Par cette raison, il sera toujours bon de laisser à la stabilité la juste valeur, mais d'augmenter le moment d'inertie  $Mkk$  autant qu'il est possible ; ce qu'on obtiendra en éloignant les fardeaux le plus qu'on peut de l'axe longitudinal du vaisseau.

## XXXIX.

Pour s'éclaircir tout-à-fait sur cette manière, il faut considérer les efforts que l'assemblage des membres a à soutenir dans le mouvement de roulis. Que le vaisseau se trouve incliné de son état naturel par l'angle  $\phi$ , le moment de force pour se remettre en équilibre sera

$S\epsilon\varphi$ ; le vaisseau entier est donc sollicité à un mouvement de rotation autour de l'axe longitudinal par le dit moment de force, sans qu'il y ait une force qui agisse sur le centre de gravité même.

De-là naîtra dans chaque membre du vaisseau un effort sur l'assemblage, que nous connoîtrons par la formule expliquée ci-dessus,  $m. \frac{P. G N G M}{M k k}$ ; si nous y substituons, au lieu de  $P. G N$ , le moment  $S\epsilon\varphi$ , qui a lieu dans cet état d'inclinaison.

Par conséquent, l'effort dont chaque membre agit sur l'assemblage, sera exprimé par cette formule

$$m. \frac{S\epsilon\varphi. G M}{M k k}.$$

# XL.

Pour rendre cela plus clair, considérons un membre quelconque  $M$  du vaisseau, par lequel on fasse passer une section verticale  $E D F$ , perpendiculaire à l'axe longitudinal qui passe par le point  $G$  de la section.

Soit  $e f$  la ligne horizontale, & l'angle d'inclinaison  $E C e = \varphi$ ; supposant que la droite  $E F$  soit horizontale dans l'état naturel du vaisseau. La stabilité  $S\epsilon$  fera donc tourner le vaisseau autour du point  $G$  dans le sens  $E D F$ , & par conséquent l'assemblage du membre  $M$ , dont la masse soit  $m$ , soutiendra un effort selon la direction  $M p$ , perpendiculaire à la droite  $M G$ ;

& cet effort sera  $m. \frac{S\epsilon\varphi. G M}{M k k}$ , qui aura un mouvement contraire à celui de la stabilité.

Dans cet état donc, l'assemblage qui tient le membre  $M$  (Fig. 8) attaché au corps du vaisseau, sera sollicité, suivant la direction  $M p$ , par la force  $m. \frac{S\epsilon\varphi. G M}{M k k}$ , d'où l'on voit, que plus le membre  $M$  est

ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX. 33  
est éloigné du point  $G$ , plus aussi sera grand l'effort qu'il exerce sur l'assemblage.

# XLI.

De-là on pourra, à chaque instant du roulis, déterminer l'effort que soutient l'assemblage de tous les membres du vaisseau; & par conséquent juger si l'assemblage est assez fort pour résister. Mais il est évident que ces efforts sont en raison de l'angle  $\varphi$ ; de sorte qu'ils évanouissent tout-à-fait quand le vaisseau passe à son état naturel, où cet angle  $E C e = \varphi$  est  $= 0$ ; quoiqu'alors la vitesse du mouvement de roulis soit la plus grande.

Au contraire, les efforts sur l'assemblage seront les plus grands dans les plus grandes inclinaisons où le mouvement de roulis évanouit; & puisqu'alors  $S\epsilon\varphi$  est égal au moment de forces qui a d'abord imprimé au vaisseau la première inclinaison, si nous posons ce moment,  $P p$ , le plus grand effort dont le mouvement de roulis sera accompagné se trouve  $m. \frac{P p. G M}{M k k}$ .

Donc, pour diminuer cet effort par la construction du vaisseau, il ne reste d'autre moyen que d'augmenter le moment d'inertie  $M k k$  autant qu'il est possible.

# XLII.

On voit donc que la stabilité elle-même n'entre point ici en compte, puisque les secousses qui produisent le mouvement de roulis étant données, l'expression  $S\epsilon\varphi$  obéit la même valeur, soit que la stabilité  $S\epsilon$  soit plus grande ou plus petite; par conséquent cette condition ne suppose pas à la maxime générale, qui exige une aussi grande stabilité qu'il est possible.

*Paris de 1759.*

E

Comme il n'est pas dans notre pouvoir de modérer les secousses, il s'agit de diminuer l'expression  $\frac{m \cdot G \cdot M}{M k k}$ , donc outre l'augmentation du mouvement d'inertie, on en peut tirer encore ces règles : 1°. *Qu'on n'éloigne pas trop les parties d'un vaisseau de l'axe longitudinal.* 2°. *Qu'on rende les parties les plus éloignées aussi légères qu'il est possible.*

Il est bien vrai que par un tel arrangement on diminue aussi le moment d'inertie. Mais si l'on considère une des parties les plus éloignées, on voit bien que la diminution de la masse diminue la valeur  $\frac{m \cdot G \cdot M}{M k k}$  nonobstant que le dénominateur  $M k k$  en souffre aussi quelque diminution.

## XLIII.

Ce que je viens de dire suppose qu'après avoir reçu la secousse, la mer soit calme, & que le vaisseau ne soit plus assujéti à aucune force étrangère. Cependant on comprend aisément que quoique le vaisseau marche directement selon sa longueur, ce mouvement ne fau-  
roit troubler le roulis ; donc puisque le roulis se continue aisément, à cause du peu de résistance qu'il rencontre, lorsque le vaisseau va venir arrière, il roulera à-peu-près autant que s'il demeurait en repos, la force d'impulsion n'insuffisant point sur le mouvement de roulis.

Mais il n'en est pas de même lorsque le vaisseau va obliquement, ou qu'il court au plus près, car alors la force du vent inclinant le vaisseau à côté, concourt tout entière avec les forces dont dépend le roulis ; & on observe effectivement que dans ces cas le mouvement de roulis est d'abord éteint.

## XLIV.

Ce phénomène paroit d'abord aisé à expliquer ; car puisque le vaisseau, lorsqu'il court au plus près, se trouve incliné à un côté par la force du vent, cette force, dit-on, doit modérer le roulis & empêcher qu'il ne se perpétue.

Mais quelque satisfaisante que semble cette explication au premier coup d'œil, elle perd toute la force dès qu'on l'examine plus exactement. Car considérons d'abord le vaisseau incliné à un côté par la force du vent  $VH$ , que j'envisage comme venant du côté opposé, en faisant abstraction du mouvement progressif, & le vaisseau sera incliné justes-là, ou la stabilité tiendra en équilibre la force inclinante.

Dans cet état, il y aura donc un vrai équilibre, lequel étant troublé par quelque cause que ce soit, il semble qu'il en devoit résulter un mouvement oscillatoire autour de l'état d'équilibre, en faisant des excursions de part & d'autre, tout comme dans le mouvement d'un pendule ; & jusqu'ici il ne paroît rien qui puisse arrêter la continuation d'un tel mouvement réciproque.

## XLV.

Soit  $GH$  (Fig. 9) un mât dont les voiles reçoivent l'impulsion du vent  $VH$ , la droite  $GJ$  étant verticale, & par conséquent l'angle  $JGH$  la mesure de l'inclinaison où le vaisseau se trouve en équilibre.

Concevons que le vaisseau ait acquis quelque mouvement dans le sens  $HS$ , par lequel l'inclinaison soit d'abord augmentée ; & puisque le moment de la stabilité croît avec l'inclinaison, le mouvement sera retardé jusqu'à ce qu'il soit éteint ; & ensuite le vaisseau retournera vers l'état d'équilibre  $GH$ , par un mouve-  
E ij



ment accéléré, & sera porté au-delà; & ainsi il en résulteroit un mouvement oscillatoire assez régulier; puisque la résistance n'y met pas d'obstacle sensible. Et il n'y a aucun doute que ce mouvement se continueroit presque aussi facilement que dans le cas précédent; pourvu que la force du vent sur le mât demeurât toujours la même pendant le mouvement de roulis.

## XLI.

Mais dès que le mât  $GH$  acquiert un mouvement vers  $GS$ , l'impulsion du vent devient plus petite que s'il demeurait en repos, & par conséquent le moment qui tend à rétablir le vaisseau sera plus grand. Donc le mouvement qui aura été imprimé au mât vers  $HS$  souffrira une plus forte retardation, & fera par cette raison une moindre excursion que si le mât demeurait en repos, & que l'impulsion du vent fût la même.

Ensuite, quand le mât retournera de la situation plus inclinée  $GS$  vers  $GH$ , puisque son mouvement est dirigé contre le vent, il en recevra une plus forte impulsion, qui s'opposera au moment de la stabilité, d'où la force résistante deviendra plus petite que si l'impulsion du vent demeurait la même que dans l'état de repos. Le mouvement de retour du mât sera donc moins accéléré, & quand il parviendra en  $H$ , il aura une beaucoup plus petite vitesse que celle dont il s'est éloigné, puisque les deux raisons alléguées concourent à produire cet effet.

## XLVII.

Dans les oscillations ordinaires, le corps retourne à l'état naturel, avec la même vitesse avec laquelle il en est parti; mais ici le mât étant sorti de la position  $GH$  avec une vitesse quelconque, il y reviendra avec une vitesse beaucoup plus petite; la digression suivante

vers  $J$  sera encore moindre: & puisqu'ainsi dans cette digression la retardation est plus grande, & ensuite l'accélération plus petite, au second retour en  $H$  la vitesse se trouvera encore davantage diminuée; d'où il est évident que dans ce cas le mouvement de roulis ne sauroit se conserver longtems.

Il peut même arriver que la seconde digression vers  $J$  n'ait point lieu, & qu'au retour de la première, le mouvement soit déjà éteint. Car puisque dans le mouvement par  $SH$  (Fig. 9) l'accélération est moindre que dans les oscillations ordinaires, & que dans celles-ci l'accélération à l'arrivée en  $H$  évanouit, elle deviendra même négative dans le mouvement du mât par  $SH$ ; de sorte que le mouvement en soit enfin retardé, & selon la force de l'impulsion du vent, tout-à-fait éteint; ce qui est la véritable raison pourquoi dans ces cas le roulis n'est pas continué.





## QUATRIEME PARTIE.

Des efforts que les membres d'un navire éprouvent des mouvemens de Tangage.

## XLVII.

C E que je viens de dire du mouvement de roulis, s'applique aisément à celui de tangage ; & la dernière remarque nous découvre aussi la raison pourquoi les vaisseaux qui courent vent arrière , ne sont presque point susceptibles de tangage , parce que la force qui pousse le vaisseau en avant , détruit bientôt ce mouvement.

Un vaisseau n'est donc assujéti au tangage, que quand il est en repos, ou quand il court au plus près. Or toutes les forces qui sont capables d'incliner le vaisseau, ou par la proue, ou par la poupe, le font aussi tanguer. C'est pour donc les chocs que le vaisseau reçoit par avant ou par derrière, qui lui impriment un tel mouvement, autant qu'il en résulte un moment par rapport à l'axe latitudinal du vaisseau ; & outre cela l'agitation de la surface de la mer peut produire un semblable effet.

## XLIX.

Concevons le vaisseau dans une situation inclinée autour de l'axe qui traverse le vaisseau selon sa largeur par le centre de gravité  $G$  (Fig. 10), & soit l'angle de l'inclinaison  $CDc = \phi$ .

## ET LE TANGAGE DES VAISSEAUX.

39

Que  $S$  marque ici la stabilité du vaisseau par rapport à l'axe latitudinal, & le moment de force par lequel le vaisseau tend à se rétablir en vertu de sa stabilité sera  $S \cdot \phi$ , auquel est égal le moment d'une force externe qui seroit capable de produire cette inclinaison.

Soit ensuite  $Mkk$  le moment d'inertie du vaisseau par rapport au même axe latitudinal.

Cela posé, si nous voulons décrire les efforts qu'une partie quelconque  $M$  exerce sur l'assemblage dans cet état incliné, soit la masse de cette partie  $m$ , & qu'on en tire à l'axe d'inclinaison la perpendiculaire  $Mg$ , alors la force, que l'assemblage soutient, sera  $m \cdot \frac{S \cdot \phi \cdot G M}{Mkk}$

& agira selon la direction  $Mg$  perpendiculaire à  $MG$ , & opposée à celle de la stabilité.

Cet effort sera donc d'autant plus grand, que le membre  $M$  sera plus éloigné de l'axe latitudinal, & qu'il sera plus pesant lui-même.

## L.

Le moment d'inertie  $Mkk$  étant beaucoup plus grand dans le cas du tangage que dans celui du roulis, on pourroit conclure de notre formule, que le tangage ne seroit pas si dangereux que le roulis. Mais quoique les chocs qui causent le tangage soient souvent plus rudes que ceux qui produisent le roulis, d'où le navigateur est aussi augmenté, cette seule force ne seroit jamais fort à craindre, & il faut chercher ailleurs la cause des funestes effets auxquels les vaisseaux sont quelquefois exposés par le tangage.

$M$ . Chanchot croit avoir trouvé cette cause dans l'inégalité des deux extrémités d'un vaisseau, & lorsque les fonds sont trop taillés par rapport à la ligne d'eau en charge, parce qu'en ce cas tout le soutien du navire se trouvant à la flottaison, pour peu que la lame s'échappe

soit à l'avant, soit à l'arrière, le navire doit tanguer d'une force prodigieuse.

Il n'y a aucun doute que cette raison ne soit très-bien fondée, mais il faut la ramener aux premiers principes, qui contiennent la cause immédiate des effets en question.

## L. I.

M. Chauvot a ici principalement en vue les carènes qui se rétrécissent subitement sous la ligne d'eau, tant avant que derrière; car alors dès que le vaisseau s'incline, la section faite à fleur d'eau devient subitement fort mince vers ce côté, d'où son aire étant plus petite dans l'inclinaison, la stabilité en sera diminuée; par conséquent la même force pourra produire une plus grande inclinaison: ce qui contribuera beaucoup à l'augmentation du tangage.

Pour remédier à ce défaut, on n'a qu'à donner à la carene une telle figure, que lorsque le vaisseau s'incline ou vers la proue ou vers la poupe, la section faite alors à fleur d'eau ne soit pas plus petite que celle qui convient à l'état d'équilibre; car on fait que la stabilité dépend beaucoup de l'aire de la section faite à fleur d'eau.

Il faut donc éviter une telle structure, qui rendroit cette section plus petite dans l'état incliné que dans celui d'équilibre; & il ne paroît pas qu'un égal rétrécissement vers la proue & vers la poupe puisse remédier à ce défaut, l'un & l'autre étant également dangereux.

## L. II.

Cette circonférence mérite bien d'être examinée plus soigneusement.

Soit  $AB$  (Fig. 11) la ligne d'eau pour l'état d'équilibre; & que pour les plus grandes inclinaisons, tant en arrière

arrière qu'en avant, les lignes  $aJb$  &  $aJc$  qui se trouvent à fleur d'eau, représentent en même temps les sections du navire faites à la surface de la mer.

Il faut donc que les sections  $aJb$  &  $aJc$  ne soient pas moindres que la section  $AJB$ ; par conséquent, en considérant deux gabaris,  $\pi PPR$  &  $qQ\xi S$ , l'un vers la proue & l'autre vers la poupe, si le vaisseau est plus large en  $P$  qu'en  $P$ , il faut qu'il soit plus large en  $q$  qu'en  $Q$ ; & pareillement; si la largeur est plus grande en  $Q$  qu'en  $\xi$ , il faut qu'elle soit aussi plus grande en  $\pi$  qu'en  $P$ . Les gabaris  $\pi R$  &  $qS$  doivent donc être les plus larges en  $\pi$  & en  $q$ , pendant que celui du milieu, ou le maître gabaris  $JK$ , peut avoir la plus grande largeur en  $J$ . Les plus grandes largeurs de tous les gabaris se doivent par conséquent trouver dans une ligne courbe  $a\pi Jqb$  qui s'élève vers la proue & vers la poupe.

## L. III.

Il faudroit même que les sections  $aJb$  &  $aJc$  fussent plus grandes que la section  $AJB$ , puisque ce n'est pas tant leur aire qui entre dans la détermination de la stabilité, que le moment d'inertie, qui leur convient, si on leur conçoit une épaisseur infiniment mince; ce moment d'inertie devant être pris par rapport à l'axe latéral tiré par leur centre de gravité.

Donc puisque la section  $aJb$  est plus large vers  $b$  que vers  $a$ , son centre de gravité sera plus proche de  $b$  que de  $a$ ; par conséquent, quoique la largeur vers  $b$  soit plus grande que vers  $a$ , le moment d'inertie pourroit être plus petit: de-là il s'ensuit que les aires des sections  $aJb$  &  $aJc$  doivent être non-seulement égales, mais aussi plus grandes que l'aire de la section  $AJB$ , afin que leurs moments d'inertie ne soient pas plus petits.

Il seroit bon si l'on pouvoit rendre ces momens encore plus grands que celui de la section  $AB$ .

## LIV.

Par ce moyen on obtient l'avantage, que la stabilité du vaisseau croît avec l'inclinaison, ce qui doit diminuer les inclinaisons produites par la même force.

Mais la divergence des gabaris de la même force. Mais la divergence des gabaris de la proue & de la poupe au-dessus de la surface de la mer procure encore aux vaisseaux un autre avantage, qui est que les vaisseaux courans au plus près s'inclinent moins à côté, ce qui les rend propres à porter plus de voiles. Car si dans ce mouvement oblique la seule stabilité s'opposoit à l'inclinaison, la force ne seroit que très-médiocre : il est donc fort important de donner aux navires une telle figure, que la résistance que les côtés éprouvent dans les routes obliques, produise aussi un moment qui tende à diminuer l'inclinaison.

Cet effet ne sauroit presque manquer, si les gabaris  $\pi R$  &  $q S$  sont plus larges en  $\pi$  &  $q$  qu'en  $P$  &  $Q$ , puisqu'alors la direction de la résistance s'élève davantage au-dessus de l'horizon, & quand on forme les gabaris en sorte que leurs élargissemens au-dessus de la section horizontale  $AB$  (Fig. 11) surpassent leurs rétrécissemens au-dessous, cet effet deviendra encore plus considérable.

## LV.

Mais les plus funestes effets du tangage ne sont pas causés uniquement par la force de la stabilité qui s'oppose à l'inclinaison, la résistance que le vaisseau éprouve dans ce mouvement, y a ordinairement la plus grande part.

C'est aussi à l'égard de la résistance, que le tangage

diffère principalement du roulis ; car au lieu que dans le roulis on peut presque entièrement négliger la résistance de l'eau, ce qui est la raison que ces mouvemens se conservent longtems ; il n'en est pas de même du tangage, où le vaisseau, en s'inclinant ou par la proue ou par la poupe, déplace une si grande quantité d'eau, qu'il en doit naître une très-grande résistance, qui sera d'autant plus grande que le mouvement est plus rapide ; & c'est aussi la raison pourquoi le tangage est bientôt détruit, à moins que les forces extérieures qui le produisent, ne soient répétées.

## LVI.

Pour tenir compte de l'effet de la résistance dans le tangage, il faut distinguer deux tems, l'un où le navire s'éloigne de l'état d'équilibre  $AB$  (Fig. 10), en allant à la plus grande inclinaison, & l'autre où le vaisseau revient à son état d'équilibre ; dans le premier tems la stabilité s'oppose au mouvement, & dans l'autre elle le favorise : dans l'un & l'autre la résistance s'oppose au mouvement.

Soit donc la résistance  $R$ , & son moment par rapport à l'axe de rotation  $Rr$ , la stabilité étant comme ci-dessus  $Sz$ .

Dans le premier tems, où le vaisseau s'éloigne de l'état d'équilibre, son inclinaison étant  $\phi$ , la force qu'un membre quelconque  $M$  exerce sur l'assemblage sera

$$m \cdot \frac{(Siz + Rr) \cdot \phi M}{Mkk}$$

Or dans l'autre tems où le vaisseau retourne à l'état d'équilibre à la même inclinaison  $\phi$ , cette force sera

$$m \cdot \frac{(Siz - Rr) \cdot \phi M}{Mkk}$$

## LVII.

De-là il est clair que c'est le premier tems du tangage

gagé où le vaisseau s'éloigne de l'état d'équilibre, qui est le plus dangereux à l'assemblage, puisqu'alors les deux forces de la stabilité & de la résistance se joignent ensemble. Or la force totale étant composée de deux parties, la première  $S\varphi$ , qui vient de la stabilité, est nulle au commencement du premier rem, ou  $\varphi = 0$ , & croît ensuite avec l'inclinaison; mais l'autre partie  $Rr$  qui vient de la résistance, est au commencement de ce rem la plus grande, puisque la vitesse du mouvement est alors la plus grande, & ensuite elle va en diminuant, à cause de la diminution de la vitesse; à moins qu'une nouvelle partie très considérable ne vienne subitement se plonger dans l'eau, d'où pourroit bien résulter une plus grande résistance, quoique la vitesse soit moindre.

## LVIII.

Il y a apparence que tous les effets fâcheux du tangage tirent leur origine d'une telle cause: car concevons un vaisseau dont la proue  $CA$  (Fig. 12) soit étendue au-dessus de l'eau dans un grand volume  $AX$ , qui pendant que la proue se baisse, vienne se plonger subitement dans l'eau, en la frappant d'une grande vitesse; il est clair que le moment  $Rr$  pourroit acquérir une très-grande valeur.

Quand cela n'arrive que lorsque le vaisseau a déjà acquis une médiocre inclinaison  $\varphi$ , l'effet est d'autant plus violent; et si qui sera encore augmenté, si ce corps  $AX$  se précipite avec une grande vitesse dans l'eau, & qu'il la frappe perpendiculairement.

Ensuite ce corps se trouvant à l'extrémité du vaisseau, il doit résulter de ce choc un très-grand moment par rapport au centre de gravité  $G$ , d'où le moment de toute la résistance  $Rr$  pourra devenir très-considérable.

## LIX.

Ce cas a principalement lieu dans la poupe qui porte l'accablage, car lorsque la poupe entre dans l'eau jusqu'à son fort, & cela avec une grande vitesse, tout le mouvement est presque subitement arrêté, & de-là doit naître une prodigieuse résistance, qui augmentera d'autant plus les efforts sur l'assemblage, que la vitesse sera plus grande.

Si la vitesse, avant que d'entrer jusqu'à son fort, a été petite, la vitesse de ce choc sera plus grande, d'où il peut arriver que l'effort  $m \cdot \frac{(S\varphi + Rr) \cdot GM}{Mkk}$  devienne plus foible, si le moment d'inertie  $Mkk$  est plus petit. Car alors l'effet de la seule stabilité, ou la partie  $m \cdot \frac{S\varphi \cdot GM}{Mkk}$  étant plus grande, le vaisseau, avant que de se plonger jusqu'à son fort, perdra plus de son mouvement, & la vitesse à l'entrée du fort sera moindre; d'où le moment de la résistance  $Rr$  étant plus petit, l'expression entière  $m \cdot \frac{(S\varphi + Rr) \cdot GM}{Mkk}$  pourra avoir une moindre valeur, quoique le dénominateur  $Mkk$  soit plus petit.

C'est aussi l'expédient que M. Chatehot propose pour diminuer dans ce cas le danger du tangage.

## LX.

Je ne fais pas si l'on peut toujours recourir sûrement à cet expédient, en diminuant le moment d'inertie  $Mkk$ ; car il faudroit être bien assuré que le numérateur de cette fraction  $\frac{S\varphi + Rr}{Mkk}$  fût par ce moyen dimi-

nué dans une plus grande raison que le dénominateur; ce qui dépend de quantité d'autres circonstances; & si cela n'arrivoit pas on courroit encore de plus grands risques.

## CONCLUSION.

Il semble donc plus convenable qu'en procurant au moment d'inertie la plus grande valeur, on tâche de diminuer par d'autres moyens le moment de résistance  $R'$ ; ce qui se pourroit faire en donnant au navire une telle figure, qu'avant de s'enfoncer jusqu'à son fort, il éprouve déjà une grande résistance, qui soit capable de diminuer assez sa vitesse.

Mais ensuite le fond de l'accablillage ne devoit pas être plan, mais terminé obliquement, afin que l'enfoncement se fasse peu-à-peu, & que la direction du choc ne soit pas verticale, mais inclinée à l'horizon autant qu'il se peut.

Comme le tangage est le plus dangereux, lorsque la force qui s'oppose à son mouvement est extrêmement grande, la même chose doit avoir lieu dans le mouvement de roulis, où la résistance de l'eau, que j'ai négligée ci-dessus, doit aussi augmenter les efforts des membres sur l'assemblage.

Mais le plus grand danger doit se trouver dans le roulis, lorsque le vaisseau court au plus près, & cela par la même raison qui éteint sitôt le mouvement. Car puisque la force du vent sur les voiles concourt avec la stabilité, pour s'opposer à une inclination ultérieure, les efforts des membres sur l'assemblage en sont aussi augmentés, & ils seront d'autant plus violens,

que la continuation du mouvement trouvera plus d'obstacles. Et c'est précisément le cas où le mouvement de roulis est capable de démanteler les vaisseaux: or connoissant la véritable cause de ces effets, il ne sera plus difficile de découvrir des moyens propres à les éviter.



