



1769

Recherches sur un autre construction des télescopes à réflexion

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Recherches sur un autre construction des télescopes à réflexion" (1769). *Euler Archive - All Works*. 378.
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/378>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.



R E C H E R C H E S

S U R

UNE AUTRE CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES
À RÉFLEXION. (*)

P A R M. L. E U L E R.

I.

Comme l'arrangement ordinaire dans les télescopes à réflexion répond à celui dont on se sert dans les lunettes à quatre verres, où pourtant une mauvaise imitation est cause que le champ apparent est trop petit, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire précédent; je me propose ici d'appliquer aux télescopes le même arrangement dont on se sert dans la construction des nouvelles lunettes à 5 & 6 verres, dont l'un admet une si petite ouverture, qu'elle paroît très propre à arrêter tous les rayons étrangers. Mais, pour réduire ces lunettes aux télescopes, il y faut faire un petit changement, que la nature des télescopes exige, c'est à dire, que les deux intervalles entre les trois premiers verres AB & BC deviennent égaux entr'eux, & que tant le second QBQ, qui répond au petit miroir, que le troisième RCR, qu'on met presque dans le trou du grand miroir objectif, ayent une très petite ouverture.

Planche VI.
Fig. 4.

2. Pour cet effet, je mets le second verre QBQ concave, afin qu'étant placé devant le foyer de l'objectif, il éloigne le foyer davantage jusqu'en C, où l'on met le troisième verre RCR, afin d'avoir $BC = AB$. Comme ce verre concave contribue à diminuer la confusion,

(*) Lu le 25 Février 1762.

Fig. 5. fusion causée par l'objectif à cause de sa figure, le miroir convexe QBQ , qu'on lui substitue dans le télescope, produira un semblable effet, & l'instrument en sera porté à un plus haut degré de perfection.

3. Ayant donc six verres à considérer, soient p, q, r, s, t, u , leurs distances de foyer, & les demi-diamètres de leurs ouvertures, $\pi, \pi q, \pi' r, \pi'' s, \pi''' t, \& \pi'''' u$, où, à l'exception de l'objectif, je ne considère que les parties qui contribuent au champ apparent. Soit donc Φ le demi-diamètre du champ apparent, & posant le grossissement $= m$, on aura $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi''''}{m - 1}$.

Maintenant, pour rendre ce champ aussi grand qu'il est possible, posons :

$$\pi = -\epsilon\omega; \quad \pi' = -\gamma\omega; \quad \pi'' = 0\omega; \quad \pi''' = \omega \quad \& \quad \pi'''' = -\omega,$$

& soit, pour abrégér, $M = \frac{2 + \epsilon - \gamma}{m - 1}$, pour avoir $\Phi = M\omega$.

4. Ensuite, pour les nombres qui déterminent tant les distances de foyer des verres que leurs intervalles, posons :

$$B = \frac{-b}{b - 1}; \quad C = -1; \quad D = \frac{d}{1 - d}; \quad E = \frac{-e}{e + 1};$$

$$\mathfrak{B} = b; \quad \mathfrak{C} = \infty; \quad \mathfrak{D} = d; \quad \mathfrak{E} = -e;$$

d'où nous tirons les valeurs des formules suivantes :

$$\mathfrak{B}\pi - \Phi = -(\epsilon b + M)\omega,$$

$$\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = \gamma\omega,$$

$$\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(\gamma - \epsilon - M)\omega,$$

$$\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = -(\epsilon + \gamma - \epsilon + M)\omega,$$

$$\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi = -(2 - \gamma + \epsilon + M)\omega.$$

Or la destruction des couleurs d'iris demande cette équation :

$$\epsilon + \gamma - \epsilon - M = 2 - \gamma + \epsilon + M, \text{ ou bien } \epsilon = 2(1 - \gamma + \epsilon + M).$$

5. De

5. De là les distances de foyer des verres avec leurs intervalles sont exprimés ainsi :

$$\begin{array}{l}
 p = \dots\dots\dots \\
 q = \frac{-lM}{\zeta b + M} P, \\
 r = \frac{b}{b-1} \cdot \frac{M}{\gamma} \cdot P, \\
 s = \frac{bd}{b-1} \cdot \frac{M}{\gamma - \zeta - M} P, \\
 t = \frac{bde}{(b-1)(1-d)} \cdot \frac{M}{\epsilon + \gamma - \zeta - M} P, \\
 u = \frac{bde}{(b-1)(1-d)(1+\epsilon)} \cdot \frac{M}{2 - \gamma + \zeta + M} P,
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 AB = \frac{\zeta b}{\zeta b + M} P, \\
 BC = \frac{b}{b-1} \cdot \frac{M}{\zeta b + M} P, \\
 CD = \frac{b}{b-1} \cdot \frac{M}{\gamma - \zeta - M} P, \\
 DE = \frac{bde}{(b-1)(1-d)} \cdot \frac{M}{(\gamma - \zeta - M)(\epsilon + \gamma - \zeta - M)} P, \\
 EF = \frac{bde}{(b-1)(1-d)(1+\epsilon)} \cdot \frac{M(\epsilon + 2)}{(\epsilon + \gamma - \zeta - M)(2 - \gamma + \zeta + M)} P, \\
 FO = \frac{u}{2 - \gamma + \zeta + M}.
 \end{array}
 \right.$$

Or, pour les ouvertures complètes, nous avons, en prenant $\omega = \frac{1}{4}$,

$$\begin{array}{l}
 AP = x = \dots\dots\dots \\
 BQ = \frac{M}{\zeta b + M} x + \frac{1}{4} \zeta q, \\
 CR = ox + \frac{1}{4} \gamma r, \\
 DS = \frac{M}{\gamma - \zeta - M} x + os, \\
 ET = \frac{M}{\epsilon + \gamma - \zeta - M} x + \frac{1}{4} t, \\
 FV = \frac{M}{2 - \gamma + \zeta + M} x + \frac{1}{4} u.
 \end{array}$$



6. Pour abrégér ces formules, posons $\gamma - \epsilon - M = nM$,
ou $\gamma = \epsilon + (n + 1)M$; & de là nous aurons $M = \frac{2}{m + n}$, &
 $e + \gamma - \epsilon - M = 2 - \gamma + \epsilon + M = 2 - nM = \frac{2m}{m + n}$;
donc $e = 2 - 2nM = \frac{2(m - n)}{m + n}$, & $\gamma = \epsilon + \frac{2(n + 1)}{m + n}$.
Or, en supposant $BC = AB$, nous trouvons $\epsilon = \frac{M}{b - 1}$, ou $\epsilon = \frac{2}{(b - 1)(m + n)}$;
donc $\gamma = \frac{2(bn + b - n)}{(b - 1)(m + n)}$; d'où nous tirons les mesures suivantes :

$p = \dots$	$AP = x = \dots$	$\left. \begin{array}{l} AB \\ BC \end{array} \right\} = \frac{b}{2b - 1} p,$
$q = \frac{-b(b - 1)}{2b - 1} p,$	$BQ = \frac{b - 1}{2b - 1} x + \frac{bp}{2(2b - 1)(m + n)},$	$CD = \frac{b}{b - 1} \cdot \frac{p}{n},$
$r = \frac{b}{b(n + 1) - n} p,$	$CR = \frac{bp}{2(b - 1)(m + n)},$	$DE = \frac{bd}{(b - 1)(1 - d)} \cdot \frac{m - n}{mn} p,$
$s = \frac{bd}{(b - 1)} \cdot \frac{p}{n},$	$DS = \frac{x}{n},$	$EF = 2u,$
$t = \frac{bd}{(b - 1)(1 - d)} \cdot \frac{2(m - n)}{m + n} \cdot \frac{p}{m},$	$ET = \frac{x}{m} + \frac{1}{4} t,$	$FO = \frac{m + n}{2m} u;$
$u = \frac{bd}{(b - 1)(1 - d)} \cdot \frac{2(m - n)}{3m - n} \cdot \frac{p}{m},$	$FV = \frac{x}{m} + \frac{1}{4} u.$	

& le demi-diamètre du champ $\phi = \frac{1718}{m + n}$ minutes.

7. Maintenant il faut donner à b une valeur telle que $\frac{b - 1}{2b - 1} x$
devienne une partie de x , d'autant plus petite que le grossissement m
est

est grand. Pour cet effet, posons $\frac{b-1}{2b-1} = \frac{1}{\mu}$, d'où résulte

$b = \frac{\mu-1}{\mu-2}$. Ensuite il faut remarquer que, pour un grossissement m donné, on prend $p = \frac{1}{15} m \sqrt[3]{m}$ & $x = \frac{m}{30}$. De là nous

aurons :

$$BQ = \frac{m}{30\mu} + \frac{(\mu-1)m\sqrt[3]{m}}{20\mu(m+n)} \quad \& \quad CR = \frac{(\mu-1)m\sqrt[3]{m}}{20(m+n)}.$$

Or les circonstances de ces télescopes demandent, que BQ soit un peu plus grand que CR; & par cette raison posons $\frac{m}{30\mu} =$

$\frac{(\mu-1)m\sqrt[3]{m}}{20(m+n)}$, & partant $m+n = \frac{3}{2}\mu(\mu-1)\sqrt[3]{m}$, ou bien

$\mu(\mu-1) = \frac{2(m+n)}{3\sqrt[3]{m}}$, donc $\mu\mu - \mu > \frac{2}{3}\sqrt[3]{m^2}$, & $\mu > \frac{1}{2} +$

$\sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{m^2}\right)}$, ou $\mu > \frac{1}{2} + \frac{5}{6}\sqrt[3]{m}$. On pourra donc prendre

$\mu = \sqrt[3]{m}$, ou à peu près, puisqu'il ne s'agit pas ici de précision: & par ce moyen on satisfait à la condition prescrite, que, pour les grands grossissemens, le trou du miroir devient une partie de plus en plus petite de la surface entière.

8. Or, posant $b = \frac{\mu-1}{\mu-2}$, en prenant $\mu = \sqrt[3]{m}$ environ, ou tant soit peu plus grand, ou bien plus exactement

$\mu = \frac{5}{6}\sqrt[3]{m} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6\sqrt[3]{m}}$, nos mesures pour la construction du té-

lescope se réduisent aux formules suivantes :



$$\begin{array}{l}
 p = \sqrt[3]{m^3} \text{ pouces,} \\
 q = \frac{-(\mu - 1)}{\mu(\mu - 2)} p, \\
 r = \frac{\mu - 1}{n + \mu - 1} p, \\
 s = d \cdot (\mu - 1) \frac{p}{n}, \\
 t = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{2(\mu - 1)(m - n)}{m + n} \cdot \frac{p}{m}, \\
 u = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{2(\mu - 1)(m - n)}{3m - n} \cdot \frac{p}{m},
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 AP = x = \frac{m}{30} \text{ pouces} \\
 BQ = \frac{x}{\mu} + \frac{\mu - 1}{2\mu(m + n)} p, \\
 CR = \frac{\mu - 1}{2(m + n)} p, \\
 DS = \frac{x}{n}, \\
 ET = \frac{x}{m} + \frac{1}{4} t, \\
 FV = \frac{x}{m} + \frac{1}{4} u,
 \end{array}
 \right.
 \left.
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} AB \\ BC \end{array} \right\} = \frac{\mu - 1}{\mu} p, \\
 CD = (\mu - 1) \frac{p}{n}, \\
 DE = \frac{d}{1-d} \cdot \frac{(\mu - 1)(m - n)}{n} \cdot \frac{p}{m} = \frac{(m + n)t}{2n}, \\
 EF = 2u, \\
 FO = \frac{m + n}{2m} u;
 \end{array}
 \right.$$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{1718}{m + n}$ minutes;

où il est clair que dans les dernières ouvertures la partie $\frac{x}{m} = \frac{1}{36}$ pouce est si petite, qu'on la peut négliger sans faute.

9. Ayant déterminé le nombre μ , il nous reste encore deux nombres n & d , qui sont laissés à notre choix. Pour le premier n , il est clair, que plus on le prend petit, plus aussi le champ est augmenté; mais cet accroissement est peu sensible dans les grands grossifemens. Il faut donc plutôt avoir égard à la longueur de la lunette, dont les parties CD & DE deviendroient excessives, si l'on prenoit le nombre n trop petit. Il semble même qu'on fera très bien de prendre $n > \mu$, non seulement pour rendre DS plus petit que BQ ou CR, mais pour y ménager une très petite ouverture. Pour l'autre nombre d , on le peut prendre en sorte, que la distance de foyer du dernier oculaire u devienne d'une grandeur donnée, par exemple, d'un

d'un pouce: attendu que de trop petits oculaires caufent une confusion très sensible.

*I. Développement d'un tel Telescope
qui grossit 25 fois.*

10. Puisque $m = 25$, nous aurons pour la distance de foyer du grand miroir $p = 7\frac{1}{3}$ pouce, & $x = \frac{1}{3}$ pouce; donc $\frac{x}{\mu} = \frac{5}{6\mu}$, & $CR = \frac{\mu - 1}{25 + n} \cdot \frac{11}{3}$. Posons $n = 2\mu$, & pour rendre ces deux valeurs égales, il faut prendre $\mu = 3\frac{1}{3}$, & soit $n = 7$; d'où nous tirons les valeurs suivantes:

$p = 7,333,$	$AP = 0,833,$	$AB \} = 5,133,$
$q = -3,850,$	$BQ = 0,330,$	$BC \} = 2,444,$
$r = 1,833,$	$CR = 0,267,$	$DE = \frac{44}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$
$s = \frac{22}{9}d,$	$DS = 0,119,$	$EF = 2u,$
$t = \frac{77}{100} \cdot \frac{d}{1-d},$	$ET = \frac{1}{4}t,$	$FO = \frac{16}{25}u;$
$u = \frac{154}{425} \cdot \frac{d}{1-d};$	$FV = \frac{1}{4}u,$	

& le demi-diametre du champ $\phi = 54'$.

11. Posons maintenant $u = 1$ pouce, &, à cause de $\frac{d}{1-d} = \frac{425}{154}$, nous aurons $d = \frac{425}{579}$, d'où le telescope sera déterminé de cette sorte:

$p =$

$p = 7,333,$	$AP = 0,833,$	$AB \} = 5,133,$
$q = -3,850,$	$BQ = 0,330,$	$BC \} = 5,133,$
$r = 1,833,$	$CR = 0,267,$	$CD = 2,444,$
$s = 1,794,$	$DS = 0,119,$	$DE = 4,857,$
$t = 2,125,$	$ET = 0,531,$	$EF = 2,000,$
$u = 1,000,$	$FV = 0,250,$	$FO = 0,640.$

& le demi-diametre du champ $\phi = 54'$.

Ici la longueur du grand tuyau surpassera un peu 5 pouces, mais celle du petit qui contient les verres, devient presque de 10 pouces.

II. Développement d'un tel Telescope qui grossit 50 fois.

12. Puisque $m = 50$, la distance de foyer du grand miroir devient $p = 18$ pouces, & son demi-diametre $x = 1\frac{2}{3}$. Prenons $\mu = 4$, & puisque $\frac{x}{\mu} = r^s r$, & $CR = \frac{3.9}{50 + n}$, ces deux valeurs deviennent à peu près égales en prenant $n = 10$, & cette valeur sert aussi à diminuer le tuyau qui contient les verres, CO. Nous aurons donc:

$p = 18$ pouces,	$AP = 1,667,$	$AB \} = 13,500,$
$q = -6,750,$	$BQ = 0,529,$	$BC \} = 13,500,$
$r = 4,154,$	$CR = 0,450,$	$CD = 5,400,$
$s = \frac{27}{5} d,$	$DS = 0,167,$	$DE = \frac{108}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$
$t = \frac{36}{25} \cdot \frac{d}{1-d},$	$ET = \frac{1}{4} t,$	$EF = 2u,$
$u = \frac{108}{175} \cdot \frac{d}{1-d},$	$FV = \frac{1}{4} u,$	$FO = \frac{3}{5} u;$

& le demi-diametre du champ $\phi = 29'$.

13. Supposons de plus encore $u = 1$ pouce, & puisque $\frac{d}{1-d} = \frac{1}{\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{2}}$, nous aurons $d = \frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{2}$, d'où nous tirons le devis suivant pour la construction du télescope :

$p = 18,000,$	$AP = 1,667,$	$AB \} = 13,500,$
$q = -6,750,$	$BQ = 0,529,$	$BC \} = 13,500,$
$r = 4,154,$	$CR = 0,450,$	$CD = 5,400,$
$s = 3,339,$	$DS = 0,167,$	$DE = 7,000,$
$t = 2,333,$	$ET = 0,583,$	$EF = 2,000,$
$u = 1,000,$	$FV = 0,250,$	$FO = 0,600;$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 29'$.

Ici la longueur du grand tuyau AB devient $13\frac{1}{2}$ pouces, mais celle du petit CO = 15 pouces.

III. Développement d'un tel Télescope qui grossit 100 fois.

14. Puisque $m = 100$, nous pourrons prendre $p = 45$ pouces, & $x = 3\frac{1}{2}$ pouces, & $n = 20$; d'où nous tirons les mesures suivantes, en posant $\mu = 5$:

$p = 45$ pouces,	$AP = 3,333,$	$AB \} = 36,000,$
$q = -12,000,$	$BQ = 0,813,$	$BC \} = 36,000,$
$r = 7,500,$	$CR = 0,750,$	$CD = 9,000,$
$s = 9d,$	$DS = 0,167,$	$DE = 7,200 \frac{d}{1-d},$
$t = \frac{12}{5} \cdot \frac{d}{1-d},$	$ET = \frac{1}{4}t,$	$EF = 2u,$
$u = \frac{36}{35} \cdot \frac{d}{1-d},$	$FV = \frac{1}{4}u,$	$FO = \frac{3}{2}u;$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 14'$.

15. Si nous posons maintenant $u = 1$, & partant $\frac{d}{1-d} = \frac{3}{5}$, & $d = \frac{3}{8}$, nous aurons le devis suivant :

$p = 45,000,$	$AP = 3,333,$	$AB \} = 36,000,$
$q = 12,000,$	$BQ = 0,813,$	$BC \} = 9,000,$
$r = 7,500,$	$CR = 0,750,$	$CD = 7,000,$
$s = 4,436,$	$DS = 0,167,$	$DE = 2,000,$
$t = 2,333,$	$ET = 0,583,$	$EF = 0,600,$
$u = 1,000,$	$FV = 0,250,$	$FO = 0,600;$

& le demi-diametre du champ $\phi = 14'$.

La longueur du grand tuyau AB fera donc de 36 pouces; or celle du tuyau CO, qui contient les verres, fera de $18\frac{3}{8}$ pouces.



