1768

Construction des objectifs composés de deux différentes sortes de verre qui ne produisent aucune confusion, ni par leur ouverture, ni par la différente réfrangibilité des rayons, avec la manière la plus avantageuse d'en faire des lunettes

Leonhard Euler

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS DE DEUX DIFFÉRENTES SORTES DE VERRE QUI NE PRODUISENT AUCUNE CONFUSION, NI PAR LEUR OUVERTURE, NI PAR LA DIFFÉRENTE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS, AVEC LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE D'EN FAIRE DES LUNETTES. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir déjà plusieurs fois traité cette matiere, je me vois obligé d'y revenir par les découvertes surprenantes qu'on vient de faire sur la nature du verre & de ses différentes especes. Je n'ai pas honte d'avouer franchement, que les premieres nouvelles qui en ont été publiées, me parurent trop suspectes, & même trop contraires aux principes les mieux établis, pour que j'aye pu y ajouter foi. Qu'il y ait deux especes de verre, où la réfraction des rayons moyens seroit à peu près la même, pendant que celle des extremes différeroit très énormément, cela me parut choquer le bon sens. Peut-être ne me serois-je jamais rendu aux preuves, que Mr. Dollond a produites pour soutenir cet étrange phénomene, si Mr. Clairaut, qui d'abord

(*) Lu en 1764.

bord n'en devoit pas être moins ſurpris, ne m'avoit très poſitivement aſſuré, que les expériences de Mr. Dollond n'étoient que trop bien fondées. Mais enfin les expériences que Mr. Zeiher vient de faire à Pétersbourg, ont achevé de me ramener de ma prévention, cet habile Phyſicien ayant inconteſtablement prouvé, que c'eſt le plomb dont on ſe ſert dans quelques compoſitions du verre, qui y produit cette bizarre qualité d'augmenter la diſperſion des rayons extremes, ſans changer ſenſiblement la réfraction des moyens. Et en augmentant la quantité du plomb dans la mixture, il eſt même parvenu à compoſer un verre, qui produit encore une plus grande diſperſion que le Flintglaſs de Mr. Dollond.

II.

Maintenant il faut donc entierement renoncer à ce principe, qui a paru juſqu'ici ſi bien fondé, que la diſperſion des rayons extremes dépend uniquement de la réfraction des rayons moyens: & on eſt obligé de convenir, que la diſperſion dépend principalement de la qualité du verre, ſans que la réfraction moyenne en ſoit ſenſiblement affectée. Pour mettre mieux dans ſon jour cette bizarre qualité, & pour la rendre applicable au calcul, conſidérons une eſpece de verre, où les rayons moyens en y entrant de l'air ſouffrent la réfraction comme $m : 1$; ou bien que le ſinus de l'angle d'incidence ſoit à celui de réfraction comme m à 1. Or, pour les rayons rouges ou les moins réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m - dm : 1$, & pour les rayons violets ou les plus réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m + dm : 1$. Car, puisque les rayons moyens tiennent le milieu entre les moins & les plus réfrangibles, il ſera permis d'écarter également la réfraction des extremes de celle des moyens: & outre cela il ſera également permis de regarder ces différences dans la réfraction comme très petites, & de les repréſenter par la forme différentielle dm. Cela poſé, il faut à préſent convenir que ce différentiel dm ne dépend en aucune maniere de la quantité m, mais uniquement de la qualité du verre, de ſorte que la quantité m demeurant la même, la valeur du différentiel dm puiſſe varier très conſidérablement.

III.

III.

Considérons maintenant deux différentes especes de verre, & distinguons l'une par la lettre M, & l'autre par N. Or les réfractions de toutes sortes de rayons soyent représentées ainsi :

la raison de réfraction de l'air dans le verre	M	N
des rayons rouges - - - - -	$m - dm : 1$	$n - dn : 1$
des rayons moyens - - - - - -	$m : 1$	$n : 1$
des rayons violets - - - - -	$m + dm : 1$	$n + dn : 1$,

où il faut remarquer, que quoique la différence entre les nombres m & n, qui répondent à la réfraction des rayons moyens, soit presque insensible, celle des différentiels dm & dn peut être très considérable, attendu que Mr. Zeiher a trouvé par ses expériences, que si l'espece M est composée d'une égale quantité de plomb & de cailloux, pendant qu'il n'y entre point de plomb dans l'espece N, le différentiel dm, d'où dépend la dispersion des rayons, est trois fois plus grand que le différentiel dn, tandis que le nombre m surpasse à peine le nombre n. Donc, puisqu'on peut mettre plus ou moins de plomb dans la mixture du verre M, pendant que le verre N n'en contient point du tout, on est en état de faire plusieurs especes de verre M, dont la dispersion dm tienne à dn des rapports fort différens, depuis la raison d'égalité jusqu'à celle de 3 à 1, supposé que celle-ci soit la plus grande à laquelle on puisse atteindre en égalant la quantité du plomb à celle des cailloux. Mais, pour le dessein que j'ai ici en vue, la raison de 2 à 1 n'est déjà que trop suffisante.

IV.

Or, dès qu'on nous accorde deux especes de verre M & N, où le rapport entre les dispersions, ou de dm à dn, surpasse considérablement le rapport de $m - 1$ à $n - 1$, il est possible de combiner deux verres formés de ces deux especes, & d'en faire un objectif composé, qui réunisse dans son foyer toutes les images représentées par les rayons différemment réfrangibles, en sorte que l'image y soit aussi pure, que s'il n'y avoit point de diverse réfrangibilité. Pour cet effet, il s'agit uniquement de proportionner d'une certaine façon les distances de foyer de ces deux verres entr'elles, sans que les rayons des faces en soyent autrement déterminés, qu'autant qu'il faut pour procurer à chacun une certaine distance de foyer. Donc, en ne donnant aux faces que des figures sphériques, on est en état de les déterminer en sorte, que la confusion causée par la figure sphérique, & de là par l'ouverture des verres, soit aussi réduite à rien, ou bien que tant les rayons qui passent par le milieu des verres, que ceux qui passent près de leurs bords, représentent dans leur foyer la même image. De tels verres objectifs composés seront donc portés au plus haut degré de perfection qu'on puisse souhaiter, puisque tant la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons, que celle qui provient de la figure des verres, y est entierement détruite: de sorte qu'un tel objectif sera susceptible d'une aussi grande ouverture que la courbure de ses faces le permet, sans qu'on ait à craindre le moindre inconvenient.

V.

Explication du sujet.

Planche XI. Fig. 1.

Pour trouver de tels objectifs délivrés de toute confusion, il faut commencer par la considération de deux verres quelconques MM & NN, disposés sur le même axe EF, dont celui là soit fait de l'espece de verre marquée ci-dessus par la lettre M, & celui-ci de l'espece N. J'envisage l'un & l'autre de ces deux verres comme convexe des deux côtés, & je nommerai les rayons de leurs faces, de MAM $= a$; de MBM $= b$; de NCN $= c$; de NDN $= d$. Or pour l'épaisseur de chacun je la suppose si petite, qu'on la puisse négliger dans le calcul; mais outre cela je tiendrai aussi compte de la distance entre ces deux verres, que je nommerai BC $= u$.

Cela posé, je conçois sur l'axe en E un point lumineux dont la distance avant le premier verre MM soit EA $= e$, & je chercherai la route des rayons qui passent par le verre MM à la distance AX $= x$ de l'axe. Comme tous ces rayons en passant par le premier verre MM

MM souffrent la même réfraction, soit F le point où ils concourroient avec l'axe s'ils ne passoient pas par l'autre verre NN, & je nommerai la distance BF $= f$. Or, puisque ces mêmes rayons rencontrent le second verre NN à la distance de l'axe CY $= y$, soit G le point de leur réunion avec l'axe, après avoir passé par ce second verre, & nommons la distance DG $= g$.

Maintenant la question revient à déterminer les conditions en sorte, que le point G demeure invariable, quoiqu'on change tant la réfraction de chaque verre, que l'éloignement AX $= x$.

VI.

De la réfraction par la premiere face MAM.

Soit a le centre de la premiere face MAM, & partant le rayon $Aa = Xa = a$: & cherchons dabord le point O, où les rayons réfractés par cette seule face se réunissent avec l'axe, & posons la distance AO $= z$. Ayant tiré du point X à l'axe la perpendiculaire XP $= x$, Fig. 2.
on aura la flêche AP $= \frac{xx}{2a}$ assés exactement pour les cas où l'angle AaX est aussi petit qu'il faut absolument le supposer dans cette recherche. Donc, puisque EA $= e$, nous aurons EP $= e + \frac{xx}{2a}$, & partant $EX = \sqrt{(ee + \frac{exx}{a} + xx)} = e + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2e}$: ensuite, à cause de OP $= z - \frac{xx}{2a}$, nous aurons semblablement

$$XO = \sqrt{(zz - \frac{2xx}{a} + xx)} = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z}.$$

Or la réfraction des rayons moyens se faisant selon le rapport $m : 1$, de sorte que sin EXa : sin $OXa = m : 1$, la Géométrie nous fournit cette proportion:

$$m : 1 = Ea . XO : Oa . EX = (e + a) XO : (z - a) EX,$$

d'où

d'où nous tirons

$$m\,(z-a)\left(e+\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2e}\right)=(e+a)\left(z-\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2z}\right).$$

Divisons cette équation par eaz, pour avoir

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}+\frac{xx}{2ee}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}\right).$$

Donc, si xx évanouissoit, nous aurions

$$\frac{m}{a}-\frac{m}{z}=\frac{1}{a}+\frac{1}{e},\ \text{\& partant}\ \frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me},$$

& cette valeur de $\frac{1}{z}$ approche déjà tant de la vérité, quoique l'intervalle $AX = x$ ne soit pas évanouissant, qu'il suffira de se servir de cette valeur dans les termes $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}$, qui sont déjà si petits d'eux-mêmes.

VII.

Donc, puisque $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}=-\frac{1}{2}xx\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\frac{1}{z}$, à cause de $\frac{1}{a}-\frac{1}{z}=\frac{1}{ma}+\frac{1}{me}$, cette quantité deviendra

$$-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{m-1}{a}-\frac{1}{e}\right)=-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{aa}+\frac{m-2}{ae}-\frac{1}{ee}\right),$$

& partant notre équation sera

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}-\frac{xx}{2ee}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{(m-1)xx}{2mmaa}-\frac{(m-2)xx}{2mmae}+\frac{xx}{2mmee}\right).$$

Divi-

Divisons cette équation par $1 + \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, ou ce qui revient au même, multiplions-la par $1 - \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, & négligeant les quarrés quarrés de x, nous aurons:

$$m\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)\left(1 + \frac{(m-1)xx}{2mmaa} - \frac{(mm+m-2)xx}{2mmae} + \frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

d'où nous tirons enfin

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{me} + \frac{1}{m}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)\left(\frac{(m-1)xx}{2mmaa} + \frac{(mm-m+2)xx}{2mmae} + \frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

ou bien

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{m} + \frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)\left(\frac{1}{aa} + \frac{m+2}{ae} + \frac{m+1}{ee}\right),$$

qui se réduit à cette forme plus simple,

$$\frac{1}{z} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{me} + \frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{e}\right),$$

d'où l'on voit, combien la distance $AO = z$ varie à cause de l'éloignement $AX = x$ de l'axe, où les rayons du point E tombent sur la face MAM: & puisque les termes qui renferment le quarré xx sont toujours très petits, l'équation que nous venons de trouver pour la valeur de z ne sauroit être plus simple.

VIII.

De la réfraction par le premier verre MM.

Or ces rayons, qui par la premiere réfraction se réuniroient avec l'axe au point O, sont réfractés par la seconde face MBM au point F, ayant posé la distance $BF = f$. Donc réciproquement, s'il

y avoit

y avoit en F un point lumineux, les rayons qui en tomberoient ſur la face MBM dont le rayon eſt $= b$, à la diſtance B$x = x$ de l'axe, en ſeroient réfractés au même point O, d'où l'évolution du cas précédent s'appliquera aiſément à celui-ci, en écrivant au lieu des lettres e, a & z, celles-ci, f, b & $-z$, puiſqu'ici le point O tombe du même côté que le point lumineux F. Donc, parce que la réfraction ſuit la même raiſon $m : 1$, & qu'à cauſe que nous négligeons l'épaiſſeur du verre AB, la diſtance Bx eſt auſſi $= x$, nous aurons cette formule,

$$-\frac{1}{z} = \frac{m-1}{mb} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right),$$

qui étant ajoutée à la précédente fournit celle-ci,

$$\left.\begin{aligned}&\frac{m-1}{a}+\frac{m-1}{b}-\frac{1}{e}-\frac{1}{f}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)\\&\qquad+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right)\end{aligned}\right\} = 0,$$

d'où il faut à préſent conclure la valeur de f, ou la diſtance BF $= f$.

IX.

Pour cet effet, j'obſerve encore, que puiſque les termes affectés par xx ſont fort petits, il y aura fort à peu près $\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e}$, & partant il ſuffira d'écrire cette valeur au lieu de $\frac{1}{f}$, dans les petits termes affectés par xx, d'où nous tirerons cette égalité,

$$\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e} + \frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)$$

$$+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{a}+\frac{m}{b}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{mm-1}{a}+\frac{mm}{b}-\frac{m-1}{e}\right),$$

& pour la réduire à une forme plus commode, poſons

$\frac{1}{a}$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p}\ \ \&\ \ \frac{1}{a}+\frac{1}{e}=\frac{1}{r},\text{ de forte que}$$

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{r}-\frac{1}{e}\ \ \&\ \ \frac{1}{b}=\frac{1}{p}-\frac{1}{r}+\frac{1}{e},$$

& notre équation deviendra,

$$\frac{1}{f}-\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\cdot\frac{1}{rr}\left(\frac{1}{r}+\frac{m}{e}\right)+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m}{p}-\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{mm}{p}-\frac{1}{r}-\frac{m}{e}\right),$$

qui se réduit à celle-ci

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mp}\left(\frac{m^3}{p^2}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}+\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right).$$

Voilà donc une formule assez simple, qui nous indique le lieu de l'image F formée par les rayons du point lumineux E, qui tombent sur le verre MM à la distance AX $=x$ de l'axe EF, la distance de l'objet E avant le verre étant AE $=e$, & celle de l'image F derriere le verre BF $=f$.

X.

De la réfraction par les deux verres MM *&* NN *ensemble.*

Considérons maintenant les deux verres MM & NN ensemble, entre lesquels l'intervalle BC est supposé $=u$, & puisque le premier verre MM représente l'image de l'objet E en F, dont je viens de déterminer le lieu F, en supposant que le second verre NN la réduise en G, on peut regarder la chose comme si l'objet étoit en G, à la distance DG $=g$, & alors il faut que l'image en soit réduite au même point F par la réfraction du second verre NN. Donc, pour appliquer à ce cas la formule déjà trouvée, au lieu de e il faut écrire g, & au lieu des rayons a & b, les rayons d & c; or alors la distance DF devenant $=f-u$, au lieu de f nous devons écrire $-f+u$, & enfin n & y au lieu de m & x. Cela remarqué, en supposant: Fig. 1

$\frac{1}{d}+$

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{c}=\frac{1}{q},\ \&\ \frac{1}{d}+\frac{1}{g}=\frac{1}{s},$$ ou bien

$$\frac{1}{d}=\frac{1}{s}-\frac{1}{g}\ \&\ \frac{1}{c}=\frac{1}{q}-\frac{1}{s}+\frac{1}{g},$$

nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\frac{(n-1)yy}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right),$$

où il faut remarquer que les intervalles x & y dépendent en sorte l'un de l'autre, que $x : y = f : f - u$.

XI.

Soit, tant pour abréger que pour profiter mieux de ces formules,

$$\frac{m-1}{2mp}\left(\frac{m^3}{pp}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}-\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right)=\mathrm{P},\ \&$$

$$\frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right)=\mathrm{Q},$$

& nos deux équations, d'où il faut tirer la solution de notre probleme, seront,

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\mathrm{P}xx,\ \&\ \frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\mathrm{Q}yy,$$

qui étant renversée donnent

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p+\mathrm{P}pexx}\ \&\ u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q+\mathrm{Q}qgyy},$$

ou bien, à cause de la petitesse des termes affectés par xx & yy,

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p}-\frac{\mathrm{P}ppeexx}{((m-1)e-p)^2},\ \&$$

$$u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q}-\frac{\mathrm{Q}qqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

d'où

d'où nous tirons, en éliminant la diſtance f,

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qqqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

XII.

Rejettons d'abord les termes affectés par xx & yy, comme très petits, pour avoir à peu près

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p} \;\&\; u - f = \frac{qg}{(n-1)g-q},$$

& ces valeurs nous découvriront aſſez exactement le rapport entre les quantités x & y, d'où nous tirons

$$y = \frac{f-u}{f}x = -\frac{qg\,((m-1)e-p)}{pe\,((n-1)g-q)}x,$$

& de là notre équation ſe changera en cette forme:

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{Pppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qq^4g^4((m-1)e-p)^2xx}{ppee((n-1)g-q)^4},$$

dont la valeur doit reſter la même, ſoit qu'on faſſe varier les réfractions m & n en ſubſtituant à leur place $m \pm dm$ & $n \pm dn$, ſoit qu'on varie la valeur de xx depuis zéro juſqu'à la plus grande ouverture dont ces verres ſont ſuſceptibles. Cette derniere circonſtance demande abſolument qu'il ſoit

$$\frac{Pp^4e^4}{((m-1)e-p)^4} + \frac{Qq^4g^4}{((n-1)g-q)^4} = 0,$$

& alors on aura $u = \dfrac{pe}{(m-1)e-p} + \dfrac{qg}{(n-1)g-q}$.

XIII.

Destruction de la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons.

Il faut d'abord remarquer que, ni la distance entre les verres BC $= u$, ni les rayons des faces a, b, c, d, ne dépendent de la réfraction, & puisque tant la distance de l'objet AE $= e$, que le lieu de l'image G ou la distance DG $= g$ doit demeurer la même, les quantités p, q, r, s doivent être traitées comme constantes, de sorte que l'équation $u = \frac{pe}{(m-e)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}$, ne renferme que les deux quantités variables m & n, d'où la différentiation donne

$$\frac{peedm}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qggdn}{((n-1)g-q)^2} = 0.$$

Or, par la nature des deux especes de verre M & N, le rapport de dm à dn, qui est celui de la dispersion, est donné: donc, si nous posons $dm = \lambda dn$, nous aurons cette équation

$$\frac{\lambda pee}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qgg}{((n-1)g-q)^2} = 0,$$

d'où l'on doit déduire le rapport entre les lettres p & q, en considérant les distances e & g comme données.

XIV.

Supposons $\frac{pe}{(m-1)e-p} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{qg}{(n-1)g-q} = \frac{1}{2}(u-t)$, & de là nous tirons,

$$p - \frac{(m-1)e(u+t)}{2e+u+t};\ (m-1)e-p = \frac{2(m-1)ee}{2e+u+t},$$

$$q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t};\ (n-1)g-q = \frac{2(n-1)gg}{2g+u-t},$$

&

& puiſque la premiere équation eſt remplie par cette poſition, la derniere ſe réduit à cette forme,

$$\frac{\lambda(u+t)(2e+u+t)}{(m-1)e}+\frac{(u-t)(2g+u-t)}{(n-1)g}=o,$$

d'où l'on trouve la valeur de t,

$$t=\frac{(m-1)eu-\lambda(n-1)gu-(\lambda(n-1)-m+1)eg\pm\sqrt{((\lambda(n-1)-m+1)^2eegg-4\lambda(m-1)(n-1)egu(e+g+u))}}{\lambda(n-1)g+(m-1)e},$$

& partant, dès que les diſtances e & g, avec l'intervalle des verres $BC=u$, ſont données, on tire une double valeur pour t, & de là on définira les quantités p & q.

XV.

Mais, comme il s'agit de verres objectifs pour des lunettes, la diſtance des objets $AE=e$, peut être regardée comme infinie, & cette circonſtance nous conduit à cette expreſſion,

$$t=\frac{(m-1)(u+g)-\lambda(n-1)g\pm\sqrt{((\lambda(n-1)-m+1)^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où il eſt clair, qu'il faut de toute néceſſité qu'il ſoit

$$u<\frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2g}{4\lambda(m-1)(n-1)},$$

ou bien l'intervalle entre les verres ne doit pas ſurpaſſer cette limite. Or, ayant trouvé la quantité t, on aura,

$$p=\tfrac{1}{2}(m-1)(u+t),\ \&\ q=\frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t},$$

d'où les diſtances de foyer de nos deux verres MM & NN ſont déterminées, puiſque la diſtance de foyer du premier verre MM eſt $=\frac{p}{m-1}=\frac{1}{2}(u+t)$, & celle de l'autre $=\frac{q}{n-1}=\frac{g(u+t)}{2g+u-t}$.

Il eſt auſſi bon de remarquer, que par là un certain rapport entre les

 deux

deux faces de chaque verre eſt établi, puiſque nous avons poſé $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{q}$, de ſorte que regardant l'une comme donnée, on en peut trouver l'autre. Il reſte donc encore deux quantités laiſſées à notre volonté, qui nous mettent en état de ſatisfaire à l'autre condition, qui demande que la confuſion cauſée par l'ouverture des verres ſoit réduite à rien.

XVI.

Réfléxion ſur le cas où $\lambda(n-1) = m-1$.

Le cas $\lambda(n-1) = m-1$, ou bien $\frac{dm}{dn} = \frac{m-1}{n-1}$, à cauſe de $\lambda = \frac{dm}{dn}$, nous fournit la plus importante réfléxion, puiſqu'alors il faut de toute néceſſité, que l'intervalle entre les verres $BC = u$ ſoit zéro; or de là il s'enſuit auſſi $t = o$, & ainſi tant $p = o$ que $q = o$, ou bien la diſtance de foyer de l'un & de l'autre verre, doit être infiniment petite; ce qui eſt une marque, que dans ce cas il eſt abſolument impoſſible de délivrer le verre objectif de la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc cette délivrance ne ſauroit réuſſir, qu'entant que la raiſon entre les diſperſions $dm : dn$ eſt différente de la raiſon $m - 1 : n - 1$, & de là on comprend auſſi aiſément, que pour cet effet la différence entre ces deux raiſons doit être aſſez conſidérable, afin que les diſtances de foyer de nos deux verres ne deviennent pas trop petites, puiſqu'alors on retomberoit dans un autre inconvénient, qui eſt, que les verres à cauſe de la trop grande courbure de leurs faces ne ſeroient pas ſuſceptibles d'une ouverture ſuffiſante. Donc, à moins qu'on n'ait deux eſpeces de verre, où le rapport entre les diſperſions $dm : dn$ differe aſſez conſidérablement du rapport $m - 1 : n - 1$, il eſt impoſſible de remédier à l'inconvénient de la diverſe réfrangibilité des rayons.

XVII.

XVII.

Développement du cas où l'intervalle entre les deux verres évanouit.

Or, pourvu que la quantité $\lambda(n-1) - m + 1$ ſoit aſſez conſidérablement ou plus grande ou plus petite que zéro, la conſtruction de tels objectifs, que nous avons en vue, réuſſit: alors il ſe préſente deux cas, qui méritent principalement notre attention, l'un eſt où la diſtance entre les verres $BC = u$ eſt la plus petite, ou zéro, & l'autre où elle eſt la plus grande que les circonſtances admettent. Soit donc pour le premier cas $BC = u = o$, & notre équation fournit deux valeurs pour la quantité t, qui ſont,

$$1^{\circ}.\ t = o,\ \&\ 2^{\circ}.\ t = \frac{2(m-1) - 2\lambda(n-1)}{m-1}g,$$

dont la premiere $t = o$ eſt inutile, puiſque les diſtances de foyer de nos deux verres ſeroient réduites à zéro. Ce n'eſt donc que l'autre valeur $t = 2g - \frac{2\lambda(n-1)}{m-1}g$, qui puiſſe être employée, laquelle à cauſe de $u = o$, donne

$$p = (m-1-\lambda(n-1))g,\ \&\ q = -\frac{1}{\lambda}(m-1-\lambda(n-1))g,$$

& partant la diſtance de foyer

du premier verre $MM = \frac{m-1-\lambda(n-1)}{m-1}g$, &

de l'autre verre $NN = -\frac{m+1+\lambda(n-1)}{\lambda(n-1)}g$,

de ſorte que la diſtance de foyer du premier verre MM, doit être à celle de l'autre, comme $\frac{1}{m-1}$ à $-\frac{1}{\lambda(n-1)}$, ou bien comme

$\frac{dm}{m-1}$

$\frac{dm}{m-1}$ à $-\frac{dn}{n-1}$. D'ailleurs on voit, que si le premier est convexe, l'autre doit être concave, & réciproquement.

XVIII.

Développement du cas, où l'intervalle entre les deux verres est le plus grand qu'il soit possible.

La plus grande valeur qu'on puisse donner à la distance entre les verres est $u = \frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2}{4\lambda(m-1)(n-1)} g$, qui réduit les deux valeurs de la quantité t à une seule, qui est

$$t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(3\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)} g,$$

d'où l'on tire

$$u + t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{2\lambda(m-1)(n-1)} g, \ \&$$

$$u - t = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{m-1} g, \ \& \ 2g + u - t = \frac{\lambda(n-1)+m-1}{m-1} g.$$

Maintenant ces valeurs donnent

$$p = t - \frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(n-1)} g = \frac{(m-1)^2 - \lambda\lambda(n-1)^2}{4\lambda(n-1)} g,$$

$$\& \ q = \frac{(n-1)(\lambda(n-1)-m+1)}{\lambda(n-1)+m-1} g,$$

ou bien les distances de foyer

$$\text{du verre MM} = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)} g,$$

$$\& \text{ du verre NN} = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{\lambda(n-1)+m-1} g,$$

dont

dont celle-ci eſt plus petite que dans le cas précédent; or celle-là n'eſt plus petite que lorsque $3\lambda(n-1) > m-1$, ce qui doit arriver preſque toujours.

XIX.

Sur la grandeur de l'image repréſentée en G.

Puiſque notre objectif eſt compoſé de deux verres, on ne le ſauroit conſidérer comme un ſeul, pour juger par-là enſuite du groſſiſſement produit par un verre oculaire donné, que lorſque l'intervalle entre les deux verres $BC = u$ s'évanouit. Or, pour en faire le même jugement dans les autres cas, il faut avoir égard à la grandeur de l'image repréſentée par les deux verres en G. Pour cet effet, ſoit Φ l'angle apparent de l'objet vû ſans verres, & on ſait que la grandeur de l'image repréſentée par le ſeul verre MM en F ſera $= BF \cdot \Phi = f \cdot \Phi$; or celle-ci étant tranſportée par le ſecond verre NN en G, ſa grandeur y ſera $= \frac{DG}{DF} f \Phi = \frac{fg}{f-u}\Phi$. Mais, puiſque la diſtance $AE = e$ eſt infinie, nous avons $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$, donc $f - u = \frac{1}{2}(t-u)$, & partant la grandeur de l'image repréſentée en G ſera $= \frac{u+t}{t-u} g \Phi$. Elle ſera donc préciſément auſſi grande que celle que repréſenteroit un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u} g$. Et c'eſt de là qu'il faut enſuite juger du groſſiſſement, en y appliquant des verres oculaires.

XX.

Pour développer cette formule par la valeur de t trouvée ci-deſſus, nous aurons

$$t+u = \frac{2(m-1)u + (m-1-\lambda(n-1))g + \sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1};$$

$t-u$

$$t-u=\frac{(m-1\lambda(n-1))g+\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

$$2g+u-t=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où nous tirons la distance de foyer d'un verre objectif simple équivalent

$$\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)},$$

ou bien $\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1)(2g+u-t)}{2\lambda(n-1)}$.

Or ces mêmes réductions nous fourniront aussi les distances de foyer de nos deux verres,

$$\frac{p}{m-1}=u+\frac{(m-1-\lambda(n-1))g+\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2(m-1)},$$

$$\frac{q}{n-1}=\frac{2\lambda(n-1)gu-(m-1-\lambda(n-1))gg-g\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)(g+u)},$$

ou bien

$$\frac{q}{n-1}=g-\frac{(m-1+\lambda(n-1))gg-g\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)(g+u)}.$$

XXI.

Destruction de la confusion causée par l'ouverture des verres.

L'équation trouvée ci-dessus pour ce dessein, à cause de la distance de l'objet EA $= e$ infinie, prend cette forme,

$$P\left(\frac{p}{m-1}\right)^4+Qg^4\left(\frac{q}{(n-1)g-q}\right)^4=0,$$

en désignant par P & Q les quantités suivantes,

P =

$$P = \frac{m-1}{2mp}\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

$$Q = \frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg}\right).$$

Or, si nous substituons pour p & q les valeurs déjà trouvées $\frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2gu-t}$, notre équation à résoudre sera,

$$P(u+t)^4 + Q(u-t)^4 = o, \text{ ou } Q = -P\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

d'où l'on peut chercher la valeur de r ou celle de s, de sorte que l'une de ces deux quantités reste encore arbitraire. Il s'agit donc de résoudre cette équation,

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = -\frac{n(m-1)q}{m(n-1)p}\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right)\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

où il est bon de remarquer que

$$\frac{(m-1)q}{(n-1)p} = \frac{2g(u-t)}{(2g+u-t)(u+t)} = -\frac{(m-1)(t-u)^2}{\lambda(n-1)(u+t)^2}, \text{ \& partant}$$

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right).$$

XXII.

Mais, dès qu'on a choisi deux especes de verre propres à ce dessein, & établi un certain rapport entre les quantités $BC = u$ &

DG $= q$, qu'on jugera le plus convenable, l'accompliſſement de la premiere condition fournit d'abord,

$$t = u + \frac{(m-1-\lambda(n-1))g \pm \sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où l'on tire immédiatement les quantités

$$p = \tfrac{1}{2}(m-1)(u+t),\ \&\ q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t},\ \text{ou}\ \frac{q}{p} = -\frac{(t-u)^2}{\lambda(u+t)^2},$$

& ſi l'on donne au premier verre une ouverture dont le diametre $= x$, celui de l'ouverture du ſecond verre NN doit être $y = \frac{t-u}{u+t}x$, à cauſe de $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$. Enſuite ces deux verres, joints enſemble à la diſtance BC $= u$, ſeront équivalens à un objectif ſimple dont la diſtance de foyer eſt $= \frac{u+t}{t-u}g$, quand il s'agit de juger du groſſiſſement, en y appliquant un verre oculaire. Mais, pour détruire la confuſion cauſée par l'ouverture des verres, il faut encore déterminer convenablement les deux quantités r & s, par le moyen de l'équation donnée au §. précédent; & comme cela ſe peut faire d'une infinité de manieres, on choiſira celle qu'on juge la plus propre pour ce deſſein, & alors les rayons des faces des deux verres ſeront déterminés de cette ſorte:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} : \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} : \frac{1}{c} = \frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} : \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{g}.$$

XXIII.

Il n'y a aucun doute que, parmi toutes les ſolutions que l'équation donnée au §. XXI fournit, celle-ci ne ſoit la plus convenable, qui donne les faces de nos verres les moins courbées. Or, donnant au premier verre MM une ouverture dont le diametre eſt $= x$, l'arc de ſa face de de devant contenu dans l'ouverture ſera la meſure d'un angle $= \frac{x}{a} = \frac{x}{r}$, & de ſa face de derriere $= \frac{x}{b} = x\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right)$. Mais alors, pour l'autre verre NN, le diametre de l'ouverture étant $y = \frac{t-u}{u+t}x$, la face de devant renfermera un arc qui répond à l'angle $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right)$, & celle de derriere $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right)$. Donc, parmi toutes les ſolutions de ladite équation, celle-là ſera la plus propre, qui procure à ces quatre quantités

$$\frac{1}{r};\ \frac{1}{p} - \frac{1}{r};\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right);\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right),$$

telles valeurs, que la plus petite ſoit encore la plus grande qu'il eſt poſſible.

XXIV.

On ne ſauroit entrer dans un plus grand détail ſur le développement de ces formules, pour en faire des tables dont on puiſſe ſe ſervir dans la pratique. Selon les découvertes de Mr. Zeiher, les différentes eſpeces de verres ſont trop nombreuſes, pour qu'on les puiſſe embraſſer dans de telles tables. Ainſi, pour appliquer la théorie à la pratique, je ne vois d'autre moyen, qu'après avoir choiſi deux eſpeces de verre, & en avoir déterminé tant les nombres m & n pour la réfraction moyenne que le rapport entre la diſperſion de chacune, ou le nombre $\lambda = \frac{dm}{dn}$, on faſſe le calcul ſuivant toutes les formules algébriques que j'ai données ici, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la détermination parfaite des deux verres, qui étant compoſés forment un objectif délivré de tous les défauts. Il eſt bien vrai qu'on ne ſauroit exiger une telle adresse des ouvriers, & peut-être même que des Géometres qui ne sont pas suffisamment exercés dans ces sortes de calculs, y rencontreroient encore beaucoup de difficultés. C'est donc pour frayer cette route, que je m'en vais développer le cas pour deux especes de verre données, dont le calcul pourra servir de modele dans la suite pour faire l'application à toutes les autres especes.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE

aux deux especes de verre de Mr. Dollond, dont suivant l'expérience la réfraction du Fintglass M *est* 1,58 : 1, *donc* m = 1,58, *& celle du Crownglass* N *comme* 1,53 : 1, *donc* n = 1,53. *Or pour la dispersion le rapport est tel que*

$$\frac{dm}{dn} = \lambda = \frac{3}{2}.$$

XXV.

Sur ces valeurs données on fera le calcul suivant,

$$m = 1,58 \qquad \lambda = \tfrac{3}{2};$$
$$m - 1 = 0,58 \qquad \lambda(n-1) = 0,795,$$
$$n = 1,53 \qquad \lambda(n-1) - m + 1 = 0,215,$$
$$n - 1 = 0,53 \qquad 4\lambda(m-1)(n-1) = 1,8444,$$
$$\& \; (\lambda(n-1) - m + 1)^2 = 0,046225,$$

d'où l'on aura pour les formules du §. 22,

$$t = u - \frac{0,215\,g + \sqrt{(0,046225\,gg - 1,8444\,gu)}}{0,58},$$

où j'observe que la distance BC $= u$, ne sauroit être prise que très petite: donc, puisqu'il faut toujours admettre quelque distance entre les deux verres eu égard à leurs milieux, je supposerai

$$u = \frac{0,046225}{1,8444}\,g = 0,025\,g,$$

car

car, quoique cette valeur ſoit la plus grande poſſible, on ne la ſauroit ſuppoſer plus petite dans l'exécution. De là nous aurons

$u = 0,025\, g$, & $t = 0,3457\, g$, & enſuite

$u + t = -0,3207 g$; $u - t = 0,3707 g$; $2g + u - t = 2,3707 g$.

XXVI.

Ces valeurs donnent la diſtance de foyer $\frac{p}{m-1}$ du premier verre MM négative, & celle de l'autre NN ou $\frac{q}{n-1}$ poſitive, ſavoir

$$\frac{p}{m-1} = \tfrac{1}{2}(u+t) = -0,1603 g, \ \& \ p = -0,0930 g,$$

$$\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2g+u-t} = +0,1564 g, \ \& \ q = +0,0829 g.$$

Si l'on met le diametre de l'ouverture du premier verre $MM = x$, celui du verre NN doit être $= \frac{3707}{3207} x = 1,156\, x$, & ces deux verres joints enſemble feront équivalens par rapport au groſſiſſement à un verre objectif ſimple dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u} g =$ $0,8651\, g$. Ces déterminations ſont fournies par la condition, que la confuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons doit évanouir.

XXVII.

Ayant maintenant exprimé par la quantité g les lettres u, t, p & q, prenons l'équation donnée au §. 21, que nous repréſenterons ſous cette forme,

$$\frac{1}{ss} - \frac{n(2n+1)}{(n+2)gs} + \frac{2n}{(n+2)gs} + \frac{n^3}{(n+2)qq} - \frac{nn}{(n+2)gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}$$
$$\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 \left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

 que

qui en ſubſtituant en nombres les valeurs trouvées ſe réduit à

$$\frac{1}{ss} - \frac{21,2269}{gs} + \frac{147,635}{gg} = \frac{68,309}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr}$$
$$+ \frac{0,8668}{gs} - \frac{7,999}{gg},$$

& partant on n'a qu'à réſoudre cette égalité,

$$\frac{1}{ss} = \frac{20,3601}{gs} - \frac{71,327}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr},$$

d'où l'on tire par l'extraction de racine

$$\frac{1}{s} = \frac{10,180}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{32,305}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr}\right)},$$

où il eſt bon de remarquer que

$$\frac{1}{p} = -\frac{10,752}{g}, \ \& \ \frac{1}{q} = \frac{12,062}{g}.$$

XXVIII.

Pour trouver des cas propres à la pratique, remarquons qu'il faut éviter ceux où l'une ou l'autre de ces deux fractions $\frac{1}{s}$ & $\frac{1}{r}$, deviendroit trop grande. Pour cet effet, il eſt d'abord clair, que le ſigne radical doit être pris négativement, & enſuite il faut donner l'excluſion à toutes les valeurs poſitives de r, puiſque la valeur de b en réſulteroit trop petite. Après ces remarques développons quelques cas, pour choiſir enſuite celui qui conviendra le mieux à la pratique.

	I.	II.	III.	IV.
$\frac{1}{r} =$	$\frac{0,000}{g}$	$-\frac{1,000}{g}$	$-\frac{2,000}{g}$	$-\frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{s} =$	$\frac{4,497}{g}$	$\frac{5,463}{g}$	$+\frac{6,537}{g}$	$+\frac{7,862}{g}$
$\frac{1}{p} =$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{10,752}{g}$
$\frac{1}{q} =$	$\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$	$+\frac{12,062}{g}$
$\frac{1}{a} =$	$\frac{0}{g}$	$-\frac{1,000}{g}$	$-\frac{2,000}{g}$	$-\frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{b} =$	$-\frac{10,752}{g}$	$-\frac{9,752}{g}$	$-\frac{8,752}{g}$	$-\frac{7,752}{g}$
$\frac{1}{c} =$	$\frac{8,565}{g}$	$\frac{7,599}{g}$	$\frac{6,525}{g}$	$\frac{5,200}{g}$
$\frac{1}{d} =$	$\frac{3,497}{g}$	$\frac{4,463}{g}$	$\frac{5,537}{g}$	$\frac{6,862}{g}$
$a =$	$\infty\ g$	$-1,000g$	$-0,500g$	$-0,333g$
$b =$	$-0,093g$	$-0,103g$	$-0,114g$	$-0,129g$
$c =$	$+0,117g$	$+0,132g$	$+0,153g$	$+0,192g$
$d =$	$+0,286g$	$+0,224g$	$+0,181g$	$+0,146g$.

XXIX.

Le dernier cas eſt ſans doute le plus propre pour la pratique, qui nous fournit la conſtruction ſuivante d'un objectif parfait composé de deux verres: Fig. 3.

1°. le premier verre formé de flintglaſs MM, eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0,333\ g$, & celui de l'autre face MBM $= 0,129\ g$.

2°.

2°. l'autre verre formé de crownglaſs N N eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant N C N étant $= 0,192\, g$, & celui de l'autre face N D N $= 0,146\, g$.

3°. On prend pour g une longueur à volonté, ſelon que le foyer de cet objectif composé doit être plus ou moins éloigné. Or, en établiſſant l'intervalle entre les deux verres B C $= \frac{1}{40}\, g$, le foyer tombera en G, en ſorte que la diſtance D G $= g$.

4°. Par rapport au groſſiſſement, cet objectif produira le même effet qu'un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit $= 0,865\, g$.

5°. Quand on donne au premier verre une ouverture dont le diametre $= x$, pour l'autre verre N N le diametre de l'ouverture doit être plus grand $= 1,156\, x$. Or le premier verre M M admet tout au plus une ouverture dont le diametre $= 0,064\, g$, donc celui de l'autre verre ſera $= 0,074\, g$.

6°. Puiſqu'un groſſiſſement de 100 fois en diametre demande une ouverture de 3 pouces, notre objectif ſera propre à groſſir 100 fois quand on prend $g = 45$ pouces environ; & puiſqu'il eſt équivalent à un objectif ſimple de 39 pouces, l'oculaire à y employer ſera de $\frac{39}{100}$ pouce en foyer.

XXX.

Cet effet qu'une lunette, dont la longueur ne ſeroit pas encore de 4 pieds, groſſiroit les objets 100 fois en diametre, eſt ſans doute fort ſurprenant; mais il faut auſſi conſidérer, que la conſtruction d'un tel objectif demande une exécution ſi exacte des meſures preſcrites, que le moindre défaut eſt toujours d'une grande conſéquence. Cependant, quand un tel objectif n'eſt pas aſſez propre à groſſir 100 fois, il ſera peut être très excellent pour groſſir 50 fois, & cela avec d'autant plus de clarté; & cet effet ſeroit encore très remarquable. Mais, ayant ici employé le flintglaſs pour le verre de devant M M, & le crownglaſs pour l'autre N N; il vaudra bien la peine de changer ces deux eſpeces, & de former le premier verre M M de crownglaſs & l'autre N N de flintglaſs.

CON-

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *est fait de Crownglass & l'autre* NN *de Flintglass, de sorte que*

$$m = 1,53;\ n = 1,58\ \&\ \lambda = \frac{dm}{dn} = \tfrac{2}{3}.$$

XXXI.

Par ces valeurs on trouve dabord entre t & u cette équation

$$t = u + \frac{0,14\tfrac{1}{3}g \pm \sqrt{(0,0205\tfrac{4}{9}gg - 0,8197\tfrac{1}{3}gu)}}{0,53},$$

où la plus grande valeur de u est $u = \dfrac{205\tfrac{4}{9}}{8197\tfrac{1}{3}}g = 0,025062\ g$, qu'on ne sauroit prendre plus petite dans la pratique, partant nous aurons $t = u + 0,27044\ g$, & par conséquent

$u = 0,02506g$; $t = 0,29550g$; $t + u = 0,32056g$; $t - u = 0,27044g$, & $2g + u - t = 1,72956\ g$, d'où nous tirons d'abord les distances de foyer des deux verres,

du premier MM - - $\dfrac{p}{m-1} = 0,16028\ g$,

de l'autre NN - - $\dfrac{q}{n-1} = -0,15636g$,

& ensuite $lp = 8,9291552$ - - $p = 0,08495g$,
$lq = -8,9575632$ - - $q = -0,09069g$,

ou $\dfrac{1}{p} = \dfrac{11,77185}{g}$ & $\dfrac{1}{q} = -\dfrac{11,02643}{g}$.

Ensuite, posant le diametre de l'ouverture du premier verre $= x$, celui de l'autre sera $= 0,8435\ x$. Et cet objectif composé doit être regardé comme un objectif simple, dont la distance de foyer est $= 1,1853g$.

XXXII.

Maintenant il s'agit de résoudre l'équation qui renferme les quantités r & s dans le §. 27. où posant

$$\frac{n\ (m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 = N, \text{ on trouve } l\,N = 9{,}7446983,$$

d'où notre équation se réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{ss}+\frac{20{,}2444}{gs}+\frac{133{,}9559}{gg}=\frac{275{,}7160}{gg}-\frac{40{,}6219}{gr}+\frac{1{,}9610}{rr}$$
$$+\frac{0{,}8827}{gs}+\frac{7{,}6890}{gg},$$

ou bien à celle-ci,

$$\frac{1}{ss}=-\frac{21{,}1271}{gs}+\frac{134{,}0711}{gg}-\frac{40{,}6219}{gr}+\frac{1{,}9610}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne

$$\frac{1}{s}=-\frac{10{,}5635}{g}\pm V\left(\frac{245{,}6586}{gg}-\frac{40{,}6219}{gr}+\frac{1{,}9610}{rr}\right),$$

où tant $\frac{1}{r}$ que le signe radical doit être pris positif, afin que les rayons des faces ne proviennent pas trop petits, dont voici les cas principaux:

	I.	II.	III.	IV.	V.
$\frac{1}{p}=$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$
$\frac{1}{q}=$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$
$\frac{1}{r}=$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{s}=$	$+\frac{5,1099}{g}$	$+\frac{1,3293}{g}$	$-\frac{0,9941}{g}$	$-\frac{2,0475}{g}$	$-\frac{2,9876}{g}$
$\frac{1}{a}=$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{b}=$	$\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{8,7718}{g}$	$+\frac{6,7718}{g}$	$+\frac{5,7718}{g}$	$+\frac{4,7718}{g}$
$\frac{1}{c}=$	$-\frac{15,1364}{g}$	$-\frac{11,3558}{g}$	$-\frac{9,0324}{g}$	$-\frac{7,9790}{g}$	$-\frac{7,0389}{g}$
$\frac{1}{d}=$	$+\frac{4,1099}{g}$	$+\frac{0,3293}{g}$	$-\frac{1,9941}{g}$	$-\frac{3,0475}{g}$	$-\frac{3,9876}{g}$

XXXIII.

Le dernier cas fournit la forme la plus propre pour la pratique, d'où nous concluons les rayons des faces

$a = +0,1428g$; $b = +0,20956g$; $c = -0,14207g$; $d = -0,25077g$, Fig. 4.

& partant la conſtruction ſuivante de l'objectif:

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0,1428\,g$, & celui de ſa face de derriere MBM $= 0,20956g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0,1603\,g$.

2°. L'autre verre NN de flintglaſs eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant NCN étant $= 0,14207\,g$, & celui

de

de sa face de derriere NDN $= 0,25077 g$, la distance du foyer négatif de ce verre sera $= 0,15636 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC est encore $= \frac{1}{40} g$, & g marque la distance du foyer commun G depuis le dernier verre, ou DG $= g$. Or les deux verres ensemble produisent le même grossissement, qu'un objectif simple dont la distance de foyer $= 1,1853 g$.

4°. Le diametre de l'ouverture du premier verre ne sauroit être plus grand que $0,0714 g$, d'où pour l'autre verre le diametre de l'ouverture devient $= 0,0597 g$. Donc, s'il faut trois pouces d'ouverture pour grossir 100 fois, en exprimant la distance g en pouces, cet objectif pourra grossir autant de fois $2,38 g$, en y ajoutant un oculaire d'un demi-pouce de foyer.

5°. Ainsi, pour grossir 100 fois en diametre, il faut prendre la distance DG $= g = 42$ pouces, & en y appliquant un oculaire d'un demi-pouce, la longueur de toute la lunette ne montera pas encore à 44 pouces.

XXXIV.

Il est bien clair que les objectifs de cette derniere construction, où le premier verre MM est de crownglass & l'autre NN de flintglass, sont fort préférables à ceux de la construction précédente, où l'ordre des especes étoit renversé. Car premierement, pour le même grossissement la longueur des lunettes devient un peu plus petite; mais ce qui est le principal avantage, on n'est pas réduit à un trop petit oculaire, ce qui est toujours un grand inconvénient. Ainsi, pour grossir 100 fois, il falloit dans le premier cas un verre oculaire de $\frac{38}{100}$ pouce, & dans le dernier un de $\frac{1}{2}$ pouce, ce qui paroit bien paradoxe, puisque la lunette de ce dernier cas est plus courte que celle du précédent. On peut donc établir cette regle générale, que quand on veut employer deux différentes especes de verre pour composer des objectifs parfaits, il est toujours fort avantageux d'employer l'espece qui produit la plus grande dispersion, pour en former le dernier verre NN, qui sera alors concave, pendant que le premier MM fait du verre ordinaire est convexe.

SUP-

SUPPLÉMENT.

XXXV.

En finiſſant ces recherches je reçois une lettre de Mr. Zeiher de Pétersbourg du 30 Janvier 1764. v. ſt. dans laquelle il me communique une deſcription plus détaillée du ſuccès de ſes expériences. Maintenant on ne ſauroit plus douter que ce ne ſoit le plomb, qui entrant dans la compoſition du verre, y produiſe cette ſurprenante diſperſion des rayons. Mr. Zeiher n'a employé que du *Minium* & des cailloux, & les diverſes proportions entre ces deux matieres lui ont fourni les ſix eſpeces de verre, dont la réfraction moyenne & le rapport de la diſperſion à celle du verre commun, qui eſt le même que le crownglaſs d'Angleterre, ſe ſont trouvés de la maniere ſuivante:

	Rapport du Minium aux cailloux.	Réfraction moyenne de l'air dans le verre.	Rapport de la diſperſion à celle du verre commun crownglaſs.
I. - - -	3 : 1	2028 : 1000	4800 : 1000
II. - - -	2 : 1	1830 : 1000	3550 : 1000
III. - - -	1 : 1	1787 : 1000	3259 : 1000
IV. - - -	$\frac{3}{4}$: 1	1732 : 1000	2207 : 1000
V. - - -	$\frac{1}{2}$: 1	1724 : 1000	1800 : 1000
VI. - - -	$\frac{1}{4}$: 1	1664 : 1000	1354 : 1000.

XXXVI.

Par cette table on voit d'abord qu'une plus grande quantité de plomb produit non ſeulement une plus grande diſperſion, mais qu'elle augmente auſſi très conſidérablement la réfraction moyenne. La premiere de ces eſpeces, qui contient trois fois plus de minium que de cailloux, doit paroître extrèmement étrange, puiſque juſqu'ici on n'a connu aucun corps tranſparent, dont la réfraction ait ſurpaſſé la raiſon de 2 à 1; & que la diſperſion de ce verre ſoit preſque 5 fois plus grande que celle du crownglaſs, c'eſt ce qui ſurpaſſera toute croyance pour ceux qui ont douté de cette propriété du flintglaſs, dont l'effet eſt encore trois fois plus petit. Cependant on remarque dans ces eſpeces un certain rapport entre la réfraction moyenne & la diſperſion, qui pourroit conduire à quelque idée pour concilier ces effets ſurprenans avec les principes de nos connoiſſances.

XXXVII.

Mais voici encore une autre découverte de Mr. Zeiher qui, n'étant pas moins ſurprenante, dérangera toutes les meſures qu'on peut avoir priſes pour expliquer ces phénomenes. Comme les ſix eſpeces rapportées ne contenoient que du minium & des cailloux, Mr. Zeiher s'eſt aviſé d'y mêler auſſi de l'alkali pour donner au verre une conſiſtance plus propre pour les uſages dioptriques; & il a trouvé avec bien de la ſurpriſe que ce mêlange diminue très conſidérablement la réfraction moyenne, ſans preſque rien changer dans la diſperſion. Après pluſieurs eſſais il eſt enfin parvenu à une eſpece de verre de beaucoup ſupérieur au flintglaſs de Mr. Dollond pour la perfection des lunettes, puiſqu'il produit une diſperſion trois fois plus grande que le verre commun, pendant que la réfraction moyenne n'eſt que comme 1, 61 à 1. Cette eſpece excellente de verre mérite bien que j'y applique les calculs algébriques expliqués ci-deſſus, pour en conſtruire des objectifs parfaits à tous égards, en le combinant avec le verre commun de la qualité du crownglaſs d'Angleterre.

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *eſt fait de crownglaſs, & l'autre* NN *de la nouvelle eſpece de verre découverte par Mr. Zeiher.*

XXXVIII.

Nous aurons donc pour la réfraction du premier verre $m = 1,53$, & pour celle du ſecond $n = 1,61$; & puis que la diſperſion de celui-ci eſt trois fois plus grande que la diſperſion de celui-là, nous aurons $\frac{dn}{dm} = 3$, & partant $\lambda = \frac{1}{3}$, d'où nous faiſons le calcul ſuivant:

$m-1=0,53$; $\lambda(n-1)=0,20\tfrac{1}{3}$; $4\lambda(m-1)(n-1)=0,4310\tfrac{2}{3}$,
$n-1=0,61$; $m-1-\lambda(n-1)=0,32\tfrac{2}{3}$; $(m-1-\lambda(n-1))^2=0,1067\tfrac{1}{9}$,
& de là nous obtiendrons

$$t = u + \frac{0,32667g \pm \sqrt{(0,10671gg - 0,43107gu)}}{0,53}.$$

La plus grande valeur de u, ou de l'intervalle entre les deux verres BC, sera donc $u = \frac{10671}{43107}g$, ou fort à peu près $u = \frac{1}{4}g$. Or, nonobstant l'épaisseur des verres, qui empêche de diminuer cet intervalle au delà d'une certaine limite, on peut donner à u des valeurs beaucoup plus petites, jusqu'à $u = \frac{1}{40}g$; & partant je m'en vais développer le calcul pour plusieurs hypotheses différentes, en supposant $u = \frac{1}{4}g$; $u = \frac{1}{10}g$; $u = \frac{1}{20}g$; $u = \frac{1}{30}g$; $u = \frac{1}{40}g$.

XXXIX.

Or, puisque chaque hypothese donne deux valeurs pour t, il faut remarquer que la plus grande est la plus propre pour la pratique, parce qu'alors les valeurs de $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{q}$ deviennent plus petites, & nous avons vu que cela est beaucoup plus avantageux, que si ces valeurs étoient plus grandes. Délivrons d'abord notre équation des fractions, pour avoir cette forme plus commode,

$$t = u + 0,61636g + \sqrt{(0,37990gg - 1,53460gu)}$$

Hypo-

Hypotheses	I.	II.	III.	IV.	V.
$u =$	0,24755 g	0,10000 g	0,05000 g	0,03333 g	0,02500 g
$t =$	0,86391 g	1,19219 g	1,21696 g	1,22304 g	1,22576 g
$u + t =$	1,11146 g	1,29219 g	1,26696 g	1,25637 g	1,25076 g
$t - u =$	0,61636 g	1,09219 g	1,16696 g	1,18971 g	1,20076 g
$2g + u - t =$	1,38364 g	0,90781 g	0,83304 g	0,81029 g	0,79924 g
$\frac{p}{m-1} =$	0,55573 g	0,64610 g	0,63348 g	0.62818 g	0,62538 g
$\frac{-q}{n-1} =$	0,44546 g	1,20311 g	1,40085 g	1,46825 g	1,50238 g
$p =$	0,29453 g	0,34243 g	0,33574 g	0,33294 g	0,33145 g
$-q =$	0,27173 g	0,73390 g	0,85451 g	0,89563 g	0,91645 g
$l\, p : g =$	9,4691397	9,5345723	9,5260088	9,5223635	9,5204198
$l - q : g =$	9,4341410	9,8656348	9,9317199	9,9521304	9,9621089
$y =$	0,55455 x	0,84523 x	0,92107 x	0,94694 x	0,96002 x
$\frac{u+t}{t-u} g =$	1,80326 g	1,18311 g	1,08569 g	1,05603 g	1,04164 g
$\frac{1}{p} =$	$\frac{3,3951}{g}$	$\frac{2,9203}{g}$	$\frac{2,9784}{g}$	$\frac{3,0035}{g}$	$\frac{3,0170}{g}$
$+ \frac{1}{q} =$	$-\frac{3,6801}{g}$	$-\frac{1,3626}{g}$	$-\frac{1,1702}{g}$	$-\frac{1,1165}{g}$	$-\frac{1,0912}{g}$
$l \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 =$	0,5775049	0,2114389	0,1367999	0,1127391	0,1008213.

XL.

Maintenant, si nous posons ce nombre $\frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2$ pour toutes les hypotheses $=$ A, nous aurons à résoudre l'équation suivante,

$$\frac{1}{ss} = \frac{n(2n+1)}{(n+2)\, qs} - \frac{2n}{(n+2) gs} - \frac{n^3}{(n+2) qq} + \frac{nn}{(n+2) gq}$$

0,2746312 | 9,9503487 | 0,0629705 | 9,8561446,

+

$$+\frac{Am^3}{pp} - \frac{Am(2m+1)}{pr} + \frac{A(m+2)}{rr}$$

0,5540742 | 0,7932174 | 0,5477747,

où pour la commodité du calcul j'ai mis ſous chaque terme le logarithme de ſon coëfficient, entant qu'il dépend des nombres n & m, qui ſont les mêmes pour toutes les hypotheſes. Nous n'avons maintenant qu'à développer ces hypotheſes l'une après l'autre.

I Hypotheſe, où l'intervalle BC $=$ u $= 0,24755g$.

XLI.

En faiſant la ſubſtitution des valeurs trouvées pour les quantités p, q & A, nous obtiendrons cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-7,8181}{gs} + \frac{140,2115}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne,

$$\frac{1}{s} = -\frac{3,9090}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{155,4918}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr}\right)}.$$

Ici on voit que, prenant $\frac{1}{r} = 0$, la valeur de $\frac{1}{s}$ deviendroit trop grande: développons donc le cas ſuivant,

$\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{3,0000}{g}$
$\frac{1}{s} = +\frac{2,1257}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{0,3951}{g}$
$\frac{1}{p} = +\frac{3,3951}{g}$	$\frac{1}{c} = -\frac{4,8058}{g}$
$\frac{1}{q} = -\frac{3,6801}{g}$	$\frac{1}{d} = +\frac{1,1257}{g}$

XLII.

Ce cas comparé à d'autres mérite ſans doute la préférence, puiſqu'on évite les trop petits rayons des faces; nous aurons donc
$a = +0{,}3333g$; $b = +2{,}5310g$; $c = -0{,}2081g$; $d = +0{,}8883g$, & partant on aura cette conſtruction:

Planche XII. Fig. 5. 1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0{,}3333g$, & de celle de derriere MBM $= 2{,}5310g$, & le diametre de ſon ouverture pourra bien être $x = 0{,}1667g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de verre de Mr. Zeiher, eſt concave par ſa face de devant & convexe par celle de derriere, le rayon de ſa face de devant NCN étant $= 0{,}2081g$, & de celle de derriere NDN $= 0{,}8883g$, dont l'ouverture doit être priſe $= 0{,}0924g$ en diametre.

3°. L'intervalle entre ces deux verres, du milieu de l'un à celui de l'autre, doit être $= 0{,}24755g$, ou preſque $= \frac{1}{4}g$, & alors le foyer commun tombera à la diſtance DG $= g$, & dans le groſſiſſement cet objectif peut être regardé comme un ſimple, dont la diſtance de foyer $1{,}80326g$.

4°. En exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra être employé à groſſir $5\frac{5}{9}g$ fois, en y joignant un verre oculaire, dont la diſtance de foyer eſt $= 0{,}3246$ pouce.

5°. Donc, pour groſſir 100 fois en diametre, il ſuffit de prendre $g = 18$ pouces; & la diſtance entre les deux verres de l'objectif étant $= 4\frac{1}{2}$ pouces, la longueur de toute la lunette ne ſera pas encore de 23 pouces. Elle ſera donc preſque deux fois plus courte que dans le cas du §. 33.

II Hypotheſe, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{10}g$.

XLIII.

La ſubſtitution des valeurs trouvées pour p, q & A fournit cette équation

$\frac{1}{11}$

$$\frac{1}{ss} = -\frac{3,4564}{gs} + \frac{46,5767}{gg} - \frac{29,5178}{gr} + \frac{5,7440}{rr},$$

d'où nous tirons,

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,7282}{g} + \sqrt{\left(\frac{49,5633}{gg} - \frac{29,5178}{gr} + \frac{5,7440}{rr}\right)}.$$

De là faiſons le calcul ſuivant,

$$\begin{array}{lll}
\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g} & \frac{1}{a} = +\frac{3,0000}{g} & a = 0,3333\,g \\
\frac{1}{s} = -\frac{1,8363}{g} & \text{donc } \frac{1}{b} = -\frac{0,0797}{g} & \&\ b = -12,5470\,g \\
\frac{1}{p} = +\frac{2,9203}{g} & \frac{1}{c} = -\frac{2,1989}{g} & c = -0,4548\,g \\
\frac{1}{q} = -\frac{1,3626}{g} & \frac{1}{d} = +\frac{0,8363}{g} & d = +1,1957\,g.
\end{array}$$

Par-là on comprend qu'il y a quelque choſe à gagner, en donnant à $\frac{1}{r}$ une plus petite valeur, comme $\frac{2}{g}$, d'où nous tirons

$$\begin{array}{l|l|l}
\frac{1}{r} = +\frac{2,0000}{g} & \frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g} & a = +0,5000\,g \\
\frac{1}{s} = +\frac{1,9465}{g} & \frac{1}{b} = +\frac{0,9203}{g} & b = +1,0866\,g \\
\frac{1}{p} = +\frac{2,9203}{g} & \frac{1}{c} = -\frac{2,3091}{g} & c = -0,4331\,g \\
\frac{1}{q} = -\frac{1,3626}{g} & \frac{1}{d} = +\frac{0,9465}{g} & d = +1,0565\,g.
\end{array}$$

XLIV.

Nous aurons donc la conſtruction ſuivante d'un tel objectif composé:

Fig. 6. 1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $a = \frac{1}{2} g$, & de celle de derriere MBM, $b = + 1{,}0866\, g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0{,}6461\, g$, & il admettra une ouverture, dont le diametre $= 0{,}2500\, g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de verre de Mr. Zeiher, eſt méniſque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = - 0{,}4331\, g$, & de celle de derriere convexe $d = + 1{,}0565\, g$. Sa diſtance de foyer négative ſera $= - 1{,}2031\, g$, & le diametre de ſon ouverture doit être $= 0{,}2113\, g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera $BC = \frac{1}{10} g$, & leur foyer commun tombera à la diſtance $DG = g$, le verre ſimple équivalent aura ſa diſtance de foyer $= 1{,}1831\, g$.

4°. En exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra être employé à groſſir $8\frac{1}{3} g$ fois, & alors il y faut appliquer un oculaire de 0,14197 pouce, ou de $\frac{1}{7}$ pouce; & partant pour groſſir 100 fois il faut prendre $g = 12$ pouces, & la diſtance des verres étant $= 1\frac{1}{5}$ pouce, la longueur de la lunette ne ſera pas encore de $13\frac{1}{2}$ pouces, donc tant ſoit peu plus qu'au cas précédent.

III Hypotheſe, où l'intervalle $BC = u = \frac{1}{20} g$.

XLV.

En ſubſtituant pour les lettres p, q & A, les valeurs indiquées ci-deſſus pour cette hypotheſe, on parvient à cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3{,}0944}{gs} + \frac{41{,}2133}{gg} - \frac{25{,}3518}{gr} + \frac{4{,}8370}{rr},$$

d'où l'on tire,

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,5472}{g} + \sqrt{\left(\frac{43,6071}{gg} - \frac{25,3518}{gr} + \frac{4,8370}{rr}\right)}.$$

Posons $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & le calcul donnera

$\frac{1}{r} = \frac{2,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g}$	$a = +\ 0,5000\,g$
$\frac{1}{s} = \frac{1,9530}{g}$	$\frac{1}{b} = +\frac{0,9784}{g}$	$b = +\ 1,0221\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{2,9784}{g}$	$\frac{1}{c} = -\frac{2,1232}{g}$	$c = -\ 0,4710\,g$
$\frac{1}{q} = -\frac{1,1702}{g}$	$\frac{1}{d} = +\frac{0,9530}{g}$	$d = +\ 1,0493\,g.$

A peine trouvera-t-on un autre cas aussi propre pour la pratique, où aucun des rayons des quatre faces ne devienne plus petit qu'ici.

XLVI.

Voilà donc la construction suivante des objectifs composés de cette espece:

1°. Le premier verre de crownglass MM est convexe des deux côtés, les rayons de ses faces étant de devant $a = 0,5000\,g$, & de derriere $b = 1,0221\,g$, sa distance de foyer est $= 0,63348\,g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $x = 0,2500\,g = \frac{1}{4}g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espece de Mr. Zeiher, est ménisque, le rayon de sa face de devant concave étant $c = -0,47109$, & de celle de derriere convexe $d = +\ 1,0493\,g$, son foyer négatif tombe à la distance de $= 1,4008\,g$, & le diametre de son ouverture doit être $y = 0,2303\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres sera $BC = \frac{1}{20}g$, le foyer commun tombera à la distance $DG = g$, & l'objectif simple équivalent à ce composé aura sa distance de foyer $= 1,0857\,g$

4°. Ex-

4°. Exprimant la diſtance DG en pouces, cet objectif pourroit bien ſervir à groſſir $8\frac{1}{3}g$ fois, & alors il y faudroit joindre un oculaire de 0,1309 pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il faudroit prendre $g = 12$ pouces, & la longueur de la lunette ſeroit un peu plus petite qu'au cas précédent.

IV Hypotheſe, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{30}g$.

XLVII.

En ſubſtituant pour les lettres p, q & A, les valeurs trouvées ci-deſſus pour cette hypotheſe, il en réſulte cette équation,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{2,9933}{gs} + \frac{39,6449}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr},$$

qui donne

$$\frac{1}{s} = -\frac{1,4967}{g} + \sqrt{\left(\frac{41,8849}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr}\right)}.$$

Soit encore $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & nous aurons

$$\begin{array}{l|l|l}
\frac{1}{r} = +\frac{2,0000}{g} & \frac{1}{a} = +\frac{2,0000}{g} & a = +0,5000g \\
\frac{1}{s} = +\frac{1,9406}{g} & \frac{1}{b} = +\frac{1,0035}{g} & b = +0,9965g \\
\frac{1}{p} = +\frac{3,0035}{g} & \frac{1}{c} = -\frac{2,0571}{g} & c = -0,4861g \\
\frac{1}{q} = -\frac{1,1165}{g} & \frac{1}{d} = +\frac{0,9406}{g} & d = +1,0631g.
\end{array}$$

Ce cas eſt encore le plus propre pour la pratique.

XLVIII.

XLVIII.

Voilà donc encore un verre objectif composé, qui ne differe pas beaucoup du précédent.

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = \frac{1}{2}g$, & de celle de derriere $b = 0,9965\,g$, la diſtance de foyer de ce verre eſt $= 0,6282\,g$, & il pourra bien admettre une ouverture, dont le diametre $= \frac{1}{4}g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, eſt méniſque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = -0,4861\,g$, & de la convexe de derriere $d = 1,0631\,g$, la diſtance du foyer négatif eſt $= 1,4683\,g$, & l'ouverture doit être en diametre $= 0,2367\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera donc $BC = \frac{1}{30}g$, & leur foyer conjoint tombe à la diſtance $DG = g$. Cet objectif compoſé ſera équivalent à un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1,0560\,g$.

4°. En exprimant en pouces la diſtance $DG = g$, cet objectif pourroit bien ſervir à groſſir $8\frac{1}{3}\,g$ fois, & alors il y faut joindre un oculaire dont la diſtance de foyer $= 0,1267$ pouce. Or, pour chaque groſſiſſement, les lunettes de cette eſpece ſeront tant ſoit peu plus petites, que dans l'hypotheſe précédente.

XLIX.

Il ne vaut pas la peine de développer de la même maniere la cinquieme hypotheſe, où l'intervalle $BC = \kappa$ ſeroit $= \frac{1}{40}g$, puiſqu'il n'en réſulteroit aucun nouvel avantage, & qu'il eſt toujours fort important de laiſſer quelque petit intervalle entre les deux verres, pour être enſuite le maître de l'ajuſter le plus avantageuſement ſelon les circonſtances. Car, ſoit que les meſures preſcrites ne ſoyent pas le plus rigoureuſement obſervées dans l'exécution, ſoit qu'on veut e auſſi remédier à la confuſion des oculaires, quand on en veut employer plu-

ſieurs

ſieurs, un petit changement dans la diſtance des deux verres de l'objectif y pourra être employé avec un bon ſuccès: d'ailleurs dans la pratique il eſt fort difficile de juger de la véritable diſtance entre deux verres à cauſe de leur épaiſſeur, & il eſt toujours plus ſûr de la tirer par quelques expériences.

L.

Enſuite, il eſt auſſi impoſſible d'aſpirer à un plus haut degré de perfection, attendu que les objectifs compoſés ſelon les meſures preſcrites, ſi l'on en vouloit retirer tout le profit, demanderoient des oculaires trop petits pour qu'on pût s'en ſervir dans la pratique. Car il faut toujours que l'oculaire transmette dans l'oeil autant de rayons qu'il eſt néceſſaire pour procurer une clarté ſuffiſante. Mais un oculaire de $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{7}$ pouce de foyer admet une trop petite ouverture pour produire cet effet: j'aimerois donc mieux n'employer que des oculaires d'$\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ pouce, & en renonçant ainſi au plus grand groſſiſſement dont ces objectifs ſeroient ſuſceptibles, on pourroit auſſi diminuer conſidérablement leur ouverture, ſans rien perdre de la clarté; & ce nonobſtant ces lunettes ſeroient encore bien 10 fois plus courtes que les ordinaires, qui produiſent le même groſſiſſement, & leur ſeroient de beaucoup ſupérieures à cauſe de la clarté. Auſſi ſur ce pied, en employant de plus grands oculaires, les petites aberrations qu'on ne ſauroit éviter dans l'excéution, ne ſeront plus d'une ſi grande conſéquence.

ADDITION

ſur la conſtruction des objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs.

LI.

Avant que de finir, je dois encore obſerver, que les objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs peuvent être portés à un plus haut degré de perfection en mettant l'intervalle entre les deux verres un peu plus petit: car par ce moyen les rayons des quatre faces deviennent premierement plus grands, & enſuite on gagne auſſi l'avantage

de

de pouvoir faire quelques petits changemens dans ce même intervalle, ce qui ſera ſouvent de la plus grande importance. Pour cet effet, j'ai fait le calcul en ſuppoſant l'intervalle BC $= u = \frac{1}{15}g$, vu qu'on ne le ſauroit gueres faire plus petit, & de là j'ai trouvé les valeurs ſuivantes,

$\frac{1}{r} = \frac{5,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{5,0000}{g}$	$a = +\ 0,2000\,g$
$\frac{1}{s} = -\frac{0,9509}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{3,7351}{g}$	$b = +\ 0,2677\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{8,7351}{g}$	$\frac{1}{c} = -\frac{5,1216}{g}$	$c = -\ 0,1953\,g$
$\frac{1}{q} = -\frac{7,0725}{g}$	$\frac{1}{d} = -\frac{1,9509}{g}$	$d = -\ 0,5126\,g.$

LII.

De là nous tirons la conſtruction ſuivante des objectifs compoſés de cette eſpece:

1°. Le premier verre MM fait de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = 0,2000\,g$, & de celle de derriere $b = +\ 0,2677\,g$.

La diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0,2160\,g$, & il pourra ſouffrir une ouverture dont le diametre $x = 0,1000\,g = \frac{1}{10}g$.

2°. L'autre verre NN eſt concave des deux côtés, & fait de flintglaſs, le rayon de ſa face de devant étant $c = -\ 0,1953\,g$, & de celle de derriere $d = -\ 0,5126\,g$; la diſtance de foyer de ce verre ſera donc négative $= -\ 0,2438\,g$, & ſon ouverture doit être $= 0,091\,g$ en diametre.

3°. Ces verres doivent être joints enſemble de façon, que l'intervalle entr'eux ſoit $= \frac{1}{15}g$: & leur foyer commun tombera à la diſtance

DG $= g$. Par rapport au grossissement ils produiront le même effet qu'un objectif simple, dont la distance de foyer est $= 1,1020\, g$.

4°. En exprimant en pouces la distance g, & comptant 3 pouces d'ouverture en diametre pour grossir 100 fois, cet objectif pourra être employé à grossir $\frac{10}{3}\, g$ fois, en y appliquant un oculaire de $\frac{3306}{10000}$ pouce de foyer, ou presque de $\frac{1}{3}$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faut prendre $g = 30$ pouces, & partant les rayons des faces,

$$a = +\, 6 \text{ pouces};\quad b = +\, 8\tfrac{31}{1000} \text{ pouces};\quad c = -\, 5\tfrac{859}{1000} \text{ pouces};$$
$$d = -\, 15\tfrac{379}{1000} \text{ pouces},$$

la distance de foyer du premier verre MM $= 6\frac{49}{100}$ pouces, & celle de l'autre NN négative $= 7\frac{314}{1000}$ pouces, le diametre de l'ouverture du premier $= 3$ pouces, & de l'autre $= 2\frac{3}{4}$ pouces. Ensuite l'intervalle BC $= \frac{2}{3}$ pouce, & la distance DG $= 30$ pouces, avec la distance de foyer de l'oculaire $= \frac{1}{3}$ pouce; donneront la longueur de cette lunette de 31 pouces, qui grossissant 100 fois sera équivalente à une lunette ordinaire de plus de 30 pieds.

Quand on n'y voudroit employer qu'un oculaire de $\frac{2}{3}$ pouce de foyer, le grossissement se réduiroit à la moitié, & en diminuant l'ouverture d'un tiers ou d'un quart seulement, on obtiendroit des lunettes qui auroient plus de clarté & dont l'effet seroit toujours fort surprenant.

LIII.

Voici encore une autre construction pour les cas où l'intervalle BC $= u$ peut être diminué jusqu'à $\frac{1}{100}\, g$:

1°. Le premier verre MM de crownglass est convexe des deux côtés, les rayons de ses faces étant $a = 0,2500\, g$, & $b = 0,2820\, g$, & sa distance de foyer $= 0,2500\, g$: il souffrira une ouverture dont le diametre $x = \frac{1}{8}\, g$.

2°. L'autre verre NN de flintglass est concave des deux côtés, les rayons de ses faces étant $c = -\, 0,2536\, g$ & $d = -\, 0,6598\, g$, & sa distance de foyer $= -\, 0,3159\, g$.

3°.

3°. L'intervalle entre ces deux verres doit être $BC = \frac{1}{155} g$, & le foyer commun tombera à la diſtance $DG = g$. Dans le groſſiſſement il doit être regardé comme un objectif ſimple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la diſtance g, cet objectif pourra groſſir $\frac{25}{6} g$ fois, moyennant un oculaire de $\frac{1}{4}$ pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il faut prendre $g = 24$ pouces, par où ces lunettes ſeront plus courtes que les précédentes.

LIV.

On peut encore raffiner ſur cette conſtruction, en changeant tant ſoit peu la valeur de r, pour que les deux rayons a & b deviennent égaux entr'eux; par-là non ſeulement l'exécution ſera plus aiſée, mais ces objectifs ſeront auſſi ſuſceptibles d'une plus grande ouverture.

1°. Le premier verre MM fait de crownglaſs eſt également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $a = b = 2{,}26504 g$. Sa diſtance de foyer ſera $= 0{,}25004\, g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $= 0{,}1325\, g$.

2°. l'autre verre NN fait de flintglaſs eſt concave des deux côtés, & le rayon de ſa face de devant $c = -0{,}24233\, g$, & de celle de derriere $d = -0{,}75041\, g$; par où ſa diſtance de foyer négative ſera $= -0{,}31536\, g$; & le diametre de ſon ouverture $= 0{,}1272 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC doit être $= \frac{1}{100} g$, & leur foyer commun tombera à la diſtance $DG = g$. Dans le groſſiſſement il doit être regardé comme un objectif ſimple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la diſtance g, cet objectif pourra ſervir à groſſir $4\frac{2}{5}\, g$ fois, moyennant un oculaire dont la diſtance de foyer $= 0{,}2367$ pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il ſuffit de prendre $g = 23$ pouces, par où ces lunettes ſeront encore un peu plus courtes que les précédentes.

LV.

On ne ſauroit douter que ces objectifs composés ne ſoyent les plus excellens qu'on puiſſe conſtruire de ces deux eſpeces de verre: & quand l'exécution réuſſit, on y pourra employer un ou pluſieurs oculaires & tel arrangement qu'on jugera le plus convenable. Pour cet effet, il eſt de la derniere importance de joindre les deux verres qui composent l'objectif en ſorte, qu'à l'aide d'une vis fort ſubtile on puiſſe produire des changemens preſque infiniment petits dans la diſtance entre ces deux verres, puiſque par ce moyen on ſera en état de remédier auſſi à la confuſion que les verres oculaires pourroient produire. J'ai déjà exposé dans quelques Mémoires tout ce qui regarde le plus avantageux arrangement des verres oculaires pour procurer aux lunettes le plus grand champ apparent; & il eſt aiſé d'appliquer les regles que j'y ai preſcrites, aux objectifs composés, dont je viens d'enſeigner la conſtruction; par ce moyen on portera les lunettes au plus haut degré de perfection dont elles ſoyent ſuſceptibles par leur nature.

ARRANGEMENT DES VERRES OCULAIRES
pour tirer le plus grand profit des objectifs dont la conſtruction eſt ici expliquée.

LVI.

Quelques eſpeces de verre qu'on veuille employer dans la conſtruction des objectifs composés, dont je viens de donner la deſcription, la diſtance g, à laquelle tombe le foyer d'un tel objectif derriere le ſecond verre, donne d'abord la diſtance de foyer d'un verre objectif ſimple, qui lui ſeroit équivalent dans la combinaiſon avec les oculaires. Soit donc p cette diſtance de foyer, & nous avons vû qu'elle eſt un peu plus grande que la diſtance g; poſons donc $p\ (1 + \alpha)\ g$, & que l'objectif ſimple équivalent ſoit placé devant l'objectif composé, à la diſtance $= \alpha g$ depuis le dernier verre. Enſuite, le plus petit des rayons des quatre faces de l'objectif détermine le diametre de l'ouverture que l'objectif composé ſupportera; ſoit donc x le dia-

diametre de cette ouverture, & j'ai ſuppoſé juſqu'ici qu'on le puiſſe prendre égal à la moitié du plus petit rayon des faces, ce qui réuſſiroit peut-être, ſi l'on étoit en état d'exécuter à la derniere rigueur les meſures preſcrites. Mais pour la plûpart on ſera obligé de ne donner à x, que le tiers ou même le quart du plus petit rayon. Enfin, ce diametre de l'ouverture nous découvre le groſſiſſement que l'objectif ſera capable de produire; exprimons donc le groſſiſſement par le nombre m, qui marque combien de fois le diametre apparent des objets ſera multiplié; & puiſque ſuivant la regle établie par Hughens, une ouverture de trois pouces en diametre ſuffit pour groſſir 100 fois, ſi le diametre x eſt donné en pouces, la proportion $3 : 100 = x : m$ fournit $m = \frac{100}{3} x$. Mais, pour procurer plus de clarté, ce qui eſt abſolument néceſſaire quand on veut employer pluſieurs oculaires, il ſera bon de ne prendre que $m = 25 x$, ou même $m = 20 x$.

LVII.

Ayant ainſi établi pour un objectif composé 1°. la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent $p = (1 + \alpha) g$. 2°. le diametre de l'ouverture que l'objectif composé ſupporte $= x$, & 3°. le groſſiſſement m, qu'il eſt capable de produire, je vais détailler les arrangemens ſuivans des oculaires que j'ai expoſés & démontrés ailleurs, pour quelque nombre d'oculaires qu'on veuille employer. Ces arrangemens ſemblent les plus propres, tant pour procurer le plus grand champ apparent, que parce qu'on on eſt le maître de donner aux oculaires une auſſi grande diſtance de foyer qu'on jugera à propos, tandis que ſi l'on vouloit ſuivre la conſtruction des tubes aſtronomiques, on ſeroit obligé d'employer des oculaires d'autant plus petits, que les objectifs ſeroient plus parfaits. Soit donc MMNN le verre objectif composé, dont le diametre d'ouverture $MM = x$, & ayant prolongé ſon axe AO à l'infini, le ſecond verre QQ doit toujours être placé au foyer de l'objectif de ſorte, que la diſtance aB $= g$. Or, tant la diſtance de foyer de ce ſecond verre QQ, que ſa grandeur ou ouverture, de même que les autres oculaires ſuivans, doivent être réglés ſur le nom- Fig. 7.

bre

bre des oculaires qu'on veut employer, comme je le ferai voir dans les devis ſuivans, après avoir remarqué en général, que tous les oculaires ſont également convexes des deux côtés, & que la grandeur du dernier oculaire eſt arbitraire, dont je poſerai ici la diſtance de foyer $= z$, qu'on pourra prendre enſuite, ou d'un pouce, ou plus grande, comme on jugera à propos; enfin le point O marque le lieu de l'oeil. Il ſera auſſi fort avantageux de faire tous les oculaires de cette eſpece de verre qui cauſe la plus grande réfraction moyenne, parce que ces verres ſeront ſuſceptibles d'une plus grande ouverture pour la même diſtance de foyer.

I Devis, de telles lunettes à 4 verres oculaires.

LVIII.

Ayant pris la diſtance $aB = g$, les diſtances de foyer des oculaires, leurs diametres d'ouverture & les intervalles doivent être déterminés de la maniere ſuivante:

Diſtance de foyer.	Diametre de l'ouverture.	Intervalles entre les verres.
du verre $QQ = \frac{3p}{m+3}$	$QQ = \frac{3p}{4m}$	$BC = \frac{3p}{m}$
du verre $RR = \frac{6z}{p+2mz}p$	$RR = \frac{3x}{m}$	$CD = 4z$
du verre $SS = 2z$	$SS = z$	$DE = 2z$
du verre $TT = z$	$TT = \frac{1}{2}z$	$EO = \frac{2}{3}z$

La longueur de ces lunettes depuis le dernier verre NN de l'objectif ſera donc $aO = g + \frac{3p}{m} + 6\frac{2}{3}z$, & elles découvriront un champ dont le diametre ſera de $\frac{2578}{m}$ minutes.

II De-

II Devis, de telles lunettes à 5 verres oculaires.

LIX.

Que l'on conçoive dans la figure encore une verre UFU, avant que de parvenir à l'oeil O, & on aura pour la construction les mesures suivantes,

Distance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= \frac{5p}{m+5}$	QQ $= \frac{5p}{4m}$	BC $= \frac{5p}{m}$
du verre RR $= \frac{15zp}{2p+3mz}$	RR $= \frac{5x}{m}$	CD $= 6z$
du verre SS $= 3z$	SS $= \frac{3}{2}z$	DE $= z$
du verre TT $= \frac{5}{2}z$	TT $= \frac{5}{4}z$	EF $= z$
du verre UU $= z$	UU $= \frac{1}{2}z$	FO $= \frac{2}{5}z$

La longueur de cette lunette depuis l'objectif sera donc $aO = g + \frac{5p}{m} + 8\frac{2}{5}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{4296}{m}$ minutes.

III Devis, de telles lunettes à 6 verres oculaires.

LX.

Qu'on se représente dans la figure encore un verre VGV avant l'oeil O, & les verres doivent être formés & disposés de la maniere suivante :

Dis-

Distance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre $QQ = \frac{7p}{m+7}$	$QQ = \frac{7p}{4m}$	$BC = \frac{7p}{m}$
du verre $RR = \frac{476zp}{55p+68mz}$	$RR = \frac{7x}{m}$	$CD = \frac{408}{55}z$
du verre $SS = \frac{204}{55}z$	$SS = \frac{102}{55}z$	$DE = \frac{51}{110}z$
du verre $TT = \frac{153}{44}z$	$TT = \frac{153}{88}z$	$EF = \frac{9}{11}z$
du verre $UU = \frac{9}{4}z$	$UU = \frac{9}{8}z$	$FG = \frac{1}{2}z$
du verre $VV = z$	$VV = \frac{1}{2}z$	$GO = \frac{2}{7}z$

Donc la longueur de ces lunettes depuis l'objectif sera $aO = g + \frac{7p}{m} + 9\frac{17}{35}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{6014}{m}$ minutes.

Exemple d'une telle lunette.

LXI.

Tirons la construction de l'objectif du §. 48. en posant la distance $g = 50$ pouces, & nous aurons pour le verre MM, fait de crownglass & convexe des deux côtés, les rayons de ses faces,

de celle de devant $= 25$ pouces (convexe),
de celle de derriere $= 49,82$ pouces (convexe),

dont la distance de foyer sera $= 31,41$ pouces.

L'autre verre NN est fait de la nouvelle espece de Mr. Zeiher, en prenant les rayons de ces faces,

de celle de devant $= 24,30$ pouces (concave),
de celle de derriere $= 53,15$ pouces (convexe),

par où la distance négative de son foyer sera $= 73,41$ pouces. Ces deux verres sont joints ensemble de façon, qu'il reste un intervalle entr'eux $= 1\frac{2}{3}$ pouce; mais il est bon de ne fixer cet intervalle qu'après y avoir y avoir joint tous les verres oculaires, puiſqu'un petit changement ſera peut-être capable de détruire auſſi la confuſion cauſée par les verres oculaires.

LXII.

Or le foyer de cet objectif composé tombera à la diſtance de $g = 50$ pouces, & la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent ſera $p = 52, 80$ pouces. Maintenant, pour l'ouverture de ce verre, quand il eſt bien exécuté, il ſemble qu'on pourroit lui donner un diametre $x = 10$ pouces, au moins au premier verre MM, & à l'autre NN il ſuffit de faire ſon ouverture de $9\frac{1}{2}$ pouces en diametre. Et partant cet objectif pourra bien être employé à groſſir 200 fois en diametre, avec un très grand degré de clarté. Ayant donc $g = 50$ pouces, $p = 52\frac{4}{5}$ pouces, $x = 10$ pouces, & $m = 200$, ſi nous donnons au dernier oculaire un pouce de foyer, de ſorte que $z = 1$, le cas de 6 oculaires nous fournit cette conſtruction de la lunette, après avoir pris la diſtance $aB = 50$ pouces,

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= 1,785$	QQ $= 0,462$	BC $= 1,848$
du verre RR $= 1,523$	RR $= 0,350$	CD $= 7,418$
du verre SS $= 3,709$	SS $= 1,855$	DE $= 0,464$
du verre TT $= 3,477$	TT $= 1,739$	EF $= 0,818$
du verre UU $= 2,250$	UU $= 1,125$	FG $= 0,500$
du verre VV $= 1$ pouce	VV $= \frac{1}{2}$ pouce	GO $= 0,285$

LXIII.

La longueur de toute cette lunette, en y ajoûtant l'épaiſſeur de l'objectif, provient préciſément de 63 pouces, ou bien de $5\frac{1}{4}$ pieds, & puiſqu'elle groſſit les objets 200 fois en diametre, & cela avec beaucoup plus de clarté & plus diſtinctement qu'un tube aſtronomique de 120 pieds, qui groſſiroit à peu près autant, l'effet de cete nouvelle lunette ſurpaſſera de bien loin tout ce qu'on pourroit attendre d'un Téleſcope beaucoup plus long. Mais le champ apparent y ajoûte encore un avantage très considérable, puisque cette lunette découvrira au ciel un espace de 30 minutes en diamere, pendant qu'un télescope du même grossissement en découvriroit à peine un de 5 minutes. Ces oculaires, depuis le premier en B jusqu'au dernier en G, avec l'oeil O, sont représentés dans la fig. 8, sur une échelle qui réduit les véritables grandeurs environ à la moitié.

Fig. 8.

LXIV.

Tous ces oculaires contribueront fort peu à augmenter la confusion, à l'exception du troisieme petit verre RR, qui nonobstant sa petitesse pourroit bien produire une confusion trop considérable pour être détruite par un petit changement dans l'objectif. Mais j'ai déjà exposé ailleurs un moyen de remédier à ce défaut, qui est de composer ce verre de deux petites lentilles, dont voici la construction en posant r pour la distance de foyer que ce verre entier doit avoir,

de la premiere lentille qui regarde l'objectif

$$\text{le rayon de sa face de} \begin{cases} \text{devant} = +\ 0,7481\,r \\ \text{derriere} = +\ 1,0225\,r, \end{cases}$$

de l'autre lentille qui regarde l'oeil

$$\text{le rayon de sa face de} \begin{cases} \text{devant} = -\ 0,5088\,r \\ \text{derriere} = +\ 0,6657\,r. \end{cases}$$

Cette précaution ne manquera pas de faire mieux réussir la construction de ces lunettes.

CON-