1768

Sur la perfection des lunettes astronomiques qui représentent les objets renversés

Leonhard Euler

SUR LA PERFECTION
DES
LUNETTES ASTRONOMIQUES, QUI REPRÉSENTENT LES OBJETS RENVERSÉS. *)

PAR M. EULER.

I.

Pour perfectionner les lunettes ordinaires à deux verres convexes, qui présentent les objets renversés, il y a deux conditions, qu'il faut principalement avoir en vue. L'une est de les rendre plus courtes, & l'autre de leur procurer un plus grand champ apparent. S'il faut grossir 100 fois le diametre des objets, une Lunette ordinaire construite selon les regles de Huygens, aura 30 pieds de longueur & ne découvrira qu'un champ de 18′ en diametre, & de plus grandes multiplications demandent des lunettes d'une longueur énorme, qui en rend l'usage presque tout à fait impraticable. Pour le champ apparent on a déjà remarqué, qu'en introduisant un troisieme verre au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire, on le peut augmenter considérablement, jusqu'à doubler son diametre: & en doublant le verre oculaire, on peut pousser cet avantage bien au delà.

2. Mais la longueur des lunettes étant déterminée par la confusion que produisent les verres à cause de leur figure sphérique, le seul moyen de la diminuer est, de former les verres en sorte qu'ils produisent une moindre confusion, sans leur donner une autre figure que la sphérique, ou même de réduire la confusion tout à fait à rien. On peut attendre un tel effet en composant l'objectif de deux ou trois ver-

*) Lu en 1758.

verres, & si l'on pouvoit former leurs faces sphériques en sorte que la confusion fût tout à fait détruite, ce seroit le moyen de rendre les lunettes les plus courtes qu'il est possible. Pour parvenir à ce but, je vais développer plus soigneusement les principes, sur lesquels cette espece des lunettes à trois verres est fondée.

3. Je considére donc en général une telle lunette, dont PP soit le verre objectif, la distance de son foyer $= p$ le diametre de son ouverture $= x$, & le nombre, qui en entre dans l'expression de la confusion $= \lambda$. Le second verre QQ, qui est posé à la distance AB $= p$, ait sa distance de foyer $= q$, & le diametre de son ouverture $= \pi q$, ce verre étant placé au foyer de l'objectif n'influe point dans la confusion. Le troisieme verre ou l'oculaire RR ait sa distance de foyer $= r$, le diametre de son ouverture $= \pi' r$, & le nombre qui en entre dans la confusion $= \lambda''$; ce verre sera placé à la distance BC $= r$, si l'oeil voit distinctement à une distance infinie; & ceux qui ont la vue courte, l'approcheront d'avantage du verre de milieu BB. Maintenant, si la lunette doit grossir m fois le diametre des objets, il faut prendre $r = \frac{p}{m}$, & pour obtenir un degré de clarté qui seroit environ 10 fois plus petit qu'à la vue simple, il faut prendre $x = \frac{m}{30}$ pouce. Planche IX. Fig. 1.

4. Afin que la confusion soit assés petite, pour ne pas troubler la vision, en consultant l'experience, on a trouvé qu'il faut prendre

$$p = 15x\sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} = \tfrac{1}{2}m\sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} \text{ pouces,}$$

d'où il est clair, que si l'on pouvoit déterminer en sorte les nombres λ & λ'', qu'il devint $\lambda m + \lambda'' = 0$, on pourroit prendre la quantité p aussi petite que l'ouverture nécessaire de ce verre le permet. Or pour les objectifs, il faut bien que leur distance de foyer soit plusieurs fois plus grande que le diametre de leur ouverture, selon que les faces sont plus ou moins courbes. Si l'objectif étoit également convexe des deux côtés, on pourroit presque prendre $p = 2x = \frac{m}{15}$ pouce; mais, s'il étoit plano-convexe, il faudroit bien prendre $p = \frac{2m}{15}$ pouce, ou encore plus grand.

5. Si l'on prenoit $p = \frac{m}{5}$ pouce, la distance de foyer du verre oculaire deviendroit $= \frac{1}{5}$ pouce, qui seroit sans doute trop petite, puisqu'elle n'admettroit pas une assès grande ouverture pour transmettre tous les rayons. Car il faut que le diametre de son ouverture soit au moins $\frac{1}{6}$ pouce, & partant sa distance de foyer au moins $\frac{1}{3}$ pouce. Or, puisque, dès qu'il reste encore quelque confusion, il faut augmenter les mesures, établissons d'abord la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce, & celle de l'objectif sera $p = \frac{m}{2}$ pouces, qui admettra sans doute une ouverture dont le diametre est $= \frac{m}{30}$ pouces: & si l'on ne devoit pas craindre les erreurs inévitables dans l'anéantissement de la confusion, on pourroit sans crainte donner à p une plus petite valeur, ce qui rendroit la lunette encore plus courte. Mais on a lieu d'être très content de la longueur que nous procurera cette hypothese de $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouces.

6. Pour le champ apparent, si nous posons $q = \frac{p}{n}$, son diametre sera égal à la moindre de ces deux valeurs $\frac{\pi}{n}$ & $\frac{\pi'}{m - n + 1}$, dont celle-là dépend de l'ouverture du verre moyen, & celle-cy de l'ouverture de l'oculaire. Le plus avantageux est de rendre ces deux valeurs égales entr'elles, d'où l'on tire, $n = \frac{\pi(m+1)}{\pi + \pi'}$, & le diametre

metre du champ apparent $= \frac{\pi + \pi'}{m + 1}$: donc, plus on ſera en état d'augmenter les nombres π & π', plus on augmentera le champ apparent: & partant il conviendra de faire le verre moyen en ſorte que ſa diſtance de foyer ſoit $q = \frac{(\pi + \pi')p}{\pi(m + 1)}$. Pour le lieu de l'oeil O, il le faudra placer derriere l'oculaire à la diſtance $CO = \frac{m - n + 1}{mm} p$ $= \frac{\pi'(m + 1)}{(\pi + \pi')mm} p = \frac{\pi'(m + 1)}{(\pi + \pi')m} r$, pour embraſſer tout le champ. Mais, ſi l'on veut voir les objets ſans des bords colorés, il faudra les placer à une diſtance plus petite $CO = \frac{m - n + 1}{m(m+1)} p = \frac{\pi'}{\pi + \pi'} r$: la différence entre ces deux lieux n'étant quaſi rien dans les grandes multiplications.

7. Tout revient donc à faire les deux verres QQ & RR en ſorte qu'ils admettent la plus grande ouverture par rapport à leurs diſtances de foyers. Pour cet effet, il ſera bon de les faire également convexes des deux côtés; en prenant le rayon de chaque face du verre QQ $= 1\frac{1}{6}\, q$, & du verre RR $= 1\frac{1}{6}\, r$: alors on pourra bien prendre les nombres $\pi = \pi' = \frac{1}{2}$; & le diametre du champ apparent deviendra $\frac{1}{m + 1}$, ou bien $= \frac{3437}{m + 1}$ minutes, qui eſt deux fois plus grand que dans les lunettes ordinaires. Alors on aura $q = \frac{2p}{m + 1}$; $r = \frac{p}{m}$, & pour le lieu de l'oeil $CO = \frac{r}{2}$. Or, faiſant le verre oculaire également convexe des deux côtés, le nombre qui lui répond pour la confuſion ſera $\lambda'' = 1,62979$. Il faudra donc trouver un tel objectif PP, qu'il devienne $\lambda m + 1,62979 = 0$: ou puiſqu'il fau-

faudroit prendre $p = \frac{1}{4} m \sqrt[3]{} (\lambda m + 1,62979)$, & que nous prenons $p = \frac{1}{2} m$, il suffira que la quantité $\lambda m + 1,62979$, ne surpasse point l'unité, tant positivement que négativement.

8. J'ai supposé ici les deux verres QQ & RR simples; mais on pourra doubler l'un ou l'autre, ou tous les deux, en joignant ensemble deux verres égaux & également convexes des deux côtés: alors, puisque le rayon de chaque face devient deux fois plus grand qu'auparavant, afin que la distance de foyer demeure la même, ces verres admettront une plus grande ouverture & l'on pourra prendra $\pi = \pi' = 1$; de sorte que le diametre du champ apparent sera aussi deux fois plus grand. Si l'on vouloit chacun de ces deux vers triples, en joignant ensemble trois verres égaux & également convexes des deux côtés, où le rayon de chaque face sera trois fois plus grand; puisqu'on pourra prendre $\pi = \pi' = \frac{3}{2}$, le diametre du champ apparent deviendra aussi trois fois plus grand. Mais, en doublant le verre oculaire de cette maniere, on aura $\lambda'' = 0,979076$, & en le triplant, $\lambda'' = 0,858571$.

9. Si l'on omettoit tout à fait le verre moyen QQ, on auroit une lunette ordinaire, de la même longueur, avec la même multiplication; où la confusion seroit aussi réduite à rien, en rendant $\lambda m + \lambda'' = 0$: mais alors le diametre du champ apparent seroit $= \frac{\pi'}{m + 1}$, & partant plus petit que dans le premier cas. Outre cela, pour le lieu de l'oeil O, on auroit la distance $CO = \frac{m+1}{m} r$, ou seulement $CO = r$, si l'on veut éviter les couleurs d'iris. Mais, si l'on doubloit comme auparavant le verre oculaire, puisqu'on pourroit prendre $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent deviendroit aussi deux fois plus grand, & partant le même que si, au lieu de doubler le verre oculaire, on mettoit en B un verre convenable, comme cy-dessus. Si l'on triploit le verre oculaire, on obtiendroit un champ, dont le diametre

metre feroit trois fois plus grand & ainſi de ſuite. Mais il faut bien remarquer, qu'en multipliant les verres on perd de la clarté.

10. Suppoſons qu'on puiſſe conſtruire de tels verres objectifs où il feroit $\lambda m + \lambda'' = 0$, ou du moins $\lambda m + \lambda'' < 1$; & par rapport aux deux autres verres, ſelon qu'ils feroient ſimples ou multiples, on pourra établir pluſieurs eſpeces de ces lunettes, pour produire le plus grand champ apparent: je vais en faire le denombrement.

I Eſpece: Où il n'y a point de verre moyen QQ, l'oculaire CC étant ſimple également convexe des deux côtés, & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10} r$. Alors, prenant $\pi' = \frac{1}{2}$, le diametre du champ apparent ſera $= \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} . 1718\frac{1}{2}$ minutes, comme dans les lunettes ordinaires. Mais, ayant détruit la confuſion, puiſqu'on pourra prendre $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouce, la longueur de la lunette ne ſera que de $\frac{m+1}{2}$ pouces. Pour le lieu de l'oeil on aura $CO = r$.

11. *II Eſpece.* Où il n'y a point de verre moyen QQ, mais le verre oculaire eſt double, ou compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, de ſorte que le rayon de chaque face ſoit $= \frac{11}{5} r$, ou $= \frac{11}{10}$ pouce, en ſuppoſant $r = \frac{1}{2}$ pouce: auquel on donne une ouverture de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre. Ayant donc $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent ſera $= \frac{1}{m+1}$, ou $= \frac{1}{m+1} . 3437$ minutes. Pour le lieu de l'oeil on aura comme auparavant $CO = r = \frac{1}{2}$ pouce, & dans cette eſpece il ſera $\lambda'' = 0,979076$.

12. *III Espece.* Où il n' a point de verre moyen QQ, mais l'oculaire RR eſt triple, ou composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10}\, r$, ou $= \frac{33}{20}$ pouce. Cet oculaire admettant une ouverture de $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & pour le diametre du champ apparent $\frac{3}{2\,(m+1)} = \frac{5}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes. Dans ce cas, la valeur de λ'' ſera $= 0{,}858571$, & l'oeil doit être placé derriere l'oculaire à la diſtance $CO = r = \frac{1}{2}$ pouce.

13. *IV Espece.* Le verre moyen QQ eſt ſimple également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10}\, q$, partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{2}\, q$. Le verre oculaire RR eſt auſſi ſimple, & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque côté étant $= \frac{11}{10}\, r = \frac{11}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}\, r$, ou $\frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant $q = \frac{2\,p}{m+1} = \frac{2\,mr}{m+1}$. Enſuite le diametre du champ apparent $\frac{1}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes; & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2}\, r = \frac{1}{4}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1{,}62979$.

14. *V Espece.* Le vere moyen QQ eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10}\, q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{2}\, q$. Or le verre oculaire RR eſt double, ou composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5}\, r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de r, ou de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{3p}{m+1}$

$=$

$= \frac{3mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{3}{2(m+1)}$ $= \frac{1}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ min. & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{2}{3} r = \frac{1}{3}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,979076$.

15. *VI Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{1}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt triple, ou compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r = \frac{33}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{2} r$ ou $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant $q = \frac{4p}{m+1} = \frac{4mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 6874$ min. & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire $= \frac{3}{4} r = \frac{3}{8}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,858571$.

16. *VII Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt ſimple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} r = \frac{11}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r$ ou $\frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant $q = \frac{3p}{2(m+1)} = \frac{3mr}{2(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{3}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes, & la diſtance de

l'oeil

l'oeil derriere l'oculaire CO $= \frac{1}{3} r = \frac{1}{6}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1,62979$.

17. *VIII Espece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes de deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt auſſi double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1} . 6874$ minutes, & la diſtance de l'oeil derriere l'oculaire CO $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

18. *IX Espece.* Le verre moyen QQ eſt double, & compoſé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés; le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r = \frac{33}{20}$ pouce: donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{2} r = \frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant $q = \frac{5p}{2(m+1)} = \frac{5mr}{2(m+1)}$.

De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} . 8592\frac{1}{2}$ min. & la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire CO $= \frac{3}{5} r = \frac{3}{10}$ pouce: enfin $\lambda'' = 0,858571$.

19. *X Espece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon

rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2}$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt ſimple, également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{10} r = \frac{11}{20}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$ & $q = \frac{4p}{3(m+1)}$ $= \frac{4mr}{3(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{2}{m+1}$ $= \frac{1}{m+1} \cdot 6874$ minutes, & la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire $CO = \frac{1}{4} r = \frac{1}{8}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 1,62979$.

20. *XI Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} q$ & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire RR eſt double, compoſé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{11}{10}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & $q = \frac{5p}{3(m+1)} = \frac{5mr}{3(m+1)}$.
De là le diametre du champ apparent ſera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 8592\frac{1}{2}$ minutes. Et la diſtance de l'oeil derriere le verre oculaire ſera $CO = \frac{2}{5} r = \frac{1}{5}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

21. *XII Eſpece.* Le verre moyen QQ eſt triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} q$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire eſt auſſi triple, compoſé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{33}{10} r = \frac{33}{20}$ pou-

 ces

ces. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}r = \frac{1}{4}$ pouce en diametre, à cause de $\pi' = \frac{3}{2}$, on aura $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$. De là le diametre du champ apparent sera $= \frac{3}{m+1} = \frac{1}{m+1}$. 10311 minutes, & la distance de l'oeil derriere le verre oculaire CO $= \frac{1}{2}r = \frac{1}{4}$ pouce, enfin $\lambda'' = 0,858571$.

22. Cette derniere espece découvre un champ, dont le diametre est six fois, & partant le champ même est 36 fois, plus grand que dans les lunettes ordinaires, ou la premiere Espece. Or ce champ est si grand qu'il semble impossible de l'appercevoir: car, posant $m = 100$, on découvrira dans le ciel un arc de $102'$; mais, puisqu'on le voit 100 fois plus grand qu'il ne paroitroit à la vüe simple, il devroit paroitre comme un arc de 100 fois $102'$, cest à dire de $170°$; ce qui est impossible à la vüe simple, & à plus forte raison à un oeil qui regarde par un trou. Mais il faut ici remarquer, que l'estime des arcs & angles, qui entre dans ce calcul, n'a lieu que dans les petits angles, entant qu'ils sont proportionnels à leurs tangentes, & partant ce paradoxe doit être résolu de cette maniere: ledit arc de $102'$ sera vu par la lunette de la même maniere qu'on verroit à la vüe simple un arc dont la moitié auroit sa tangente 100 fois plus grande que la tangente de $51'$. Or tang. $56'' = 100$ tang. $51'$, & partant l'arc de $102'$ sera vu de la même maniere qu'on verroit à la vue simple un arc de $112°$.

23. Par là on comprend, que quand une lunette grossit 100 fois en diametre, cela ne regarde que les objets qui se trouvent vers le centre du champ apparent; & ceux qui en sont éloignés, sont grossis selon une moindre raison. Ainsi, pour juger en quelle raison les objets extremes du champ apparent seront multipliés, nous n'avons qu'à chercher comment paroitra le cercle dont le rayon est $50'$: or 100 tang. $50' =$ tang. $55°, 30'$. Donc l'extreme minute du champ apparent paroitra par la lunette comme un arc de $30'$, ou bien elle ne sera multipliée

tipliée que trente fois, pendant que proche du centre du champ apparent la multiplication eſt centuple. Cette remarque ſur le groſſiſſement des lunettes, eſt fort néceſſaire, & ſans elle ce qui a été rapporté cy-deſſus ſeroit très abſurde; donc, pour profiter du groſſiſſement d'une lunette, il faut toujours porter les objets au milieu du champ apparent. Car en général, ſi le diametre du champ apparent eſt $= 2\Phi$, & la multiplication $= m$, les extrémités ne ſont groſſies que $\frac{m}{m^2 \sin \Phi^2 + \cos \Phi^2}$ fois: & partant, s'il étoit ſin $\Phi = \frac{1}{\sqrt{(m+1)}}$, les extrémités paroitroient dans leur épaiſſeur naturelle.

24. Quand on prend l'oculaire double ou triple, on pourroit bien lui donner une plus petite diſtance de foyer, ſavoir $r = \frac{1}{4}$, ou $r = \frac{1}{6}$ pouce, puiſqu'il ſouffriroit alors une ouverture aſſès grande pour tranſmettre les rayons. Mais il faut bien conſidérer que cela ne ſauroit avoir lieu, que lorsqu'on ſeroit en état d'exécuter toutes les meſures à la derniere rigueur. Car, prenant $r = \frac{1}{4}$ pouce, & par conſéquent $p = \frac{m}{4}$ pouces, il faudroit que la quantité $\lambda m + \lambda''$ fût du moins au deſſous de $\frac{1}{8}$, ce qu'on ne ſauroit presque jamais eſpérer. Il ſera même difficile, ſurtout dans les grandes multiplications de conſtruire l'objectif en ſorte que la valeur de $\lambda m + \lambda''$ ſoit au deſſous de l'unité; & partant nous ſerons obligés de nous tenir à la valeur établie $r = \frac{1}{2}$ pouce, & ſi l'on n'y réuſſit pas heureuſement, & que cette quantité ſurpaſſe l'unité, il faudra encore augmenter les meſures établies, ou bien prendre les pouces plus grands, ſans pourtant augmenter les ouvertures des verres.

25. Après ces remarques, paſſons à la conſtruction du verre objectif, dont le nombre λ doit être tel, que la quantité $\lambda m + \lambda''$ ne ſurpaſſe pas l'unité. Or on remplira cette condition pour toutes les eſpeces en rendant $\lambda m + 1,25 = 0$. Il faut donc que pour l'ob-

l'objectif le nombre λ ait une valeur négative, ſavoir $\lambda = -\frac{1,25}{m}$: & ſi l'on peut remplir cette condition, on pourra joindre au même objectif un oculaire ſimple, ou double, ou triple : car alors, en employant un oculaire ſimple, on aura $\lambda m + \lambda'' = 0,37979$, pour un oculaire double $\lambda m + \lambda'' = -0,27092$, & pour un triple $\lambda m + \lambda'' = -0,39140$, leſquelles valeurs ſont toutes tant au deſſous de l'unité, que de petites aberrations ne ſont pas fort à craindre.

26. Or on ne ſauroit réuſſir à faire une tel verre objectif, à moins qu'on ne le compoſe de trois verres: ce qui ſe peut pratiquer d'une infinité de manieres, dont la conſtruction ſuivante paroit la plus convenable pour la pratique. La diſtance de foyer de l'objectif étant $= p$, pour la multiplication $= m$ on fera les trois verres, dont l'objectif eſt compoſé, en ſorte

du premier verre

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61447\,p, \\ \text{de derriere} = 5,24160\,p, \end{cases}$

du ſecond verre

$$\text{le rayon de ſa face} \begin{cases} \text{de devant} = \dfrac{-p}{0,190781 + 0,905133\sqrt{\left(1+\frac{5}{4m}\right)}} \\[2ex] \text{de derriere} = \dfrac{-p}{1,627401 - 0,905133\sqrt{\left(1+\frac{5}{4m}\right)}} \end{cases}$$

du troiſieme verre

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61447\,p, \\ \text{de derriere} = 5,24160\,p. \end{cases}$

27.

27. Cette construction a cet avantage, que le premier & troisieme verre sont égaux entr'eux, chacun ayant la distance de foyer $= p$: mais le second verre est concave, ayant sa distance de foyer négative $= -p$, de sorte que le composé obtient sa distance de foyer $= p$. Ensuite le premier & le troisieme produisent chacun à part la moindre confusion, & partant de petites erreurs commises dans leur construction influent le moins qu'il est possible sur l'effet de l'objectif entr'eux; la construction du verre moyen peut être plus commodément représentée en sorte:

le rayon de sa face de devant

$$-p\left(0{,}91248 - \frac{0{,}47102}{m} + \frac{0{,}39033}{mm}\right),$$

le rayon de sa face de derriere

$$-p\left(1{,}38453 + \frac{1{,}08441}{m} + \frac{0{,}51049}{mm}\right).$$

28. Donc, puisque la construction du premier & troisieme verre n'a aucune difficulté, exposons celle du second verre pour les multiplications principales dans la table suivante:

Conſtruction du ſecond verre de l'objectif.

Multipl. m	rayon de la face de devant	rayon de la face de derriere
10	— 0,86928 p	— 1,49807 p
20	— 0,88990 p	— 1,44002 p
30	— 0,89721 p	— 1,42125 p
40	— 0,90095 p	— 1,41196 p
50	— 0,90322 p	— 1,40642 p
60	— 0,90474 p	— 1,40274 p
70	— 0,90583 p	— 1,40012 p
80	— 0,90665 p	— 1,39816 p
90	— 0,90730 p	— 1,39664 p
100	— 0,90781 p	— 1,39542 p
120	— 0,90858 p	— 1,39360 p
140	— 0,90914 p	— 1,39230 p
160	— 0,90955 p	— 1,39133 p
180	— 0,90987 p	— 1,39056 p
200	— 0,91014 p	— 1,38995 p
250	— 0,91060 p	— 1,38888 p
300	— 0,91091 p	— 1,38815 p
350	— 0,91114 p	— 1,38764 p
400	— 0,91131 p	— 1,38725 p
450	— 0,91143 p	— 1,38694 p
500	— 0,91154 p	— 1,38670 p
600	— 0,91170 p	— 1,38634 p
700	— 0,91181 p	— 1,38608 p
800	— 0,91190 p	— 1,38589 p
900	— 0,91196 p	— 1,38573 p
1000	— 0,91201 p	— 1,38562 p

29. Donc, pour chaque multiplication propoſée m, ſi nous poſons $p = \frac{m}{2}$ pouces, nous pourrons conſtruire un objectif composé de trois verres, dont le premier & le troiſieme ſont égaux entr'eux ſuivant

vant la table suivante, qui exprime les rayons de toutes les faces en pouces & centiemes parties d'un pouce, de même que le diametre de l'ouverture de l'objectif:

Table des Objectifs triples.

Multiplication m	du premier & troisieme verre. rayon de la face de devant	du premier & troisieme verre. rayon de la face de derriere	du second verre. rayon de la face de devant	du second verre. rayon de la face de derriere	Diametre de l'ouverture de l'objectif.
10	+ 3,07	+ 26,21	— 4,35	— 7,49	0,33
20	+ 6,14	+ 52,42	— 8,90	— 14,40	0,67
30	+ 9,22	+ 78,62	— 13,46	— 21,32	1,00
40	+ 12,29	+ 104,83	— 18,02	— 28,24	1,33
50	+ 15,36	+ 131,04	— 22,58	— 35,16	1,67
60	+ 18,43	+ 157,25	— 27,14	— 42,08	2,00
70	+ 21,50	+ 183,46	— 31,70	— 49,00	2,33
80	+ 24,58	+ 209,66	— 36,27	— 55,93	2,67
90	+ 27,65	+ 235,87	— 40,83	— 62,85	3,00
100	+ 30,72	+ 262,08	— 45,39	— 69,77	3,33
120	+ 36,87	314,50	— 54,51	— 83,62	4,00
140	43,01	366,91	— 63,64	— 97,46	4,67
160	49,16	419,33	— 72,76	— 111,31	5,33
180	55,30	471,74	— 81,89	— 125,15	6,00
200	61,45	524,16	— 91,01	— 139,00	6,67
250	76,81	655,04	— 113,82	— 173,61	8,33
300	92,17	786,24	— 136,64	— 208,22	10,00
350	107,53	917,28	— 159,45	— 242,84	11,67
400	122,90	1048,32	— 182,26	— 277,45	13,33
450	138,26	1179,36	— 205,07	— 312,06	15,00
500	153,62	1310,40	— 227,88	— 346,67	16,67
600	184,34	1572,48	— 273,51	— 415,90	20,00
700	215,07	1834,56	— 319,13	— 485,13	23,33
800	245,79	2096,64	— 364,76	— 554,36	26,67
900	276,51	2358,72	— 410,38	— 623,57	30,00
1000	307,24	2620,80	— 456,01	— 692,81	33,33

Un tel objectif pour la multiplication $m = 10$ eſt repréſenté dans la figure II.

30. Ayant conſtruit un tel objectif pour une multiplication propoſée $= m$, on pourra l'employer à chacune des 12 Eſpeces, que j'ai décrites cy-deſſus, en prenant toujours la diſtance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce. Alors la longueur de la lunette ſera $\frac{m+1}{2}$ pouces, qui en comparaiſon des lunettes ordinaires ſera d'autant plus courte que la multiplication ſera plus grande. Le devis ſuivant pourra ſervir d'exemple à d'autres.

Devis d'une Lunette de $2\frac{1}{2}$ pieds
qui groſſit 60 fois le diametre des objets.

1°. Le verre objectif PP aura une ouverture de deux pouces en diametre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il eſt composé.

2°. L'objectif ſera composé de trois verres, dont voici la conſtruction:

Du premier: le rayon de ſa face $\left\{\begin{array}{ll}\text{de devant} & = +18\frac{43}{100} \\ \text{de derriere} & = +157\frac{25}{100}\end{array}\right\}$ pouces,

Du ſecond: le rayon de ſa face $\left\{\begin{array}{ll}\text{de devant} & = -27\frac{14}{100} \\ \text{de derriere} & = -42\frac{8}{100}\end{array}\right\}$ pouces.

Du troiſieme: le rayon de ſa face $\left\{\begin{array}{ll}\text{de devant} & = +18\frac{43}{100} \\ \text{de derriere} & = +157\frac{35}{100}\end{array}\right\}$ pouces.

3°. Derriere ce verre, à la diſtance $AB = 30$ pouces, ou dans ſon foyer on placera le verre moyen QQ, dont l'ouverture eſt de $\frac{60}{61} = \frac{98}{100}$ pouce en diametre.

4°. Or ce verre QQ eſt composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2\frac{16}{100}$ pouces.

5°.

5°. Derriere ce verre QQ, à la diſtance BC $= \frac{1}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont l'ouverture aura $\frac{1}{2}$ pouce en diametre.

6°. L'oculaire ſera auſſi compoſé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 1\frac{1}{10}$ pouce.

7°. Derriere l'oculaire, à la diſtance CO $= \frac{5}{4}$ pouce, on mettra l'oeil, qui découvrira un champ dont le diametre eſt $112\frac{2}{3}$ minutes, ou $1°, 52\frac{2}{3}'$: & ce champ paroitra à l'oeil ſous un angle de $89°, 2'$.

31. Voilà un autre devis d'une plus longue Lunette de la IX Eſpece:

Devis d'une Lunette de 5 pieds
qui groſſit 120 fois le diametre des objets.

1°. Le verre objectif aura une ouverture de 4 pouces en diametre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il eſt compoſé.

2°. Cet objectif ſera compoſé de trois verres, dont voici la conſtruction:

$$\text{Du premier: le rayon de ſa face} \left\{ \begin{array}{ll} \text{de devant} & = +\,36\frac{87}{100} \\ \text{de derriere} & = +\,314\frac{50}{100} \end{array} \right\} \text{pouces.}$$

$$\text{Du ſecond: le rayon de ſa face} \left\{ \begin{array}{ll} \text{de devant} & = -\,54\frac{51}{100} \\ \text{de derriere} & = -\,83\frac{82}{100} \end{array} \right\} \text{pouces.}$$

$$\text{Du troiſieme: le rayon de ſa face} \left\{ \begin{array}{ll} \text{de devant} & = +\,36\frac{87}{100} \\ \text{de derriere} & = +\,314\frac{80}{100} \end{array} \right\} \text{pouces.}$$

3°. Derriere ce verre; à la diſtance AB $= 60$ pouces, on mettra le verre QQ, dont l'ouverture doit être de $1\frac{34}{100}$ pouce en diametre.

4°. Le verre QQ eſt compoſé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2\frac{72}{100}$ pouces.

5°. Derriere ce verre QQ, à la diſtance BC = $\frac{3}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont le diametre d'ouverture doit être $\frac{3}{4}$ pouces.

6°. L'oculaire RR ſera composé de trois verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant = 1, 65 pouce.

7°. Derriere l'oculaire à la diſtance CO = $\frac{3}{10}$ pouce, on placera l'oeil, qui découvrira un champ dont le diametre ſera = 71′, ou 1°, 11′, & ce champ lui paroitra ſous un angle de 102°, 12′.

RE-