1768

Règles générales pour la construction des télescopes et des microscopes

Leonhard Euler

REGLES GÉNÉRALES
POUR
LA CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES ET DES MICROSCOPES *)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir expliqué toutes les conditions qui doivent être observées dans la construction des Télescopes & des Microscopes, de quelque nombre de verres qu'ils soient composés; nous pourrons donner des regles auxquelles il faut satisfaire, si l'on veut porter ces instrumens au plus haut dégré de perfection dont ils sont susceptibles. Posons donc, quelque grand que soit le nombre des verres, les distances:

$$EA = a;\ FB = b;\ GC = c;\ HD = d;\ IE = e\ \&c.$$
$$AF = \alpha;\ BG = \beta;\ CH = \gamma;\ DI = \delta;\ EK = \epsilon\ \&c.$$

les distances de foyer des verres

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\ q = \frac{b\beta}{b+\beta};\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\ s = \frac{d\delta}{d+\delta};\ t = \frac{e\epsilon}{e+\epsilon}\ \&c.$$

le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $= x$, celui du second verre $= \theta q$, du troisieme $= \theta' r$, du quatrieme $= \theta'' s$, du cinquieme $= \theta''' t$ &c.

Ensuite la multiplication $= m$, le demi-diametre du champ apparent $= z$; le demi-diametre du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil

*) Lu en 1756.

l'oeil $= y$; la distance à laquelle nous rapportons la multiplication $= l$; & enfin, soit la distance de l'oeil derriere le dernier verre $= k$. Cela posé, les conditions à remplir pour chaque nombre de verres seront.

I. Cas *d'un seul verre.*

2. Pour ce cas nous avons $\alpha = \infty$ & $p = a$: & les autres conditions sont

I. La multiplication - - - - - $m = \frac{l}{a}$.

II. Le degré de clarté - - - - - $y = x$.

III. Le champ apparent est indéterminé.

IV. Le champ apparent exige - - - - $k = 0$.

V. Pour éviter la confusion des couleurs $k = 0$.

VI. La confusion causée par l'ouverture $= \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$.

3. Ici la valeur de μ est $= 0,93819$, & pour la suite $\nu = 0,23269$. Or λ est un nombre expliqué cy-dessus, qui dépend de la nature du verre, selon qu'il est simple ou multiple. Ensuite, pour abréger, j'ai posé

$$\mathfrak{a} = \alpha + b, \qquad \mathfrak{A} = 1 + \frac{\alpha}{a},$$

$$\mathfrak{b} = \beta + c + \frac{bc}{\alpha\beta}\mathfrak{a}, \qquad \mathfrak{B} = 1 + \frac{\beta}{b} + \frac{\alpha\beta}{bb}\mathfrak{A},$$

$$\mathfrak{c} = \gamma + d + \frac{cd}{\beta\gamma}\mathfrak{b}, \qquad \mathfrak{C} = 1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{\beta\gamma}{cc}\mathfrak{B},$$

$$\mathfrak{d} = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta}\mathfrak{c}, \qquad \mathfrak{D} = 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\gamma\delta}{dd}\mathfrak{C},$$

$$\mathfrak{e} = \varepsilon + f + \frac{ef}{\delta\varepsilon}\mathfrak{d}, \qquad \mathfrak{E} = 1 + \frac{\varepsilon}{e} + \frac{\delta\varepsilon}{ee}\mathfrak{D}.$$

&c. &c.

II.

II. Cas.

Des Instrumens composés de deux verres.

4. Pour ce cas nous avons $\beta = \infty$ & $q = b$, les autres conditions sont:

I. La multiplication - - - - - - $m = \mp \frac{\alpha l}{ab}$.

II. Le degré de clarté - - - - - $y = \frac{bx}{\alpha}$.

Condition requise pour cela $\theta > \frac{x}{\alpha}$.

III. Le champ apparent - - - - - $z = \theta b \cdot \frac{a}{\mathfrak{a}}$.

IV. Il exige - - - - - $\frac{k}{b} = \frac{\mathfrak{a}}{\alpha}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs $\frac{k}{b} = \frac{(1 + \frac{\alpha}{b})\mathfrak{A}}{1 + \frac{\alpha}{b}\mathfrak{A}}$.

VI. La confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu b}{4\alpha} x^3 \left(\frac{\lambda (a + \alpha)^2 + \nu a \alpha}{aabbp} + \frac{\lambda'}{\alpha\alpha q} \right).$$

III. Cas.

Des Instrumens composés de trois verres.

5. Pour ce cas nous avons $\gamma = \infty$ & $r = c$: les autres conditions sont

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{\alpha\beta l}{abc}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcx}{\alpha\beta}$.

Conditions requiſes pour cela:

$$\theta > \frac{x\,(b + \mathfrak{b})}{\alpha \mathfrak{b}}, \quad \& \quad \theta' > \frac{bx}{\alpha \mathfrak{b}}.$$

III. Le champ apparent ſe détermine par celle de ces deux égalités qni donne la plus petite valeur de z

$$z = \frac{\theta b \mathfrak{b}}{b + \mathfrak{b}} \cdot \frac{a}{\mathfrak{a}}, \quad \& \quad z = \theta' c \cdot \frac{ab}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{c} = \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{c}}$.

V. Pour éviter les couleurs $\frac{k}{c} = \frac{(1 + \frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1 + \frac{\mathfrak{b}}{c})\mathfrak{B}}{1 + \frac{\mathfrak{b}}{c}\mathfrak{B}}$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu b c}{4 \alpha \beta} x^3 \begin{cases} + \dfrac{\beta\beta\,(\lambda\,(a + \alpha)^2 + \nu a \alpha)}{aabbccp} \\ + \dfrac{\lambda'\,(b + \beta)^2\;\nu b \beta)}{\alpha\alpha ccq} \\ + \dfrac{\lambda'' bb}{\alpha\alpha\beta\beta r}. \end{cases}$$

IV. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de quatre verres.

6. Pour ce cas nous avons $\delta = \infty$ & $s = d$

I. La multiplication - - - $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$.

Conditions requiſes pour cela

$\theta >$

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta};\ \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma};\ \theta'' > \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}.$$

III. Des trois valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{a}{\alpha};\ z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{\alpha\mathfrak{b}};\ z = \theta'' d\cdot\frac{abc}{\alpha\beta\mathfrak{c}}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{d} = \frac{\mathfrak{c}}{\gamma}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{d} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C}}{1+\frac{\gamma}{d}\mathfrak{C}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu bcd}{4\alpha\beta\gamma}\cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\,(\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddp}, \\ + \frac{\gamma\gamma\,(\lambda'\,(b+\beta)^2 + \nu b\beta)}{\alpha\alpha ccddq}, \\ + \frac{bb\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{\alpha\alpha\beta\beta ddr}, \\ + \frac{\lambda''' bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma s}. \end{array} \right.$$

V. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de cinq verres.

7. Pour ce cas nous avons $\epsilon = \infty$ & $t = e$.

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{\alpha\beta\gamma\delta l}{abcde}$.

II. Le degré de clarté - - - - $y = \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Conditions requiſes pour cela

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta};\ \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma};\ \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta};\ \theta''' > \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

III. Des quatre valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{a}{\mathfrak{a}};\ z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{\alpha\mathfrak{b}};\ z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}\cdot\frac{abc}{\alpha\beta\mathfrak{c}};\ z = \theta''' e\cdot\frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

IV. Le champ apparent exige - - $\frac{k}{e} = \frac{\mathfrak{b}}{\delta}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs:

$$\frac{k}{e} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C} + (1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D}}{1 + \frac{\delta}{e}\mathfrak{D}.}$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt exprimée ainſi:

$$\frac{\mu bcde}{4\alpha\beta\gamma\delta}\cdot x^3 \left\{ \begin{aligned} &+ \frac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ &+ \frac{\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda'\,(b+\beta)^2 + \nu b\beta)}{\alpha\alpha ccddeeq}, \\ &+ \frac{bb\delta\delta\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{\alpha\alpha\beta\beta ddeer}, \\ &+ \frac{bbcc\,(\lambda'''\,(d+\delta)^2 + \nu d\delta)}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma ees}, \\ &+ \frac{\lambda^{IV} bbccdd}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta t}. \end{aligned} \right.$$

VI. Cas.

Des Instrumens composés de six verres.

8. Pour ce cas nous avons $\zeta = \infty$ & $u = f$.

I. La multiplication - - - $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon l}{abcdef}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdefx}{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon} = \frac{lx}{m\alpha}$.

Les conditions requises pour cela sont:

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta};\ \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma};\ \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta};\ \theta''' > \frac{bcdx(e+\epsilon)}{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon};\ \theta^{IV} > \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon}.$$

III. Des cinq valeurs suivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{a}{\mathfrak{a}};\quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}}$$

$$z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}\cdot\frac{abc}{\alpha\beta\mathfrak{c}};\ z = \frac{\theta''' e\epsilon}{e+\epsilon}\cdot\frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\mathfrak{d}};\ z = \theta^{IV} f.\ \frac{abcde}{\alpha\beta\gamma\delta\mathfrak{e}}.$$

IV. Le champ apparent exige - $\frac{k}{f} = \frac{\mathfrak{e}}{\epsilon}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{f} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{\delta})\mathfrak{C} + (1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D} + (1+\frac{\epsilon}{f})\mathfrak{E}}{1+\frac{\epsilon}{f}\mathfrak{E}.}$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est:

$$\frac{\mu bcdef}{4\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \dfrac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddeeffp}, \\ + \dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'\,(b+\beta)^2 + \nu b\beta)}{\alpha\alpha ccddeeffq}, \\ + \dfrac{bb\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{\alpha\alpha\beta\beta ddeeffr}, \\ + \dfrac{bbcc\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'''\,(d+\delta)^2 + \nu d\delta)}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma eeffs}, \\ + \dfrac{bbccdd\,(\lambda^{IV}\,(e+\varepsilon)^2 + \nu e\varepsilon)}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta fft}, \\ + \dfrac{\lambda^{V}\,bbccddee}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon u}. \end{array} \right.$$

9. De là il eſt aiſé de fixer les regles pour la conſtruction de 7 & pluſieurs verres, & toute l'addreſſe conſiſte maintenant en ce qu'on ſatisfaſſe à ces conditions preſcrites. Or il s'agit de déterminer en ſorte toutes les quantités qui entrent dans nos formules, qu'on obtienne une multiplication donnée avec un degré de clarté donné: enſuite, qu'on acquierre le plus grand champ apparent poſſible, & que l'expreſſion trouvée pour la confuſion qui vient de l'ouverture des verres devienne moindre que le degré de confuſion, qui eſt encore ſupportable; or nous avons vu que, pour cet effet, nos expreſſions doivent devenir moindres que $\frac{\mu}{200000}$ au moins pour les Téleſcopes; car pour les Microſcopes on peut ſouffrir un plus grand degré de confuſion. Enfin il eſt fort important, de faire en ſorte que les deux valeurs aſſignées pour k deviennent égales entr'elles, & même poſitives.

10. Après cela il faut obſerver, que les quantités a, b, β, c &c. peuvent auſſi bien être priſes négatives que poſitives, pourvu que les diſtances des verres $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ &c. ſoient toutes

toutes positives. De plus, pour ce qui regarde les nombres θ, θ', θ'' il est indifférent s'ils sont positifs ou négatifs; & la même ambiguité doit être admise dans la lettre z, qui exprime le demi-diametre du champ apparent; car, pourvu qu'elle devienne grande, soit quelle soit positive ou négative, on obtiendra toujours un grand champ apparent.

11. Sans encore entreprendre le développement de chaque cas, nous pouvons faire quelques conclusions générales. Ainsi, quel que soit le nombre des verres, on voit qu'il y a toujours $my = \frac{lx}{a}$, ou $y = \frac{l}{a} \cdot \frac{x}{m}$; ou bien $x = my \cdot \frac{a}{l}$: & partant le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif suit toujours la raison composée de la multiplication m, & de la clarté exprimée par y. Donc, plus on veut grossir les objets, avec le même degré de clarté, & plus doit être grand le diametre de l'ouverture du verre objectif: & la multiplication demeurant la même, la clarté est proportionelle à l'ouverture du verre objectif.

12. Ensuite il est clair que le demi-diametre du dernier verre, ou de celui qui est le plus près de l'oeil, doit être plus grand que le demi-diametre du cylindre lumineux, qui entre dans l'oeil, qui nous sert de mesure de la clarté. Donc, dès que le degré de clarté est prescrit, on ne sauroit diminuer la distance de foyer du dernier verre au delà d'un certain terme: puisqu'il faut toujours qu'il admette une plus grande ouverture, que celle dont le demi-diametre seroit $= y$.

13. Enfin, dans la formule qui exprime la confusion causée par l'ouverture des verres, le premieur facteur, qui contient le cube de x, se réduit toujours à cette forme $\frac{\mu l}{4ma} x^3$, quelque grand que soit le nombre des verres: & le premier membre de l'autre facteur, qui répond au verre objectif, prend toujours cette forme:

$\frac{mm(\lambda(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{\alpha a l l p}$, & partant la partie de la confusion, qui est causée par le seul verre objectif est toujours exprimée ainsi:

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha a l} \cdot \frac{\lambda(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha}{p} = \frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha p} \cdot \frac{\lambda(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha}{a l}.$$

Cette partie est ordinairement la plus considérable de toute la confusion.

14. Les valeurs des petites lettres allemandes $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{e}$ &c. si nous y introduisons les distances de foyer q, r, s, t, u &c. pourront être représentées en sorte

$$\frac{\mathfrak{a}}{a} = \frac{\alpha}{a} + \frac{b}{a},$$

$$\frac{\mathfrak{b}}{b} = \frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{\alpha\beta},$$

$$\frac{\mathfrak{c}}{c} = \frac{\gamma}{c} + \frac{d}{r} + \frac{bcd}{\beta\gamma q} + \frac{bbcd}{\alpha\beta\beta\gamma},$$

$$\frac{\mathfrak{d}}{d} = \frac{\delta}{d} + \frac{e}{s} + \frac{cde}{\gamma\delta r} + \frac{bcc de}{\beta\gamma\gamma\delta q} + \frac{bbccde}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta},$$

$$\frac{\mathfrak{e}}{e} = \frac{\varepsilon}{e} + \frac{f}{t} + \frac{def}{\delta\varepsilon s} + \frac{cddef}{\gamma\delta\delta\varepsilon r} + \frac{bccddef}{\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon q} + \frac{bbccddef}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon}.$$

&c.

d'où il sera plus aisé de développer les formules pour le champ apparent, de même que celles pour la distance de l'oeil derriere le dernier verre.

15. Puisque chaque verre, excepté l'objectif, donne une équation pour le demi-diametre du champ apparent, dont pourtant une seule, savoir celle qui donne la plus petite valeur pour z, a lieu, si nous y remettons ces valeurs développées, ces équations seront

$$\text{I.}\quad \frac{\theta q}{z} = \frac{\alpha}{a} + \frac{b}{a},$$

$$\text{II.}\quad \frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha\beta}{ab} + \frac{\alpha c}{aq} + \frac{bc}{a\beta},$$

$$\text{III.}\quad \frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} + \frac{\alpha\beta d}{abr} + \frac{\alpha cd}{a\gamma q} + \frac{bcd}{a\beta\gamma},$$

$$\text{IV.}\quad \frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} + \frac{\alpha\beta\gamma e}{abcs} + \frac{\alpha\beta de}{ab\delta r} + \frac{\alpha cde}{a\gamma\delta q} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta},$$

$$\text{V.}\quad \frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}{abcde} + \frac{\alpha\beta\gamma\delta f}{abcdt} + \frac{\alpha\beta\gamma ef}{abces} + \frac{\alpha\beta def}{ab\delta\varepsilon r} + \frac{\alpha cdef}{a\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta\varepsilon}.$$

&c.

ou bien

$$\text{I.}\quad \frac{\theta q}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(1 + \frac{b}{\alpha}\right),$$

$$\text{II.}\quad \frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{\alpha\beta}\right),$$

$$\text{III.}\quad \frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma}{bc} + \frac{\beta d}{br} + \frac{cd}{\gamma q} + \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\right),$$

$$\text{IV.}\quad \frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta}{bcd} + \frac{\beta\gamma e}{bcs} + \frac{\beta de}{b\delta r} + \frac{cde}{\gamma\delta q} + \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}\right),$$

$$\text{V.}\quad \frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} + \frac{\beta\gamma\delta f}{bcdt} + \frac{\beta\gamma ef}{bces} + \frac{\beta def}{b\delta\varepsilon r} + \frac{cdef}{\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\right).$$

&c.