



1768

Disquisitio de vera lege refractionis radiorum diversicolorum

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Disquisitio de vera lege refractionis radiorum diversicolorum" (1768). *Euler Archive - All Works*. 349.
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/349>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

DISQUISITIO

DE VERA LEGE REFRACTIONIS RADIORVM
DIVERSICOLORVM.

Auctore

L. E. V. L. E. R. O.

Definitio 1.

1.

Refractionem mediani voco rationem illam constantem inter sinum anguli incidentiae et sinum anguli refractionis, secundum quam radii mediae naturae ex alio medio in aliud transientes refringuntur. Simili modo eadem ratio, quae in radios rubros competit, *Refractio rubra*, quae autem radiis violaceis convenit, *Refractio violacea* appellatur.

COROLL. I.

2. Cum ergo radii rubri minus, violacei vero magis refringantur, quam medi; refractio rubra propius ad rationem aequalitatis accedit, quam refractio media, haec autem propius, quam violacea.

COROLL. 2.

3. Quodsi igitur refractio media ratione $m:1$; rubra ratione $r:1$ et violacea ratione $\varphi:1$ exprimitur;

DE LEGE REFRACT. RADII DIVERSIC. 167

matur; fuerique $m > 1$, tum erit $r < m$ et $\varphi > m$; si autem sit $m < 1$, tum erit $r > m$ et $\varphi < m$.

COROLL. 3.

4. Interim tamen si refractio media sit ratio maioris inaequalitatis, etiam refractiones rubra et violacea erunt rationes maioris inaequalitatis, contra si illa sit ratio minoris inaequalitatis, etiam haec erunt rationes minoris inaequalitatis.

COROLL. 4.

5. Statim autem atque una harum refractionum abit in rationem aequalitatis, etiam reliquae fient rationes aequalitatis. Hoc scilicet casu, radii cuiusque naturae sine ulla refractione transiunt.

Scholion.

6. Principalis haec lex universae Dioptricae nuncitur phaenomenis, quibus competitum est, dum radii ex uno medio in aliud transiunt, refractionem semper ita esse comparatam, ut sicut incidentiae ad sinum refractionis eandem servet rationem, si scilicet radii eundem fuerint naturae seu eundem colorem referant. Pro radiis autem diversae indolis ex observationibus constat radios rubros minorem, violaceos vero maiorem refractionem pati, quam eos, qui sunt indolis mediae, veluti videlicet; ita tamen ut pro radiis eiusdem indolis lex illa

illa principalis perpetuo locum habeat. Ratioibus quidem physicis hanc quoque legem confirmare sunt annuſi; cum autem ad hoc perfectâ cognitione naturae radiorum opus ſit, ob eius defectum perfectâ demonſtratio a priori petita expectari nequit. Memoratu autem dignum hic viſu venit, quod quaecumque ſere hypotheſis circa naturam radiorum ſingatur, inde eadem lex refractionis deducatur. Quam ob rem etiam reliquas refractionis affectiones ex phaenomenis hauriri expediet.

Phaenomenon I.

7. Dum radii ex medio A in medium B tranſeunt, ſi fuerit refraſtio media $\frac{m}{n} : 1$; rubra $\frac{r}{f} : 1$ et violacea $\frac{v}{p} : 1$; tum viciffim pro radiis ex medio B in medium A tranſeuntibus erit refraſtio media $\frac{m}{n} : 1$ ſeu $\frac{f}{r} : 1$; rubra $\frac{p}{v} : 1$ et violacea $\frac{1}{\frac{m}{n}} : 1$, haec converſo inde euincitur, quod in tranſitu radiorum quocumque radius incidens et refractus inter ſe permuari queant.

Scholion.

8. Ita ſi radii ex aere in vitrum penetrent, ex plurimis experimentis Newtonus conſulit, eſſe refractionem mediam $\frac{155}{100} : 100$, rubram $\frac{154}{100}$ et violaceam $\frac{156}{100} : 100$, ita ut ſit $m = 1,55$; $r = 1,54$ et $v = 1,56$. Viciffim ergo ſi radii ex vitro in aere exant, erit refraſtio media $\frac{100}{154}$ et violacea $\frac{100}{156} : 156$. Vtroque caſu miſeſum

miſeſum eſt refractionem rubram propius ad unitatem aequalitatis accedere & quam mediam, hincque propius, quam violaceam, quippe quae proximè a ratione aequalitatis recedit.

Phaenomenon 2.

9. Si quaerantur, ſequitur:
 in tranſitu radii ex medio A in medium B refraſtio media $\frac{m}{n} : 1$ rubra $\frac{r}{f} : 1$ et violacea $\frac{v}{p} : 1$
 in tranſitu radii ex medio B in medium C refraſtio media $\frac{m}{n} : 1$ rubra $\frac{r}{f} : 1$ et violacea $\frac{v}{p} : 1$

Tum ſi radii ex medio B in medium C tranſeant, erit refraſtio media $\frac{m}{n} : 1$ rubra $\frac{r}{f} : 1$ et violacea $\frac{v}{p} : 1$

refraſtio rubra $\frac{r}{f} : 1$ et violacea $\frac{v}{p} : 1$

refraſtio violacea $\frac{v}{p} : 1$ et rubra $\frac{r}{f} : 1$

Coroll. I.

10. Quodſi ergo refraſtio ex aere in varias materias diaphanas, cuiusmodi ſunt aqua, ſpiritus vini aliique liquores, tum vero vitrum, cuius quodque varias dari ſpecies certum eſt, chryſtallus, ſtipesque pretioſi; fuerit explorata, tum etiam pro tranſitu radiorum ex quocumque horum mediorum in aliud refractio deſignari poterit.

Coroll. 2.

Ac, viciffim, etiam ſi refraſtio ex quopiam aere in medium in aliud fuerit deſignata, ſi Tom. XII. Nou. Comm. Y mul-

inque refraſtio ex aere in alteram eorum con-
 ſer, tunc inde refraſtio ex aere in alteram mediam
 concludi poteſt.

Scholion 1.

12. Eximiã hanc refractionis proprietatem
 inter phaenomena refero, etiamſi ex præcedenti
 ſermiter demonſtrari poſſit. Fingatur enim inter
 hinc media B ſet C lamina tenuiſſima mediis A,
 ſitque angulus incidentiæ in medio B = Φ , cuiusque
 ſinus = ſin. Φ ; eritque ſinus refractionis in medio
 $A = m$ ſin. Φ , pro radiis mediis m , quorum refraſtio
 eſt = 1 : m ; pro reliquis vero idem valet ratio-
 cium. At hic ſinus refractionis m ſin. Φ ſimul ſic
 ſinus incidentiæ, dum radius ex medio A in C
 tranſit; hinc quia refraſtio eſt = M : 1 erit ſinus
 refractionis in medio C = $\frac{1}{M}$ ſin. Φ . Eodem autem
 modo rem ſe habere debere perſpicuum eſt, ſi la-
 mella intermedia penitus tollatur, unde cum ſinui
 incidentiæ ſin. Φ conveniat ſinus refractionis $\frac{1}{M}$ ſin. Φ ,
 erit utique refraſtio = 1 : $\frac{1}{M}$ = M : 1 quod idem de
 radiis rubris et violaceis valet

Scholion 2

13. Hæc ſunt generalia refractionis principia,
 quæ partim ex phaenomenis partim ex ratione
 ſunt deducta; neque præterea quicquam certi repe-
 rimus, cui Theoria refractionis ſpecificaſſimè queat.
 Quædam ſcilicet quædamlibet mediæ diſperſionem præ-
 ſtat

tur refractionem, per experimenta in hunc ſinem
 inſtituta deſignari oportet, cum refractionis quantitas
 vixque a peculiari cuiusque mediæ natura pendat.
 Ita apud Auctores, poſſima occurrunt experimenta, qui-
 bus pro variis mediis, in quæ radii ex aere ſunt in-
 tromiſſi, quantitas refractionis determinatur. Ple-
 rumque autem hæc experimenta tantum ad radios
 mediæ naturæ ſunt accommodata, neque iis quic-
 quam certi præ radiis extraneis, rubris ſcilicet et
 violaceis aſſignari ſoleat. Hinc quaſtione enaſcitur

maximi momenti, cum cogita: refractione mediæ,
 duam radii ex quacunque medio in aliud tranſeant,
 exinde per certam regulam refractiones rubra et
 violacea deſignari queant? Quaeritur ſcilicet, utrum
 data refractione mediæ, que ſiſt = m : 1, ex ea ſola
 ſine villo reſpectu ad ipſorum mediorum indolem
 habito, tam refraſtio rubra r : 1 quam violacea v : 1
 determinari poſſit? an vero hæc determinatio inſu-
 per a natura mediorum quodammodo pendat?
 Quoniam hic per ſolam rationem nihil deſidere li-
 cet, utrumque caſum ſollicitè evoluï, indeque re-
 lationem, quæ inter refractiones mediam, rubram
 ac violaceam intercedere reperitur, ſedulo perpendi
 conueniet, ut deinceps experientia conſulti poſſit,
 quaenam hypotheſis veritati maxime ſit conſentanea.

Hypotheſis 1.

14. In hac hypotheſi ſtatuitur, refractionem
 rubram et violaceam vixce a refractione mediæ pen-
 dere,

dere, ita ut cognita refractione media $m:1$, per eam solam refraçtio rubra $r:1$ et violacea $v:1$ determinentur, sicuti quantitates r et v tanquam certae quaedam functiones quantitati m spectari queant.

COROLL. 1.

15. Haec ergo hypothesi assumta statuitur, si pro transitu ex quopiam medio A in aliud medium B fuerit refraçtio, media $m:1$, rubra $r:1$ et violacea $v:1$ quae sunt si pro transitu ex alio quocunque medio C in aliud D refraçtio media patierit $m:1$, tum etiam refractionem rubram fore $r:1$ et violaceam $v:1$.

COROLL. 2.

16. Haec consequentia ita arte tum ipsa hypothesi est connexa, ut si ex aequalitate refractionis mediae certa aequalitas refractionis rubrae et violaceae constandi posset, ipsa hypothesi pro vera esse habenda.

COROLL. 3.

17. Ad veritatem ergo istius hypothesi diiudicandam, totum negotium ad hanc quaestionem reducitur, num sit in duobus diversis transiibus ex alio medio in aliud, refraçtio media vtriusque fuerit eadem, sicuti refraçtio rubra et violacea vtriusque eadem sit futura. Quenammodum casu quo $m=1$, eam semper est $r=1$ et $v=1$,

$v=1$, quandoquidem hoc casu radi nullam refractionem patiantur.

Scholion.

18. Haec hypothesi mihi iam olim ita probabilis et constantiae naturae conformis est visa, ut non dubitaverim; eam tanquam principium, vniuersae Dioptricae accipere, quod non minus pro certo esset admittendum, quam illa superius commemorata. Nullam enim dubitandi rationem perspicere poteram, cur eidem refractioni mediae non eadem quoque refractiones extremae responderi censerent. Huic igitur principio disquisitiones meas de lentibus obiectiuis ex duplici materia pellucida componendis, quae vitio diuersae radiorum refractionis non essent obnoxiae, superstruxeram. Nunc autem dubiis gravissimis, quae Acutissimis Geometra Clairaut in Mem. Acad. Scient. Parisinae pro A. 1756. aduersus hoc principium proposuit, permotus de eius certitudine ita dubitare coepi, ut id non amplius veritatis necessarii annumerandum censerem, vti quidem statim mihi erat visum, sed agnoscerem vti coactus, nihil impedire, quo minus istae leges in natura locum habere queant. Quam obrem hic istud equidem principium propono, sed non tanquam solum, ad quod refractionis natura sit adstricta; verum deinde innumeras alias leges ipsi adiungam, quae pariter in natura locum habere possent. Quo facto accuratius investigabo, quae-

esse haurum legum phenomenon notissime fatisciant: haec scilicet via ad veritatem perveniendi vel saltem appropinquandi cunctissima videtur.

Problema 1.

19. In hypothesi refractionis modo memorata, data refractione media pro transitu radiorum quocunque ex medio alio in aliud, definire refractiones extremas, rubram scilicet et violaceam.

Solutio.

Concipiantur media quocunque diaphana A, B, C, D etc. ita comparata, ut dum radii ex eorum quovis in sequens transeant, refractio media sit eadem $m : 1$; Eadem ergo quoque erit refractio rubra $r : 1$ et violacea $v : 1$. Quodsi iam radii ex medio A in medium C transeant, erit refractio media $= m^2 : 1$, rubra $= r^2 : 1$ et violacea $= v^2 : 1$; si autem ex medio A in medium D, transeant, erit refractio media $= m^3 : 1$, rubra $= r^3 : 1$ et violacea $= v^3 : 1$. Quare in genere si radii ex medio A in medium quocunque N transeant, fuerintque refractio media $= M : 1$ existente $M = m^N$, erit refractio rubra $= r^N : 1$ et violacea $= v^N : 1$. Cum vero sit $1/M = 1/m$ ideoque $n = \frac{1}{M}$ erit $r^n = m/r = \frac{1}{M}$, M , hincque $r^n = M^{1/n} : 1$ et $v^n = M^{1/n} : 1$. Quod si ergo pro unica refractione media $m : 1$ nota sit refractio rubra $= r : 1$ et violacea $= v : 1$;

tum pro quocunque alia refractione media $M : 1$ habebitur

Refractio rubra $= M^{1/n} : 1$ et

refractio violacea $= M^{1/n} : 1$.

Cum igitur constet in transitu ex aere in vitrum esse $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$ erit

$$\frac{1^r}{1^m} = \frac{102509}{103117} = 1 - \frac{6}{1000} \text{ et}$$

$$\frac{1^v}{1^m} = \frac{992266}{1005117} = 1 + \frac{13}{1000}.$$

Hinc medium sumendo, et loco fractionis $\frac{1}{n}$ scribendo litteram δ in genere affirmare licet, si in transitu quocunque fuerit refractio media $= M : 1$, fore refractionem rubram $= M^{1-\delta} : 1$ et violaceam $= M^{1+\delta} : 1$.

Coroll. 1.

20. Cum sit δ fractio tam exigua nempe $\delta = \frac{6}{1000}$ erit satis exacte $M^\delta = 1 + \delta 1/M$ et $M^{-\delta} = 1 - \delta 1/M$ denotante $1/M$ logarithmum hyperbolicum ipsius M ; unde prodit pro refractione media $= M : 1$ proxime:

refractio rubra $= M - \delta M/M = M - \frac{6}{1000} M/M : 1$

refractio violacea $= M + \delta M/M = M + \frac{6}{1000} M/M : 1$.

Coroll. 2.

21. Logarithmi autem hyperbolici obtinentur, si vulgares in tabulis exhibitii multiplicentur per 2,30258. Hinc si in his formalis logarithmis vulg-

vulgaribus vitamur, loco δ/M scribere debemus
2, 30258 $\delta/M = \frac{1}{2}M$, unde pro refractione me-
dia $M:1$ fit

refractio rubra $= M - \frac{1}{2}M/M:1$

refractio violacea $= M + \frac{1}{2}M/M:1$.

Scholion.

22. In Volum. III. Mem. Acad. Reg. Bor-
nuff. tabulam exhibui ex hac hypothefi computa-
tam, unde pro quavis refractione media statim re-
fractiones rubra et violacea deproxi possunt; eadem-
que hypothefi constructio lentium obiectiviarum com-
positarum innititur. Illo scilicet tempore haec hy-
pothefis sola mihi vera est visa, atqueque circum-
stantiae impedimento fuerant, quo minus per expe-
rimenta eius veritatem explorare liceret. Nunc au-
tem a Cel. D^{no}. Clairaut edoctus etiam aliarum
hypothesium possibilitatem agnoscere cogor; et ar-
gumentum ab Eo allatum hoc sufficienter probat,
etiam ex hypothefi emanationis luminis cum attractio-
ne coniuncta est petitum. Quamquam enim meo
quidem iudicio haec hypothefis est reiicienda, ta-
men conclusiones inde deductae possibilitatis notam
gerunt, atque adeo ipsi veritati consentaneae esse
possent, non obstante ipsius hypothefis falsitate.
Quemadmodum enim inde constantia rationis inter
fusus incidentiae et refractionis pulcherrime ostendi-
tur, ita etiam reliquae refractionis affectiones istde
deductae

deductae verae esse possent: sufficit autem eas tan-
quam possibile spectasse.

Hypothesis 2.

23. Hic radii lucis in partu utarum minima-
rum pernicissimo motu consistere videntur, ita ut
diversis coloribus diversae celeritatis gradus conve-
niant. Tunc refractione ab attractione quaevis circa
superficiem resti vgentem exerts effici. hntem, que
fit, ut dum particulae illae ex medio alio in aliud
transiant a tramite rectilineo deflectantur.

COROLL. 1.

24. In hac ergo hypothefi cuiusque coloris
radiis in quavis medio certis celeritatis gradus tribu-
bitur, quo minima corpuscula raptum constituen-
tia per id medium feruntur, hi coque libentem re-
sistentiam, qua radii directio continetur, deseribunt.

COROLL. 2.

25. Deinde dum radii ex vno medio in aliud Tab. II.
transeunt, circa constantia spatium quoddam quamvis Fig. 4.
angustum concipitur ABCD, in quo radii ad al-
terutrum terminum relati CD attractantur, mo-
tumque suum inflectere et mutare coguntur, dein-
ceps in altero medio iterum in directum progres-
suri.

Scholion.

26. Si scilicet EF fuerit radius in medio diaphano A celeritate $=a$ motus, isque ad F in aliud medium B ingredi incipiat, spatium quoddam tanquam ABCD certae crassitiei $AC=BD=ce$ statuitur, per quod dum radius transit, vim sustinet ad alterum terminum CD normaliter tendentem, ab eaque de sua directione deflectatur similitudine celeritatis mutationem patitur, ita ut in hoc spatio lineam quandam curvam FG describere cogatur. Tum vero cum hoc spatium superaverit, celeritate et directione, quam in G fuerit adeptus, in altero medio B secundum rectam GH motum suum fit profecturus. Erit ergo EF radius incidens in medio A celeritate a motus, et GH radius refractus in medio B cuius celeritas sit $=b$; ac si ad laminam ABCD ambo media separatim ducantur normales FP et GQ, erit *angulus incidentiae* EFP $=\zeta$ et *angulus refractionis* HQ $=\eta$. Hic quidem rationem attractionis, dum radius per laminam ABCD transit, definire non licet, sed mox patebit quaeunque ea fingatur, eandem ferere refractionis phaenomena inde sequi. Hoc tantum notande unabit, si *angulus incidentiae* ζ superet *angulum refractionis* η , attractionem fieri debere ad lineam CD, contra vero ad AB.

Scholion

Scholion 2.

27. Quod ad ipsam hanc hypothesin attinet, eam naturae luminis aduersari, nunc quidem satis manifestum videtur, cum radiorum emanatio vera tantis inuoluta sit difficultatibus, ut in rerum natura nullo modo admitti possit. Quin potius extra omnem dubitationem positum videtur, radios per media diaphana perinde propagari atque sonum per aërem, idque certa quadam pulsum agitatione fieri, ubi neque vera celeritas neque attractio consistere possit. Interim tamen hi errores ita componari possent, ut radii in refractione eandem legem sequerentur, ac si omnia secundum hanc hypothesin fierent. Ex quo conclusiones ex hac hypothesi etiam falsa derivandae minime contemnendae videntur.

Problema 2.

28. Admissa hypothesi modo exposita inue-Tab. II. Tigare legem refractionis, secundum quam radii ex medio quocunque A in aliud B transeuntes reflectuntur.

Solutio.

Sit EF radius incidens in medio A celeritate $=a$ motus, quem primo mediae naturae assumo, ut refractione media eruat, statuatque *angulus incidentiae* EFP $=\zeta$. Tum vero facto in spatio ABCD motus variatione sit in medio B radius refractus

Z 2

Aus

Etus GH celeritatem habens $\equiv b$, et angulus refractionis $HGQ \equiv \gamma$. At dum per spatium ABCD viam suam secundum lineam FYG incurvat, sit in loco quocunque Y eius celeritas $\equiv z$, et dista ad planum separans normam YX, sit Φ angulus, quem cum ea motus directio constituit. Iam ponatur $F X \equiv x$, et $X Y \equiv y$, et vis, qua radii corpuscula in Y ad planum CD secundum directionem XY impelluntur $\equiv Y$, quae ut sanctio quaecunque ipsius Y spectetur. Resoluto igitur motu secundam exordinatas $F X \equiv x$ et $X Y \equiv y$, sanctorque ds pro temporis elemento, erit celeritas secundum $F X$, $\equiv \frac{dx}{dt} \equiv z \sin. \Phi$ et celeritas secundum $X Y$, $\equiv \frac{dy}{dt} \equiv z \cos. \Phi$, quae sola a vi sollicitante Y afficitur; vnde per principia mechanica consequimur:

$$\frac{ddz}{dt^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{ddy}{dt^2} = Y$$

ideoque $\frac{dz}{dt} \equiv z \sin. \Phi \equiv \text{Const.} \equiv a \sin. \zeta$, quoniam celeritas secundum FX in radio incidente est $\equiv a \sin. \zeta$; eidem ergo aequalis est celeritas secundum eandem directionem in radio refracto GH quae est $\equiv b \sin. \gamma$; ex quo habemus $a \sin. \zeta \equiv b \sin. \gamma$, seu $\sin. \zeta : \sin. \gamma \equiv b : a$, ita ut sinus incidentiae ad sinum refractionis tenent reciprocam celeritatem radii in utroque medio.

Altera vero aequatio $\frac{ddy}{dt^2} = Y$ per $z dy$ multiplicata per integrationem dat $\frac{dy^2}{dt^2} \equiv z \cos. \Phi^2 \equiv z \int Y dy$. Vnde si integrale $\int Y dy$ ita capiamus, ut in initio refra-

refractione F, vbi $z \equiv a$ et $\Phi \equiv \zeta$, evanescat, habebimus $z \cos. \Phi^2 \equiv a a \cos. \zeta^2 + z \int Y dy$. Excedemus iam hoc integrale vsque ad alterum terminum G, faciendo $y \equiv e$ fiatque tum $z \int Y dy \equiv E$; et quia tum abie $z \cos. \Phi$ in $b \cos. \gamma$, obtinebimus:

$$b b \cos. \gamma^2 \equiv a a \cos. \zeta^2 + E.$$

At cum sit per ante inuenta $b b \sin. \gamma^2 \equiv a a \sin. \zeta^2$, hac aequatione addita proderit $b b \equiv a a + E$, vbi quantitas E pendet a ratione refractionis, hoc est a relatione, quae inter ambo media diaphana intercedit. Cum ergo sit $b \equiv \sqrt{(a a + E)}$ erit

$$\sin. \zeta : \sin. \gamma \equiv \sqrt{(a a + E)} : a$$

quae est refractio media. Si iam pro altero radio extremo, siue rubro siue violaceo, celeritas in medio A vocetur $\equiv a'$, in medio B vero $\equiv b'$, erit quoque $b' \equiv \sqrt{(a' a' + E)}$, et refractio extrema $\equiv \sqrt{(a' a' + E)} : a'$.

COROLL. 1.

29. Cum pro eodem radio quantitates a et E sint constantes mixto vtriusque angulo incidentiae ζ , proportio $\sin. \zeta : \sin. \gamma \equiv \sqrt{(a a + E)} : a$ Ratim dat constantiam rationis inter sinus incidentiae et refractionis.

COROLL. 2.

30. Eiusdem ergo radii celeritates per diuersa media A et B rationem tenent inversam refractionis.

nis. Si igitur angulus refractionis η minor sit angulo incidentiæ ζ , vri sit, dum radii ex medio rariori in densius progrediuntur, secundum hanc hypothesin radii in medio densiori velocius mouentur, quam in rarioti.

COROLL. 3.

31. Si a denotet celeritatem radiorum mediæ naturæ in medio A , sitque refraçtio media $=m:1$ erit $\sqrt{(aa+E)}=ma$ vnde sit constans $E=(mm-1)aa$. Tum vero si pro altero radiorum extremorum genere veluti rubrorum celeritas in medio A sit $=a'$, et refraçtio rubra vocetur $=r:1$ erit quoque $E=(rr-1)a'a'$ hincque $(rr-1)a'a'=(mm-1)aa$ et $r=\sqrt{(1+\frac{(m-1)^2aa}{a'a'})}$.

COROLL. 4.

32. Ob $E=(mm-1)aa$, erit celeritas radiorum mediorum in altera medio B , nempe $b=ma$, celeritas vero radiorum rubrorum $b'=ra'$, ideoque $b'=\sqrt{(a'a'+(mm-1)aa)}$, seu $b'b-bb=a'a'-aa$, vnde differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii medi et extremi in quouis medio inueniuntur, est constans.

Scholion.

33. Sit medium A aer, et medium B vitrum, vt sit refraçtio media $m=1,55$; et celeritas

tas

tas radiorum horum in vitro maior erit celeritate in aere, in ratione 155:100. Cum iam sit refraçtio rubra $=1,54:1$ seu $r=1,54$ hinc ex celeritate radiorum mediorum in aere a definire poterimus celeritatem radiorum rubrorum $a'=\frac{a}{r}=\frac{a}{1,54}$ seu $a'=(1+\frac{1}{52})a$, quæ est maior celeritate mediorum parte quasi $\frac{1}{52}$, tanto autem celeritas radiorum violaceorum maior est censenda. Ceterum cum in aere posita celeritate radiorum mediorum $=a$, sit celeritas radiorum rubrorum $=a'=(1+\frac{1}{52})a$, intelligimus si radii ex aere in quodcumque medium transeant pro quo refraçtio sit $=m:1$, refractionem rubram inde perfecte determinari. Atque hinc discimus, quantumvis varietati species, ratione compositionis inter se discrepent, eamen statim ac refraçtio media ex aere in binas vitri species fuerit eadem, etiam refractiones rubram ac violaceam eadem esse debere, ita vt in his ob vitri varietatem nulla diuersitas locum habere possit, quin simul refraçtio media turbetur.

Scholion 2.

34. Hinc iam insignem controuersiam a solertissimo Artifice Anglo D.Bohædo motam dirimere licet; qui experimentis quibusdam, quæ merito non satis certè videntur, institutis contendit in Anglia duplicis generis vitrum reperi, alterum Chrystalicum, alterum coronarium appellari solitum; quorum hoc multò minorem radiorum dispersio-

nem

neq̄ signat, quam illud, idque adeo in ratione sequialtera, qua differentia inter refractiones extremas maior sit in chryſtallino, quam in castoreo, quod certe legibus nature maxime adhiberi debet censendum, si refraſtio media utriusque eſſe eadem. Quamvis autem ea in chryſtallino turthor ſit nra, inde tamen tantum diſcrimen nulla media eriri poteſt, id quod etiam inde colligere licet, quod ſine dubio inter immutabiles vitri ſpecies una quaedam reperitur chryſtalle quidem ſimilis, ſed quae eandem refractionem mediam ac ſpecies conſtans diſta ſignat; atque in iſta ſpecie etiam ſententiam extenuae partum a chryſtallinis decerpentur; Iam vero omnino neceſſe eſt, ut eae plures perinde ſe habeant atque in vitrio conſtantio. Ne vero rationibus contra experientiam pugnant videant, monenda eſt, vitium conſtantium variis colore eſſe tinctam, quo evenit, ut in tranſitu radiorum hanc caeſam partio ſubtorem abſorbentur atque ob hanc poſſimum cauſam diſperſio radiorum multo minus deprehendatur, ipſa refractionis lege, quaeſcunq̄ ea ſit, haud turbata.

Problema 3.

34. In hac refractionis hypotheſi, data refractione media, dum radii ex aere in aliud medium quodcuſq̄que tranſmittuntur, pro eodem tranſitu refractionem extremam utramque deſignare.

Solutio.

Solutio.

Primum hic obſervari oportet, hoc problema non vti primum pro omni tranſitu reſolvi poſſe, ſed alterius medi naturam iam eſſe debere cognitam: vnde hic pro altero medio aërem aſſumo, in quo ſradii medi velocitate = a moveantur, celeritatem rubrorum vidimus eſſe = (1 + 1/2) a, et violaceorum = (1 - 1/2) a. Quod ſi iam radii ex aere in aliud medium quodcuſq̄que tranſeant, et per experimenta explorata ſit refraſtio media = m : 1, quaeritur refraſtio tam rubra quam violacea. Sit igitur in hoc medio celeritas radiorum mediorum = b, eritque b = ma; celeritas autem radiorum rubrorum erit b' = aV((1 + 1/2)^2 + mm - 1) = aV(mm + 1/2 + 1/2), et violaceorum = aV((1 - 1/2)^2 + mm - 1) = aV(mm - 1/2 + 1/2).

Brevitatis gratia pro fractione 1/2, quippe quae non accuratiſſime cognita eſt puranda, ſcribamus a, ut ſit in medio propoſito celeritas radiorum rubrorum = aV(mm + 2a + aa) et violaceorum = aV(mm - 2a + aa), dum in ipſo aere eſt celeritas rubrorum = (1 + a)a et violaceorum = (1 - a)a. Cum igitur refraſtio rationem inuertiſſimam ſequatur, in tranſitu radiorum ex aere in medium propoſitum, quo refraſtio media eſt = m : 1 erit

$$\begin{aligned} \text{refraſtio rubra} &= \frac{V(mm + 2a + aa)}{1 + a} = V\left(mm - \frac{(mm - 1)(2a + aa)}{(1 + a)^2}\right) \\ \text{refraſtio violacea} &= \frac{V(mm - 2a + aa)}{1 - a} = V\left(mm + \frac{(mm - 1)(a - 2a)}{(1 - a)^2}\right) \end{aligned}$$

Vel si radii medi aliquanto aliter constituentur inter extremos, ita repraesentari poterit

$$\begin{aligned} \text{refractio rubra} &= \sqrt{\frac{m^2 + \alpha}{1 + \alpha}} = \sqrt{\frac{mm^2 - \alpha^2}{1 + \alpha}} \\ \text{refractio violacea} &= \sqrt{\frac{m^2 - \alpha}{1 - \alpha}} = \sqrt{\frac{mm^2 - \alpha^2}{1 - \alpha}} \end{aligned}$$

vbi fractio α aliter se habet, est quae $\alpha = \dots$. Ita scilicet hic valor est definitus, vt posito $m = 1,55$ refractio rubra prodeat ad violaceam vt 154 ad 156.

Coroll. 1.

36 Cum in quolibet medio differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii rubri, medii, et violacei propagantur, sit eadem, litterae α valor ita est comparatus, vt $\alpha\alpha\alpha$ aequetur isti differentiae, denotante α celeritatem radiorum medianam in aere.

Coroll. 2.

37. Si in transitu radiorum ex aere in aliud medium sit refractio media $= n : 1$, erit simili modo refractio rubra $= \sqrt{\frac{n^2 + \alpha}{1 + \alpha}} : 1$ et violacea $= \sqrt{\frac{n^2 - \alpha}{1 - \alpha}} : 1$. Quare si radii ex illo medio in hoc transeant, erit refractio media $= \frac{n}{m} : 1$, rubra $= \sqrt{\frac{n^2 + \alpha}{m^2 + \alpha}} : 1$ et violacea $= \sqrt{\frac{n^2 - \alpha}{m^2 - \alpha}} : 1$.

Coroll. 3.

38 Definita ergo refractione media, quam radii ex aere in singula media diaphana patiuntur, hinc citius refractio omnium radiorum ex quovis medio

medio in aliud quodcumque transeuntium assignari potest.

Scholion 1.

39. Hinc iam discrimen inter hanc hypothesein et priorem, qua olim vltus eram, luculenter perspicitur. Fingamus enim quocumque media diaphana A, B, C, D etc. quorum primum A sit aer, reliqua vero continuo ita fiant densiora, vt refractio media ex quolibet in sequens sit eadem $= m : 1$, ideoque refractio media sit ex A in C $= m^2 : 1$, ex A in D $= m^3 : 1$ etc. Hinc autem ex quolibet medio in sequens transeundo refractiones extremae non prohibent eadem, vti in priori hypothese, sed ita se habebunt:

| In transitu | refractio media | refractio rubra | refractio violacea |
|-------------|-----------------|--|--|
| ex A in B | $m : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 + \alpha}{1 + \alpha}} : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 - \alpha}{1 - \alpha}} : 1$ |
| ex B in C | $m : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 + \alpha}{m^2 + \alpha}} : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 - \alpha}{m^2 - \alpha}} : 1$ |
| ex C in D | $m : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 + \alpha}{m^2 + \alpha}} : 1$ | $\sqrt{\frac{m^2 - \alpha}{m^2 - \alpha}} : 1$ |

Esti ergo refractio media vti que est eadem, refractiones extremae tamen discrepant, et continuo propius ad medianam convergunt, ita vt quo densiora fuerint ambo media, eo minus discrimen inter refractiones extremas intercedat.

Scholion 2.

40. Cum α sit fractio admodum parva $\frac{1}{2}$, formulae inventae commode per approximationem exhiberi poterunt; cum enim sit:

$$V(m, m - \frac{\alpha(m, m - 1)}{1 + \alpha}) = m - \frac{\alpha(m, m - 1)}{2m(1 + \alpha)} - \frac{\alpha\alpha(m, m - 1)^2}{8m^2(1 + \alpha)^2} \text{ etc.}$$

at $1 + \frac{\alpha}{2} = \alpha - \alpha\alpha$ etc. erit satis accurate

$$\text{refractio rubra} = m - \frac{\alpha(m, m - 1)}{2m} + \frac{\alpha\alpha(m, m - 1)(3m, m + 1)}{8m^2}$$

$$\text{refractio violacea} = m + \frac{\alpha(m, m - 1)}{2m} + \frac{\alpha\alpha(m, m - 1)(3m, m + 1)}{8m^2}$$

ideoque differentia inter has extremas = $\frac{\alpha(m, m - 1)}{m}$.

Quare si media reuera in illarum medio consistere assumatur et loco $m + \frac{\alpha\alpha(m, m - 1)(3m, m + 1)}{8m^2}$ simpliciter scribatur m , neglectis ipsius α potestatibus quodrato altioribus, erit

$$\text{refractio rubra} = m - \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{m, m - 1}{m}$$

$$\text{refractio violacea} = m + \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{m, m - 1}{m}$$

Hypothesis 3.

41. Ad similitudinem praecedentis hypothesis, dum radiorum ex aëre in medium quocunque refractio media est = $m : 1$ generalius statuat

$$\text{refractio rubra} = \left(\frac{m^\lambda + \alpha^\lambda}{1 + \alpha} \right)^\lambda : 1 \text{ et}$$

$$\text{refractio violacea} = \left(\frac{m^\lambda - \alpha^\lambda}{1 - \alpha} \right)^\lambda : 1$$

$$\text{ut sit } \alpha = \frac{156^\lambda - 154^\lambda}{154^\lambda + 156^\lambda} - 2.100^\lambda.$$

Coroll. 1.

42. Generalior haec hypothesis abit in hypothesein secundam modo pertractatam, si sumatur $\lambda = 2$, si autem ponatur $\lambda = 1$ prodit hypothesis *Newtoniana*, qua statuat

$$\text{refractio rubra} = \frac{m + \alpha}{1 + \alpha} : 1 = m - \frac{\alpha}{1 + \alpha} (m - 1) : 1 \text{ et}$$

$$\text{refractio violacea} = \frac{m - \alpha}{1 - \alpha} : 1 = m + \frac{\alpha}{1 - \alpha} (m - 1) : 1$$

$$\text{existente } \alpha = \frac{1}{210} = \frac{1}{200} = \frac{1}{12}.$$

Coroll. 2.

43. At si sumatur $\lambda = 0$, ob $m^\lambda = 1 + \lambda/m$

erit refractio rubra = $\left(\frac{1 + \alpha + \lambda 1^m \cdot \lambda}{1 + \alpha} \right)^\lambda = \left(1 + \frac{\lambda 1^m \cdot \lambda}{1 + \alpha} \right)^\lambda$. Pondatur haec quantitas = 2, ut sit $2^\lambda = 1 + \frac{\lambda 1^m}{1 + \alpha}$

= $1 + \lambda/2$, erit $1/2 = \frac{1^m}{1 + \alpha}$ et $2 = m + \alpha$, ideoque

refractio rubra = $m + \alpha : 1$ et violacea = $m - \alpha : 1$ quae est ipsa hypothesis prima supra euoluta, estque proxime $\alpha = \frac{1}{12}$.

Coroll. 3.

44. Tenet ergo hypothesis *Newtoniana* quasi medium inter binas hypotheses ante consideratas: et

quantum altera in excessu ab ea discrepat, tantum altera in defectu distindere est censenda.

COROLL. 4.

45. Si igitur radii ex aëre in aquam transiant, refractione media existente $\mu = 1$ seu $n = 1$, habebitur :

| In hypothesi | refractio rubra | refractio violacea |
|---------------|-----------------|--------------------|
| $\lambda = 0$ | 1, 327608 : 1 | 1, 339058 : 1 |
| $\lambda = 1$ | 1, 327381 : 1 | 1, 339506 : 1 |
| $\lambda = 2$ | 1, 326852 : 1 | 1, 339814 : 1 |

Vnde patet discrimen inter refractiones extremas maximum esse in hypothesi $\lambda = 2$ minimum vero in hypothesi $\lambda = 0$.

Scholion 1.

46. Discrimen autem nimis est paruum, quam ut per experimenta decidi possit, quae amharum trium hypothesium ad veritatem propius accedat. Cum autem hypothesi *Newtoniana* $\lambda = 1$ ideo sit repudianda, quod ea stabilita effectus diversae refractionis radiorum nunquam tolli possit, vtcunque etiam diversâ media refringentia inter se coniungerentur, certum autem sit in oculis animalium nullam plane confusionem ex hoc fonte nasci; hac hypothesi quasi media renota id tantum restat investigandum, vtra extremarum ad naturae veritatem propius accedat. Quamvis autem hypo-

hypothesi prima $\lambda = 0$, mihi olim maxime probabilis sit via, tamen cum secundum eam oculi struaturam diligentius essent periclitatus, quomodo- cunque refractiones humorum aënei, chrystallini et vitrei assumerem, tamen semper inveni figuram chrystallini concavam esse debere, ut ex diversâ radiorum refractione nulla confusio oriretur, quod argumentum nunc mihi quidem satis validum videtur ad hanc quoque hypothesin explendam. Simul vero hinc hypothesi posteriori qua $\lambda = 2$ eo fortius firmiter tam adipiscitur, cum affectus indolorundus plane contrarius resulset, eaque admittâ figura vitæque connexa pro humore chrystallino obtineatur, quemadmodum hoc in natura euenire novimus. Quam ob rem non dubito hanc hypothesin, qua $\lambda = 2$, tanquam veritati maxime convenientem spectare, eique principia Dioptricæ superstruere.

Scholion 2.

47. Hypothesi hac qua $\lambda = 2$ tam probabilis facta, operæ precium erit tabulam exhibere, quæ pro singularis refractionibus mediis refractiones extremas ostendat.

Tabula Refractionum

pro transitu radorum ex aere in medium

quodcumque.

| Refractio media. | Differentia refract. | Refractio rubra. | Refractio violacea. |
|------------------|----------------------|------------------|---------------------|
| 132:1 | 0,0062491, | 313751:11, | 326249:1 |
| 133:1 | 0,0061241, | 323576:11, | 336424:1 |
| 134:1 | 0,0065971, | 333403:11, | 346597:1 |
| 135:1 | 0,0067691, | 343231:11, | 356769:1 |
| 136:1 | 0,0069411, | 353059:11, | 366941:1 |
| 137:1 | 0,0071121, | 362888:11, | 377112:1 |
| 138:1 | 0,0072821, | 372718:11, | 387282:1 |
| 139:1 | 0,0074511, | 382549:11, | 397451:1 |
| 140:1 | 0,0076191, | 392381:11, | 407619:1 |
| 141:1 | 0,0077861, | 402214:11, | 417786:1 |
| 142:1 | 0,0079531, | 412047:11, | 427953:1 |
| 143:1 | 0,0081191, | 421881:11, | 438119:1 |
| 144:1 | 0,0082841, | 431716:11, | 448284:1 |
| 145:1 | 0,0084481, | 441552:11, | 458448:1 |
| 146:1 | 0,0086121, | 451388:11, | 468612:1 |
| 147:1 | 0,0087751, | 461225:11, | 478775:1 |
| 148:1 | 0,0089371, | 471063:11, | 488937:1 |
| 149:1 | 0,0090981, | 480902:11, | 499098:1 |
| 150:1 | 0,0092591, | 490741:11, | 509259:1 |
| 151:1 | 0,0094191, | 500581:11, | 519419:1 |
| 152:1 | 0,0095781, | 510421:11, | 529579:1 |
| 153:1 | 0,0097381, | 520262:11, | 539738:1 |
| 154:1 | 0,0098961, | 530104:11, | 549896:1 |

Re-

| Refractio media. | Differentia refract. | Refractio rubra. | Refractio violacea. |
|------------------|----------------------|------------------|---------------------|
| 155:1 | 0,0100541, | 539946:11, | 560054:1 |
| 156:1 | 0,0102111, | 549789:11, | 570211:1 |
| 157:1 | 0,0103671, | 559633:11, | 580367:1 |
| 158:1 | 0,0105231, | 569477:11, | 590523:1 |
| 159:1 | 0,0106781, | 579322:11, | 600678:1 |
| 160:1 | 0,0108331, | 589167:11, | 610833:1 |
| 161:1 | 0,0109881, | 599012:11, | 620988:1 |
| 162:1 | 0,0111421, | 608858:11, | 631142:1 |

Problema 4.

43. Refractionem radorum ex medio quocunque M in aliud N transeuntium definire, data refractione media ex aere in utrumque medium.

Solutio.

Sit $m:1$ refraçtio media, dum radii ex aere in medium M transeunt, refractiones autem extremae ita exprimantur $m + dm:1$, tribuendo ipsi dm valorem ex columna differentiarum tabulae praecedentis desumptum, ita vt refraçtio rubra sit $= m - dm:1$ et violacea $= m + dm:1$. Simili modo pro radiis ex aere in medium N transeuntibus sit refraçtio media $= n + dn:1$, valore ipsius dn ex tabula differentiarum itidem desumpto. His positis si radii ex medio M in medium N ingrediantur, erit

$$\text{refractio media} = n : m = \frac{n}{m} : 1$$

$$\text{refractio rubra} = n - dn : m - dm = \frac{n - dn}{m - dm} : 1$$

$$\text{refractio violacea} = n + dn : m + dm = \frac{n + dn}{m + dm} : 1.$$

Cum autem differentiae dm et dn tam sint parvae ut tanquam differentialia tractari possint, erit proxime :

$$\text{refractio rubra} = \frac{n}{m} - d. \frac{n}{m} : 1$$

$$\text{refractio violacea} = \frac{n}{m} + d. \frac{n}{m} : 1.$$

Hincque refractio radiorum, quatenus diversae sunt indolis, per media diaphana quocumque definiti poterit, si modo refractio media ex aëre in singula ista media fuerit cognita.

DE NOVO

MICROSCOPIORVM

GENERE EX SEX LENTIBVS

COMPOSITIO.

Auctore

L. EYLLERO.

I.

Cum microscopia simplicia maiores multiplicatio- nes largiri nequeant, nisi lenticulae quam mi- nimae adhibeantur, quarum constructio non solum summam artificis solertiam requirit, sed etiam ob- iecta ipsi tam prope adroueri debent, ut tantum non lenticulam contingant, ideoque minimae inae- qualitates in eorum superficie nimis confuse reprae- sententur; vt his insignibus incommodis occurratur, microscopia composita in vsum vocari sunt coepta, quibus maiorum lenticularum beneficio quantumuis magnae multiplicationes produci possunt, ita vt ob- iecta non adeo prope admoueri necesse sit. Vulgo haec microscopia tribus constant lentibus, praeter obiectiuam scilicet binis ocularibus, quarum ratio ab artificibus diuersimode assignatur. Veram autem rationem nuper iudicavi, qua sit, vt non solum maximum in obiecto spatium conficiatur, sed etiam