



1766

Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique" (1766). *Euler Archive - All Works*. 314.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/314>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.



CONJECTURE

SUR

LA RAISON DE QUELQUES DISSONANCES
GÉNÉRALEMENT REÇUES DANS LA MUSIQUE.

PAR M. EULER.

I.

L'accord de la *septieme*, & celui qui en résulte de la *fixieme* jointe à la *quinte*, sont employés dans la Musique avec tant de succès, qu'on ne sauroit douter de leur harmonie ou de leur agrément. Il est bien vrai qu'on les rapporte à la classe des dissonances, mais il faut convenir, que les dissonances ne different des consonances, que parce que celles-ci sont renfermées en des proportions plus simples, qui se présentent plus aisément à l'entendement, pendant que les dissonances renferment des proportions plus compliquées, & partant plus difficiles à comprendre. Ce n'est donc que par degré, que les dissonances different des consonances, & il faut que les unes & les autres soient perceptibles à l'esprit. Plusieurs sons, qui n'auroient aucun rapport perceptible entr'eux, feroient un bruit confus absolument intolérable dans la Musique. De là il est certain, que les dissonances que j'ai en vûe, contiennent des proportions perceptibles, sans quoi on ne les sauroit admettre dans la Musique.

2. Or, exprimant en nombres les sons, qui forment l'accord de la *septieme*, ou de la *fixieme*, avec la *quinte*, on parvient à des proportions si compliquées, qu'il semble presque impossible que l'oreille les puisse saisir: au moins y a-t-il des accords bien moins compliqués, qui sont bannis de la Musique, par la raison, que l'esprit n'en sauroit



appercevoir les proportions. Voici l'accord de la septieme exprimé en nombres:

G,	H,	d,	f,
56	45	54	64

Or le plus petit nombre divisible par ceux ci est 8640, ou par facteurs $2^6 \times 3^3 \times 5$, que je nomme l'exposant de cet accord, & par lequel on doit juger de la facilité dont l'oreille peut comprendre cet accord. L'autre accord est représenté en forte

H,	d,	f,	g,
45	54	64	72

dont l'exposant est le même.

3. Il est difficile de croire que l'oreille puisse distinguer les proportions entre ces grands nombres, & la dissonance ne paroît pas si forte pour demander un si haut degré d'adresse. En effet, si l'oreille appercevoit cet exposant tant composé, en y ajoutant encore d'autres sons compris dans le même exposant, la perception ne devoit pas devenir plus difficile. Or sans sortir de cette octave, l'exposant $2^6 \times 3^3 \times 5$, contient encore les facteurs 40, 48, 60, auxquels répondent les sons A, c, e, de sorte que nous eussions cet accord

G	A	H	c	d	e	f
36	40	45	48	54	60	64

qui devoit être également agréable à l'oreille, que le proposé. Or tous les Musiciens conviendront, que cette dissonance seroit insupportable: il faudroit donc porter le même jugement de la dissonance proposée: ou bien il faut dire qu'elle s'écarte des regles de l'harmonie, établies dans la Théorie de la Musique.

4. C'est le son *f*, qui trouble ces accords en rendant leur exposant si compliqué, & qui fait aussi de l'aveu des Musiciens la dissonance. On n'a qu'à omettre ce son, & les nombres des autres étant divi-

sibles par 9, l'accord

G	H	d
4	5	6

 donne, la consonance agréable & parfaite, connue sous le nom de la triade harmonique, dont l'exposant est

est



est $2^2 \times 3 \times 5 = 60$, & partant 144 fois plus petit qu'auparavant. D'où il semble que l'addition du son *f* gâte trop la belle harmonie de cette consonance pour qu'on lui puisse accorder une place dans la Musique. Cependant, au jugement de l'oreille, cette dissonance n'est rien moins que desagréable, & on s'en sert dans la Musique avec le meilleur succès; il semble même que la Composition Musicale en acquiert une certaine force, sans laquelle elle seroit trop unie. Voilà donc un grand paradoxe, où la Théorie semble être en contradiction avec la pratique, dont je tâcherai de donner une explication.

5. Mr. d'Alembert, dans son Traité sur la composition musicale, semble être du même sentiment à l'égard de cette dissonance, qui lui paroît trop rude en elle-même, & selon les principes de l'harmonie, mais il croit que c'est une autre circonstance tout à fait particulière qui la fait tolérer dans la Musique. Il remarque qu'on n'emploie cet accord G, H, *d*, *f*, que lorsque la Composition se rapporte au ton C: & il croit qu'on y ajoute le son *f* pour fixer l'attention des Auditeurs à ce ton, afin qu'ils ne s'imaginent pas, que la composition ait passé au ton G, où l'accord G, H, *d*, est la consonance principale. Suivant cette explication, ce n'est donc point par quelque principe de l'harmonie, qu'on se sert de la dissonance G, H, *d*, *f*, mais uniquement pour avertir les auditeurs, que la piece qu'on joue, doit être rapportée au ton C. Sans cette précaution on pourroit se tromper, & croire que l'harmonie dût être rapportée au ton G. Par la même raison il dit, qu'en employant l'accord F, A, *c*, on y ajoute le son *d*, qui est la *septe* à F, afin que les auditeurs ne pensent, que la piece ait passé au ton F.

6. Je doute fort, que cette explication soit goûtée de tout le monde; elle me paroît trop arbitraire & éloignée des vrais principes de l'harmonie. S'il étoit absolument nécessaire, que chaque accord représentât le système tout entier des sons, que le ton où l'on joue embrasse, on n'auroit qu'à les employer tous à la fois; mais cela seroit sans contredit un très mauvais effet dans la Musique. Cependant le doute demeure dans son entière force, qui est, que l'accord

G,

G, H, *d*, *f*, étant écouté tout-seul, sans être lié avec d'autres, ne choque pas tant les oreilles, qu'il semble qu'il devrait faire à cause des grands nombres dont il renferme les rapports. Il est certain, que la plupart des oreilles ne sont pas capables d'appercevoir des proportions si compliquées; & ce nonobstant, nous voyons que presque tout le monde trouve cet accord assez agréable. Il s'agit donc de découvrir la cause physique de ce phénomène paradoxé.

7. Pour cet effet, je remarque d'abord, qu'il faut bien distinguer les proportions que nos oreilles apperçoivent actuellement, de celles que les sons exprimés en nombres renferment. Rien n'arrive plus souvent dans la Musique, que ce que l'oreille sent une proportion bien différente de celle qui subsiste effectivement parmi les sons. Dans la température égale où tous les 12 intervalles d'une octave sont égaux, il n'y a point de consonances exactes, excepté les seules octaves: la quinte y est exprimée par la proportion irrationnelle de 1 à $\sqrt[12]{2^7}$, qui est un peu différente de celle de 2 à 3. Cependant, quoiqu'un instrument soit accordé selon cette règle, l'oreille n'est pas blessée par cette proportion irrationnelle, & entendant l'intervalle C: G ne laisse pas d'appercevoir une quinte, où la proportion de 2 à 3: & s'il étoit possible, que l'oreille sentit la véritable proportion des sons, elle en seroit beaucoup plus choquée qu'écoutant la plus forte dissonance, comme celle de la fausse quinte.

8. Aussi fait-on que dans la température harmonique, où les sons d'une octave sont exprimés par les nombres ci-joints quelques quintes ne sont pas parfaites, que l'oreille prend pourtant pour telles. Ainsi l'intervalle de B à *f* étant contenu dans la proportion de 675 à 1024, surpasse la proportion d'une véritable quinte de 2 à 3, de l'intervalle $\frac{2}{3} \frac{8}{4} \frac{8}{3}$, & cependant l'oreille la distingue à peine d'une quinte exacte. De même, l'intervalle A à *d* contient la proportion de 20 à 27, que l'oreille confond avec celle de 3 à 4, quoique la différence soit un *Comma*, exprimé par la proportion 80: 81. On prend aussi l'intervalle de G*s* à *c*, dont la proportion est 25: 32 pour une tierce majeure

jeure, ou pour la proportion de 4: 5, nonobstant la différence de 125 à 128. Et je doute fort qu'en écoutant l'accord *d: f*, on sente la proportion de 27 à 32 plutôt que celle de 5 à 6, qui est sans doute plus simple.

Voici le système ordinaire.

F	-	-	2^9	=	512
F \sharp	-	-	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	=	540
G	-	-	$2^6 \cdot 3^2$	=	576
G \flat	-	-	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	=	600
A	-	-	$2^7 \cdot 5$	=	640
B	-	-	$3^3 \cdot 5^2$	=	675
H	-	-	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	=	720
c	-	-	$2^8 \cdot 3$	=	768
c \sharp	-	-	$2^9 \cdot 5^2$	=	800
d	-	-	$2^5 \cdot 3^3$	=	864
d \sharp	-	-	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	=	900
e	-	-	$2^6 \cdot 3 \cdot 5$	=	960
f	-	-	2^{10}	=	1024

9. Il est donc suffisamment prouvé, que la proportion apperçue par les sens est souvent différente de celle qui subsiste actuellement entre les sons. Toutes les fois que cela arrive, la proportion apperçue est plus simple que la réelle, & la différence est si petite qu'elle échappe à la perception: l'organe de l'ouïe est accoutumé de prendre pour une proportion simple, toutes les proportions qui n'en diffèrent que fort peu, de sorte que la différence soit quasi imperceptible. Or, plus une proportion est simple, plus notre sentiment est aussi sensible, & distingue de plus petites aberrations: c'est la raison pourquoi on ne sauroit supporter presque aucune aberration dans les octaves, & on prétend que toutes les octaves soient exactes, & qu'elles ne s'écartent point du tout de la raison double. Cependant, quand même dans un concert quelques octaves seroient environ d'une centième partie d'un ton trop hautes ou trop basses, je doute fort que la plus délicate oreille s'en



appercevrait; il semble plutôt qu'on souffre encore une plus grande aberration, sans que les oreilles en soient blessées.

10. Dans les quintes on peut souffrir une plus grande aberration; les Musiciens conviennent que celle que la température égale renferme, est absolument imperceptible: or l'erreur y monte à la centième partie d'un ton. Dans la température harmonique il y a des quintes qui diffèrent d'un *comma* de la raison double; & le *comma* vaut environ la dixième partie d'un ton exprimé par la raison de 8 à 9. Aussi cette différence est-elle sensible, & semble avoir déterminé la plupart des Musiciens d'embrasser la température égale où l'erreur est 10 fois plus petite. Peut être que la moitié ou le tiers d'un *Comma* seroit encore supportable dans les quintes. Dans les tierces majeures, dont la juste mesure est la raison de 4 à 5, la température égale s'en écarte de deux tiers d'un *comma*, & dans les tierces mineures on ne distingue par un *comma* entier; vu que la température harmonique contient deux espèces de cette tierce, l'une exprimée par la raison 5 à 6, & l'autre par 27 à 32, qu'on confond ordinairement dans la pratique, quoique la différence soit un *comma*.

11. Cependant on ne sauroit ici fixer des limites; la chose dépend de la sensibilité des oreilles, & il est certain que des oreilles fines & délicates distinguent des différences plus petites, que des oreilles grossières. Si les hommes avoient le jugement de leur oreille si exact, qu'ils pussent distinguer les plus petites aberrations, c'en seroit fait de toute la Musique: car où trouveroit-on des Musiciens capables d'exécuter tous les sons si exactement, qu'il n'y auroit point la moindre aberration? Presque tous les accords paroïtroient à ces hommes comme les plus insupportables dissonances, pendant que des oreilles moins délicates les trouvent parfaitement bien harmoniques. C'est donc un grand avantage pour la Musique pratique que le sens de l'ouïe n'est pas porté au plus haut degré de perfection, & qu'il pardonne généreusement les petits défauts dans l'exécution. Il est aussi certain, que, plus le goût des auditeurs est exquis, plus aussi doit être exacte
l'exé-



l'exécution; pendant que des auditeurs dont le goût est moins délicat, se contentent d'une exécution plus grossière.

12. Quand la proportion actuelle entre les sons qu'on entend, est assez simple, comme de 2: 3, ou 3: 4, ou 4: 5 &c. la proportion apperçue est aussi la même pour toutes les oreilles. Mais, quand la proportion actuelle est fort compliquée, de sorte pourtant qu'elle approche beaucoup d'une proportion simple; alors l'oreille appercevra cette proportion simple, sans remarquer la petite aberration de l'actuelle. Ainsi, en entendant deux sons en raison de 1000 à 2001, on les prendra pour une octave, ou bien la proportion apperçue sera 1 à 2 exactement. De même, deux sons en raison de 200 à 301, ou de 200 à 299, exciteront le sentiment d'une quinte parfaite: & généralement, par quelques nombres que les sons soient exprimés, si les proportions sont trop compliquées, l'oreille leur en substitue d'autres fort approchantes, dont les proportions sont plus simples. C'est ainsi que les proportions apperçues sont différentes des actuelles; & c'est par celles-là qu'il faut juger de la véritable harmonie, & point du tout par celles-ci.

13. Donc, quand on entend cet accord G, H, *d*, *f*, exprimé par ces nombres 36, 45, 54, 64, une oreille parfaite comprendra bien les proportions renfermées dans ces nombres; mais des oreilles moins parfaites, auxquelles la perception de ces proportions est trop difficile, tâcheront de substituer d'autres nombres, qui donnent des proportions plus simples. Elles ne changeront rien dans les trois premiers sons G, H, *d*, puisqu'ils renferment une consonance parfaite; mais je suis porté à croire, qu'elles substitueront à la place du dernier 64 celui de 63, afin que tous les nombres devenant divisibles par 9, les rapports de nos quatre sons soient maintenant exprimés par ces nombres 4, 5, 6, 7, dont la perception est sans doute moins embarrassée. En effet, si l'on nous presentoit ce deux accords, l'un contenu dans les nombres 36, 45, 54, 64, & l'autre dans ceux-ci, 36, 45, 54, 63, il faudroit une oreille bien fine pour les distinguer,



à moins qu'elle ne les entendit à la fois; mais, hormis ce cas, ces deux-accords feront certainement la même impression.

14. Je crois donc qu'en entendant les sons 36, 45, 54, 64, on s'imagine d'entendre ceux-ci 36, 45, 54, 63, ou bien ceux-ci, 4, 5, 6, 7, attendu que l'effet est absolument le même. Je ne fais pas si la raison suivante est suffisante pour prouver mon sentiment: si l'oreille appercevoit les premiers nombres, l'accord ne devrait pas être troublé, quoiqu'on y ajoutât encore d'autres sons contenus dans le même exposant, comme ceux de 40, 48 & 60. Or il est certain que par cette addition l'accord changeroit tout à fait de nature, & deviendroit insupportable. De là je conclus que l'oreille sent effectivement les sons exprimés par ces petits nombres 4, 5, 6, 7, dont l'exposant ne permet aucune interpolation. Ainsi, quand on entend cet accord de la septième G, H, *d*, *f*, on substitue au lieu du son *f* un autre tant soit peu plus grave, dont le rapport au véritable est comme 63 à 64. Il est vrai que cet intervalle est un peu plus grand qu'un *comma*; mais on néglige souvent d'aussi grandes erreurs, surtout dans des accords si composés.

15. Il semble donc qu'un tel accord G, H, *d*, *f*, n'est admis dans la Musique qu'entant qu'il répond aux nombres 4, 5, 6, 7, & que l'oreille substitue au lieu du son *f* un autre un peu plus bas en raison de 64 à 63. C'est le jugement qui attribue à ce son une autre valeur qu'il n'a actuellement; & si, dans un instrument de Musique, ce son *f* étoit un peu plus bas que selon les règles de l'harmonie, je ne doute pas que ce même accord ne produisît encore un meilleur effet. Mais les autres accords qui précèdent, ou suivent, supposent à ce son *f* sa valeur naturelle; & il en fera de même que si l'on avoit employé deux sons différens, répondans aux nombres 64 & 63, quoique ce ne soit que le même son, mais différemment rapporté par le jugement du sens. Peut être est-ce ici qu'est fondée la règle sur la préparation & résolution des dissonances, pour avertir quasi les auditeurs, que c'est le même son, quoiqu'on s'en serve comme de deux différens, afin qu'ils



qu'ils ne s'imaginent pas qu'on ait introduit un son tout à fait étranger.

16. On soutient communément qu'on ne se sert pas dans la Musique des proportions composées de ces trois nombres premiers 2, 3, & 5 ; & le grand Leibnitz a déjà remarqué que dans la Musique on n'a pas encore appris à compter au delà de 5 ; ce qui est aussi incontestablement vrai dans les Instrumens accordés selon les principes de l'harmonie. Mais, si ma conjecture a lieu, on peut dire que dans la composition on compte déjà jusqu'à 7, & que l'oreille y est déjà accoutumée : c'est un nouveau genre de Musique, qu'on a commencé à mettre en usage, & qui a été inconnu aux anciens. Dans ce genre l'accord 4, 5, 6, 7 est la plus complète harmonie, puisqu'elle renferme les nombres 2, 3, 5 & 7 ; mais il est aussi plus compliqué que l'accord parfait dans le genre commun qui ne contient que les nombres 2, 3 & 5. Si c'est une perfection dans la composition, on tâchera peut-être de porter les Instrumens au même degré.

