



1765

# Remarques de M. Euler sur quelques passages qui se trouvent dans le troisieme volume des Opuscules Mathématiques de M. d'Alembert

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

## Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Remarques de M. Euler sur quelques passages qui se trouvent dans le troisieme volume des Opuscules Mathématiques de M. d'Alembert" (1765). *Euler Archive - All Works*. 294.  
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/294>

l'exécution de ce complot. Cependant ennuyé de sa solitude, Lord Frankland vient chez Emilie; & toujours amoureux de sa femme, il dit qu'il voudroit bien qu'elle rompit tout commerce avec Clarinde. Emilie vient trouver Lady, qui est absorbée dans les réflexions qu'elle fait sur tout ce qui s'est passé depuis qu'elle s'est séparée de son époux: elle ne croit plus à l'amour platonique, & elle voudroit n'y avoir jamais songé. Emilie lui dit que son mari l'idolâtre toujours, & qu'il l'aime avec tant de passion, qu'il soupire sans cesse devant le portrait qu'il a d'elle, & qu'il ne cesse de le regarder. Lady Frankland fonde sur cette nouvelle un projet de réconciliation prochaine: elle envoie demander ce portrait à son époux, en lui faisant dire qu'elle ne le veut que pour quelques instans: elle le reçoit, & le renvoie en effet quelque tems après. Lord Frankland est très-surpris de voir dans ce tableau sa jeune épouse éplorée, les cheveux épars, & les yeux baignés de larmes: on lui dit que c'est Lady qui a fait faire ces changemens au tableau. Il vole chez elle, il essuye ses larmes, & ils se reconcilient. Bellville entre, & dévoile le complot du Magistrat Frankland, qu'on trouve caché sous le lit d'Emilie; on l'en

## 114 JOURNAL ENCYCLOP.

arrache, & on le chasse avec ignominie. Bellville épouse Emilie, & la comédie finit.

Cet extrait que nous avons abrégé tout autant qu'il nous a été possible, paroitra sans doute fort long, & peut-être aussi très-ennuyeux. Mais ce seroit bien autre chose, si nous nous étions permis d'entrer dans le détail des scènes, ou d'en rendre quelques-unes. Le plus intrépide Lecteur n'y auroit certainement pas résisté; car cette comédie est mauvaise à tous égards.

*Remarques de M. Euler, sur quelques passages, qui se trouvent dans le trois volumes des Opuscules Mathématiques, de M. d'Alembert.*

Tous les Journaux qui annoncent le troisième volume des *Opuscules Mathématiques* de M. d'Alembert, remarquent que j'y suis refuté sur plusieurs points; & cet illustre Auteur en parle lui-même dans sa préface comme d'une conséquence importante de ses profondes recherches. Je suis déjà assez accoutumé à de telles critiques, depuis que M. d'Alembert m'a attaqué sur plusieurs autres points; & je

m'étois bien proposé de n'y pas répondre, considérant que de pareilles controverses n'aboutissent presque jamais à éclaircir la vérité: j'aimois mieux me soumettre, à cet égard, entièrement au jugement du Public éclairé. Mais à présent il s'agit d'un article trop important, pour que je puisse observer un entier silence là dessus. Lorsque je publiai mes idées sur la construction des objectifs composés de deux matières différentes, il me fallut détruire l'hypothèse commune sur la différente réfraction des rayons, en vertu de laquelle il seroit absolument impossible de diminuer seulement l'effet de la différente réfrangibilité des rayons: c'est-à-dire, que l'œil m'a paru fournir une preuve incontestable contre cette hypothèse; puisqu'il nous représente les objets avec la plus grande distinction, sans qu'on y remarque la moindre trace des couleurs d'iris, à quoi les instrumens dioptriques sont sujets. Delà, j'ai conclu qu'il est possible non seulement de diminuer, mais de réduire à rien la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons, en employant plusieurs matières transparentes, tout comme nous le voyons exécuté dans l'œil. Cette remarque me parut de la dernière importance

## 116 JOURNAL ENCYCLOP.

pour mettre dans tout son jour la merveilleuse structure de l'œil, qui surpasse infiniment tout ce que l'adresse des hommes est jamais capable d'exécuter. Cette haute idée qui certainement ne scauroit être poussée trop loin, devoit sans doute souffrir un grand affoiblissement, lorsque le premier Géomètre de ce siècle assura qu'il n'est pas nécessaire pour la vision distincte, que les aberrations des images tracées au fond de l'œil, fussent absolument nulles. Cette remarque lui paroît si importante, qu'après l'avoir avancée dans la préface, il la répète encore dans l'ouvrage (page 25) avant que d'en donner aucune preuve. A la page 23, il avoit déjà commencé de me critiquer sur ce que j'avois employé (dans les mémoires de Berlin 1747.) quatre surfaces pour anéantir l'aberration de la diverse réfrangibilité des rayons, & il se donne la peine d'imaginer deux raisons, qui m'y ont engagé, pour en mentir l'insuffisance. Cependant la véritable raison est bien simple; car je m'étois proposé de faire deux ménisques, entre lesquelles je pourrois renfermer de l'eau, ou quelque autre liqueur. Il me falloit donc absolument faire polir quatre surfaces, & il m'importoit fort peu que les deux surfaces

d'une ménisque pussent être parallèles entr'elles, ou non. Par cette raison, j'ai appliqué mes recherches à quatre surfaces réfringentes, sans me mettre en peine si trois pourroient être suffisantes pour résoudre ce problème. Aux pages 24 & 25, il réfute amplement les deux raisons qu'il m'avoit imputées, & auxquelles je n'avois pas songé; & à cette occasion, afin que le Lecteur ne perde pas de vue que je dois être réfuté dans la suite, il ajoute ce qui suit: *nous disons ici d'avance, que la vision pourroit rester distincte, sans que la structure de l'œil corrigeât exactement l'aberration causée par la différente réfrangibilité des rayons.* Enfin, à la page 57, vient la preuve annoncée; la voici dans les propres termes de l'Auteur.

*Un œil bien conforme voit à la fois très-distinctement deux objets placés à deux distances très-différentes, quoiqu'il soit impossible que les foyers des rayons qui partent de ces deux différentes distances, soient les mêmes; & que par conséquent les deux foyers soient exactement l'un & l'autre au fond de l'œil.*

J'avoue que je me serois plutôt attendu à une analyse très-profonde qu'à un fait si généralement connu, auquel j'avois cer-

### 118 JOURNAL ENCYCLOP.

tainement pensé plus d'une fois: & je pense encore que quand l'un des deux objets est représenté très-distinctement, l'autre le sera moins distinctement. Je pense aussi qu'à moins que la confusion ne surpasse certaines limites, la vision est encore très-supportable. Ainsi je conviens que la vision peut être assez bonne, quoique tous les foyers ne tombent pas précisément sur le fond de l'œil. Cependant on s'aperçoit aisément qu'une telle vision pourroit être plus distincte. Mais comme tout cela ne regarde qu'indirectement le sujet dont il s'agit; je soutiens encore que si la différente réfrangibilité des rayons produisoit le même effet dans l'œil que dans les instrumens ordinaires de dioptrique, la confusion y seroit absolument insupportable. M. d'Alembert en doit convenir lui-même, après le calcul qu'il en fait page 59, où il trouve que si la réfraction se faisoit selon l'hypothèse commune que j'ai renvertée, tous les points, ou bien les étoiles, devroient paroître sous un angle de 10, ce qui fait le tiers du diamètre de la lune: & partant j'ai eu raison de soutenir que cette hypothèse est fautive. Or, maintenant M. d'Alembert se contente de dire que, pourvu que ladite confusion fut beaucoup plus

petite, l'œil ne s'en ressentiroit point. J'en tomberoïis bien d'accord, s'il l'a rendoit infiniment petite; mais, quelque petite qu'il la suppose, l'effet en seroit bien plus sensible que celui de la confusion de la première espèce, & on devroit presque toujours voir les objets bordés de couleur d'iris, ce qui n'arrive pourtant point. M. d'Alembert remarque bien, page 58, que si le foyer des rayons moyens est sur la rétine même, celui des rayons rouges sera au-delà, & celui des violets en deça de la rétine; & partant que le mélange de ces deux couleurs pourroit bien produire la couleur naturelle. Je conviens de cela pour le cas supposé, qui peut-être n'a lieu que très-rarement; & quand la rétine ne se trouve pas exactement dans le foyer des rayons moyens, comme cela doit arriver presque toujours. M. d'Alembert doit aussi convenir à son tour, qu'alors la confusion des couleurs devroit être très-sensible, & que nous devrions voir le même objet, tantôt assez nettement terminé, tantôt entouré d'une espèce d'iris. Donc, puisque cela n'arrive jamais, je soutiens encore que l'œil est si merveilleusement construit, que l'aberration de la différente réfrangibilité des rayons y est entières-

### 120 JOURNAL ENCYCLOP.

rement anéantie. Je ne me contente pas même de la soutenir seulement très-petite; vu que quoique cette confusion fut insensible dans les objets situés proche de l'axe de l'œil, comme l'Auteur l'a supposée, elle devroit devenir insupportable dans les objets, qui en sont éloignés d'un angle de 30 & au-delà, jusqu'où la vue s'étend; ce que M. d'Alembert ne revoquera point en doute. Mais pourquoi veut-on se borner à soutenir ladite aberration seulement très-petite dans l'œil? Elle doit toujours être supposée beaucoup plus petite que l'adresse des hommes ne sauroit jamais l'effectuer; ce qui démontre déjà une adresse bien supérieure: & celui qui aura pu rendre si petite cette confusion dans l'œil, a bien été en état de la réduire absolument à rien. Je crois même que quand M. d'Alembert aura réussi à rendre insensible cette confusion dans les lunettes, il viendra à bout de l'anéantir tout à fait. Ainsi, malgré ces preuves que M. d'Alembert croit convaincantes, je persiste dans mon sentiment, que l'œil est une merveilleuse machine dioptrique, tellement construite, que l'aberration de la différente réfrangibilité des rayons est entièrement détruite.

Ensuite M. d'Alembert revient à moi au sujet

objet de l'hypothèse que j'ai avancée autrefois pour déterminer la réfraction des différens rayons en des milieux différens ; qu'il combat par quelques raisons très-fortes, quoiqu'il avoue enfin qu'elle pourroit pourtant avoir lieu dans la nature. Là dessus je déclare que tant s'en faut que je veuille soutenir cette hypothèse, qu'aucontraire je l'ai depuis longtems abandonnée, ayant été convaincu par d'autres, qu'elle ne scauroit subsister avec les expériences : j'ai même embrassé l'hypothèse qui paroît à M. d'Alembert la plus convenable, par laquelle on suppose que si la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction est pour les rayons moyens, en passant de l'air dans un autre milieu, comme 1 à 12, alors le différentiel de 12 sera proportionel à 12 (12 12 1) je crois même que cette formule est compatible avec les différentes espèces de verre qu'on vient de découvrir. La raison de 3 à 2 qu'on suppose entre la dispersion du *flintglas* & du *crownglas* me paroît de nouveau fort suspecte : & partant je ne crois pas que les objectifs de M. Dollond anéantissent l'effet de la diverse réfrangibilité des rayons. Les bons effets de ses nouvelles lunettes proviennent, à mon avis, principalement de la destruction de

Tom. II. Part. III. F

## 122 JOURNAL ENCYCLOP.

la première espèce de confusion, causée par l'ouverture de l'objectif, & ensuite aussi de l'heureux arrangement des oculaires : à quoi il faut encore ajouter cette circonstance, que ces lunettes ne grossissent pas beaucoup. J'en ai examiné une de 5 à 6 pieds, qui ne grossissoit pas 15 fois en diamètre. Par cette seule circonstance on ne doit pas être surpris du haut degré de clarté & de distinction dont ces lunettes présentent les objets : & j'ai démontré, il y a déjà longtems, qu'il est toujours possible d'arranger ses verres oculaires, en sorte que les bords des objets paroissent sans couleur. Il faut pour cela au moins deux oculaires, & puisque M. Dollond en employe cinq, on ne scauroit douter qu'il n'ait attrapé ce juste arrangement dans les oculaires ; les autres étant destinés à augmenter le champ apparent, qui est bien considérable dans ces lunettes. A cette occasion je ne scaurois cacher ma surprise, de ce que M. d'Alembert, en promettant une rhéorie complète pour la perfection des lunettes & microscopes, n'ait pas même touché ces importans articles sur le grossissement, lorsqu'il y a plusieurs oculaires sur le champ apparent & sur la juste distance, à laquelle il faut placer l'œil derrière le

dernier verre oculaire ; surtout après que j'ai développé tous ces articles fort amplemment dans mon Mémoire sur la perfection des lunettes & microscopes, qui est inséré dans le 13e. volume de l'Académie de Berlin, où j'ai donné toutes les formules nécessaires pour procurer à ces instrumens le plus haut degré de clarté & de distinction, & en même tems le plus grand champ apparent. Il me semble même que j'ai épuisé toute cette théorie, au point qu'aujourd'hui même qu'on y a travaillé avec tant de succès, je n'y scaurois rien ajouter, si ce n'est à l'égard des différentes espèces de verre, qui étoient encore si inconnues alors. Or, il ne faut qu'un léger changement dans lesdites formules, pour les rendre plus générales, & applicables même aux cas où chaque verre auroit sa propre réfraction. Les bornes d'un Mémoire académique ne m'avoient pas permis d'y ajouter l'analyse qui m'a conduit à ces formules, laquelle rempliroit un assez gros volume ; mais il me semble que j'ai assez clairement expliqué ces formules, pour pouvoir s'en servir, & les comparer avec les résultats que d'autres tirent de leurs méthodes.

Enfin M. d'Alembert propose dans l'ap-

## 124 JOURNAL ENCYCLOP.

pendice quelques doutes sur le devis d'un objectif composé de *crownglas* & de *flintglas*, que j'avois donné dans ce Journal.

Là dessus je remarque que j'ai regardé la distance de l'objet comme infinie, & l'objet même situé dans l'axe de l'objectif, ou vu de fort près, que la lunette ne scauroit découvrir plus d'un demi degré au ciel ; j'ai détruit, au moins dans le calcul, l'une & l'autre confusion pour les objets tout proche de l'axe ; car il auroit été bien inutile de le vouloir détruire pour des objets éloignés de l'axe : aussi suis-je persuadé qu'on y réussiroit toujours fort mal. Autrefois j'ai aussi pensé à ce cas ; mais je me suis aperçu qu'il ne peut être d'aucun usage dans la pratique. J'avoue aussi que j'ai négligé dans le calcul l'épaisseur de l'une & de l'autre lentille : non que j'en aye point des formules pour l'épaisseur ; mais le calcul m'a paru trop embarrassant, outre que la différence dans le résultat auroit été insensible. Or pour l'intervalle entre les deux lentilles, je lui avois bien donné une valeur déterminée dans le calcul. Mais nonobstant cela, je préférerois toujours de déterminer cet intervalle par quelques essais ; puisqu'on ne peut jamais compter sur une exécution exacte d'un

tel devis, & qu'un petit changement dans l'intervalle entre les lentilles, est peut-être propre à corriger les petits défauts dans l'exécution. Ainsi ce n'est point par un défaut de ma théorie, comme M. d'Alembert semble le vouloir insinuer, que j'ai eu recours au tâtonnement, pour bien régler l'intervalle entre les deux verres, ni que j'ai négligé leur épaisseur. Cependant j'avoue que j'ai fort peu de confiance en cette qualité de l'objectif proposé, que l'aberration de la différente réfraction des rayons y soit entièrement détruite; & cela par la raison que j'ai supposé la dispersion du verre de M. Zeiher trois fois plus grande que du verre commun. Les expériences qu'on a faites jusqu'ici sur ce point, ne me paroissent pas encore décisives: la raison en est que le *crownglas*, auquel on compare les autres espèces de verre, étant verdâtre, éteint ou affoiblit au moins les rayons rouges & violets, d'où le spectre représenté par un prisme de ce verre, doit avoir moins d'étendue que si tous les rayons étoient également transmis. Si ce verre étoit encore plus foncé, on ne sçauroit douter que le spectre ne devint encore plus rétréci: ainsi il me paroît très-certain que le spectre représenté par le *crownglas*, n'a pas

## 126 JOURNAL ENCYCLOP.

sa juste largeur, ou celle qu'il auroit, si le verre étoit blanc, comme on l'a supposé dans le calcul. Ainsi un prisme de *flintglas*, par la seule raison qu'il est blanc, devroit déjà donner un plus grand spectre, quand même sa réfraction ne seroit pas différente: mais puisqu'il cause aussi une plus grande réfraction, il est naturel que son spectre devienne encore plus grand. Mais pour en fixer le juste rapport avec celui de *crownglas*, il faudroit le pouvoir comparer avec celui que le *crownglas* produiroit, s'il étoit aussi blanc, lequel étant indubitablement plus grand, il s'ensuit que le rapport de 3 à 2, qu'on a conclu des expériences, est trop grand; quand on considère aussi les difficultés de porter ces expériences au plus haut degré de précision; on conviendra qu'il seroit très-possible que le véritable rapport entre les dispersions du *flintglas* & du *crownglas* fut considérablement plus petit que celui de 3 à 2. Peut-être même le véritable rapport ne sera-t-il pas différent de celui qu'on tire de l'hypothèse rapportée ci-dessus, de laquelle, en supposant la réfraction moyenne du *crownglas*, comme 1, 53 à 1, & celle du *flintglas* un peu plus que comme 1, 60 à 1; on trouve le rapport des dispersions comme 5 à 4, au lieu de 3 à 2

Il faudroit donc se servir plutôt dans la théorie du rapport de 5 à 4, pour déterminer les justes mesures d'un objectif composé & exempt de toute confusion: mais alors on tomberoit dans cet autre défaut, que les rayons de quelques faces deviendroient trop petits pour permettre une aussi grande ouverture qu'on le souhaiteroit. Pour les nouvelles espèces de verre de M. Zeiher, ce défaut deviendroit toujours considérablement plus petit.

(Nous avons cru devoir donner littéralement cet article, tel qu'il nous a été envoyé par M. Euler.)

Lettre singulière d'Olivier Cromwel, au  
Colonel Robert Hammond.\*

Cher Robert. Je rends grâces à Dieu toutes les fois que je reçois quelques lignes de toi. Je sçais que la providence t'a fait passer par de longues épreuves; mais sois sûr, mon Ami, que tu n'y perdras rien. Outre que ces épreu-

\* Quel hypocrite! quel scélérat! quel homme que ce fanatique Cromwel! comme il se joue de la religion, du ciel & des esprits crédules! Avec quel art il fait passer dans l'ame de ceux qu'il veut séduire, les passions qui l'agitent! qu'on lise cette lettre, & qu'on décide, s'il est possible, quel fut le plus ambitieux, le plus hardi, le plus impie, de Cromwel ou de Mahomet.

## 128 JOURNAL ENCYCLOP.

ves ont fait éclater ton mérite; ne faut-il pas que tous tant que nous sommes, nous travaillions, heureux ou malheureux, pour le bien & pour la vertu. Tu me priés, tu me conjures de t'instruire par mes expériences, & de soutenir ta constance par le récit de ce que je fais moi-même. Ah! cher Robert, y penses-tu? Je n'ai ni grandes qualités, ni mérite, & tu veux cependant que je te parle de moi-même? Je le ferai; mais ce sera pour m'abaisser devant toi, & pour m'humilier devant le Seigneur. Je suis tel que tu m'as toujours vu, c'est-à-dire, un corps de pourriture, de péché & de mort; si je puis me glorifier de quelque œuvre louable, c'est de l'habitude où je suis de remercier sans cesse le Tout-Puissant, par J. C. N. S. de ce qu'il n'a pas permis que je sois encore tombé dans l'état de reprobation; de ce que je ne suis qu'infirme, & surtout de ce qu'avec confiance j'attends après la rédemption. Voilà, très-cher Robert, les pensées qui me consolent, les vûes qui nourrissent mes espérances, l'aiguillon de mon amour pour les exercices de piété, de pénitence, le motif des combats que je livre sans cesse à la chair & aux vanités.

Quant aux biens extérieurs que je tiens du Très-Haut, je lui en rends de perpétuelles actions de gratitude: car je ne puis douter de sa présence parmi nous, de son approbation à tout ce que nous avons entrepris, de sa bonne volonté qui, pendant que nous combattons pour sa gloire, a demeuré derrière le buisson, pour nous éclairer. Il nous est donc permis aujourd'hui de dire humblement que nous sçavons en qui nous croyons, & que celui-là seul est capable