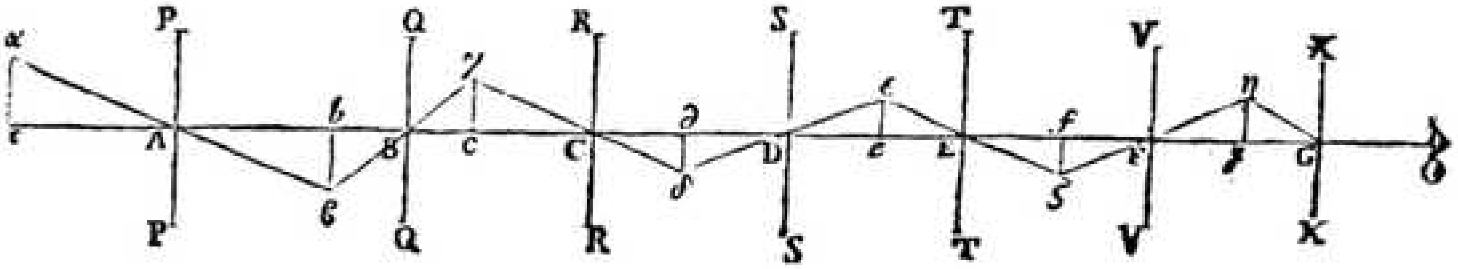
1759

Règles générales pour la construction des télescopes et des microscopes, de quelque nombre de verres qu'ils soient composés

Leonhard Euler

RÉGLES GÉNÉRALES
POUR LA CONSTRUCTION DES TELESCOPES ET DES MICROSCOPES, DE QUELQUE NOMBRE DE VERRES QU'ILS SOIENT COMPOSÉS.

PAR M. EULER.



I.

Pour expliquer en général toutes les régles, qu'il faut observer dans la construction tant des Telescopes que des Microscopes, je considére un nombre quelconque de verres PP, QQ, RR, SS, &c. disposés sur le même axe aO, qui passe par leurs centres A, B, C, D, &c. en les traversant à angles droits. Le premier de ces verres sera nommé celui PP, qui est tourné vers l'objet $a\alpha$, & qui en reçoit immédiatement les rayons ; les autres suivant leur ordre QQ, RR, SS, &c. seront nommés le second, le troisième, le quatrième, &c. jusqu'au dernier qui fournit les rayons à l'œil placé en O. Tout revient donc à déterminer, tant la figure & l'ouverture de tous ces verres, que leur disposition, afin qu'il en résulte un bon Telescope, ou Microscope. Or il est d'abord évident, que posant la distance de l'objet Aa infinie, on aura le cas des Telescopes ; & que la même distance Aa étant posée finie & assez petite, donnera le cas des Microscopes.

II.

II. Puisqu'il faut donc avoir égard, tant à la figure & à l'ouverture de chaque verre, qu'à leurs distances mutuelles, considérons les lieux des images, où chaque verre représente l'objet. Soit donc $b\beta$ l'image représentée par le premier verre PP, $c\gamma$ celle qui est représentée par le second verre QQ, $d\delta$ par le troisième RR, $e\varepsilon$ par le quatrième SS, & ainsi de suite; & posons les distances des verres tant de ces images, que de l'objet même $a\alpha$ à l'egard du premier, & de l'œil à l'égard du dernier :

$a\mathrm{A} = a$; $b\mathrm{B} = b$; $c\mathrm{C} = c$; $d\mathrm{D} = d$; $e\mathrm{E} = e$; $f\mathrm{F} = f$; &c.

$\mathrm{A}b = \alpha$; $\mathrm{B}c = \beta$; $\mathrm{C}d = \gamma$; $\mathrm{D}e = \delta$; $\mathrm{E}f = \varepsilon$; $\mathrm{F}g = \zeta$; &c.

& soit enfin la distance de l'œil O derrière le dernier verre $= k$. Cela posé, nous aurons aussi les distances des verres

$\mathrm{AB} = \alpha + b$; $\mathrm{BC} = \beta + c$; $\mathrm{CD} = \gamma + d$; $\mathrm{DE} = \delta + e$; &c.

III. Ici il faut observer, que, quoique j'introduise dans le calcul les distances α, b, β, c, γ, d, &c. comme positives, elles peuvent néanmoins avoir des valeurs négatives ; comme cela se pratique dans toutes les recherches générales de l'analyse. Ainsi, quoique j'aye représenté l'image de chaque verre derrière lui, & devant le suivant, rien n'empêche que ces images ne tombent, ou devant les verres, par lesquels elles sont représentées, ou derrière ceux qui suivent dans l'ordre : cette variété sera indiquée par l'affirmation ou la négation des quantités α, b, β, c, γ, d, &c. Mais pour la distance de l'objet $a\mathrm{A} = a$, elle ne sauroit jamais devenir négative, aussi peu que celle de l'œil derrière le dernier verre que je nomme $= k$.

IV. Or, de quelque maniere que les quantités $\alpha, b, \beta, c, \gamma, d$, &c. changent de signe, il faut absolument que les intervalles des verres demeurent toujours positifs, puisque d'ailleurs leur ordre qui est essentiel à nos recherches, seroit renversé. Il faut donc qu'il soit toujours

$$\alpha + b > 0;\ \beta + c > 0;\ \gamma + d > 0;\ \delta + e > 0;\ \&c.$$

ou

ou tout au plus ces diſtances pourront évanouïr, ce qui eſt le cas, lorsque deux ou pluſieurs verres ſont immédiatement joints enſemble : quoique même dans ce cas leur épaiſſeur empêche, que leur diſtance évanouïſſe tout à fait. Cependant la difficulté du calcul nous oblige de regarder comme nulle l'épaiſſeur de tous les verres. Or, outre ces conditions, il faut auſſi abſolument qu'il ſoit tant $a > 0$, que $k > 0$.

V. Ces diſtances des images aux verres nous déterminent déjà la diſtance de foyer de chaque verre, de ſorte que je pourrois me diſpenſer de les marquer par des lettres particulieres. Cependant, comme la diſtance de foyer renferme un caractere trop marqué pour chaque verre, pour qu'il ſoit convenable de l'enveloper en d'autres dénominations, je poſerai

La diſtance de foyer du verre

PAP $= p$; QBQ $= q$; RCR $= r$; SDS $= s$; TET $= t$; &c.

& je regarderai auſſi toutes ces diſtances comme poſitives, ou comme ſi chaque verre étant expoſé directement au Soleil jetteroit un foyer derrière lui à la diſtance marquée. Cela nonobſtant, chacune de ces diſtances de foyer pourra devenir négative, ce qui marquera alors un verre concave, ou un méniſque, dont la concavité prévaut à la convexité.

VI. Or, ayant déjà impoſé des noms, tant à la diſtance de l'image, qui fournit à chaque verre les rayons, qu'à celle de l'image qui en eſt formée, ces deux diſtances en déterminent ſa diſtance de foyer. De là nous obtiendrons les équations ſuivantes :

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; \quad q = \frac{b\beta}{b+\beta}; \quad r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; \quad s = \frac{d\delta}{d+\delta} + \text{\&c.}$$

qui s'étendent jusqu'au dernier verre excluſivement. Mais, puiſque les rayons, qui ſont tranſmis de chaque point de l'objet dans l'œil, doivent être à peu près paralleles entr'eux, la diſtance de foyer du

 dernier verre, doit être égale à la distance de la penultième image devant lui. Ainsi, s'il n'y avoit qu'un seul verre, & que le premier PP fût le dernier, on auroit $p = a$; si le second étoit le dernier, on auroit $q = b$, si c'étoit le troisième $r = c$, &c. ou bien la derniere des lettres greques $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c. doit être considérée comme infinie.

VII. De là on definit aussi aisément la grandeur de toutes les images, $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, &c. qui répondent à l'objet $a\alpha$. Car soit $a\alpha = z$, & on aura

$$b\beta = \frac{\alpha}{a} z; \; c\gamma = \frac{\alpha\beta}{ab} z; \; d\delta = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} z; \; e\epsilon = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} z; \; \&c.$$

où il faut observer que l'objet $a\alpha$ étant considéré comme debout, si toutes ces formules sont positives, l'image $b\beta$ sera renversée, la suivante $c\gamma$ droite, & ainsi de suite, les images seront alternativement droites & renversées, comme elles sont représentées dans la figure. Mais, si quelcune de ces formules devient négative, l'image qui lui répond aura une situation opposée à celle de la figure. Et si l'on examine toutes ces images, la position de celle qui est représentée par le dernier verre, nous donnera à connoitre, si l'œil verra l'objet droit ou renversé. On pourra donc établir deux especes de tels instrumens dioptriques, selon qu'ils représentent les objets, ou debout, ou renversés.

VIII. Pour juger combien un tel instrument grossit les objets, on n'a qu'à chercher l'angle, sous lequel l'objet donné $a\alpha = z$ est représenté par les verres à l'œil en O, & à comparer cet angle avec celui, sous lequel le même objet paroitroit à la vue simple, étant éloigné de l'œil à une distance donnée. Soit l cette distance donnée & $\frac{z}{l}$ donnera l'angle, sous lequel l'objet paroitroit à la vue simple. Or le même objet sera vu par un seul verre sous l'angle $bA\beta = \frac{z}{a}$: par deux verres ſous l'angle $cB\gamma = \frac{\alpha z}{ab}$; par trois verres ſous l'angle $dC\delta = \frac{\alpha\beta z}{abc}$; par quatre ſous l'angle $eD\epsilon = \frac{\alpha\beta\gamma z}{abcd}$, &c. Diviſons ces angles par celui qui répond à la vue ſimple $\frac{z}{l}$, pour avoir la multiplication, ſelon laquelle le diametre des objets ſera groſſi: & ſoit m l'expoſant de cette multiplication. Cela poſé, nous aurons pour le cas d'un ſeul verre $m = \frac{l}{a}$, pour le cas de deux verres $m = \frac{\alpha l}{ab}$, de trois $m = \frac{\alpha\beta l}{abc}$, de quatre $m = \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$, & ainſi de ſuite.

IX. Après avoir conſidéré tant les intervalles entre les verres que leurs diſtances de foyer, il faut auſſi avoir egard à leurs ouvertures. Soit donc x le demi-diametre de l'ouverture du premier verre PAP, ou de l'objectif: de ſorte que de chaque point de l'objet il entre dans l'inſtrument un cone lumineux, dont la baſe à l'entrée dans l'objectif ſoit un cercle, dont le demi-diametre $= x$. Pour les autres verres l'ouverture doit être réglée ſur leurs diſtances de foyer: ſoit donc

le demi-diametre de l'ouverture

du ſecond verre $QBQ = \theta q = \frac{\theta b \beta}{b + \beta}$

du troiſième verre $RCR = \theta' r = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}$

du quatrième verre $STS = \theta'' s = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta}$

du cinquième verre $TET = \theta''' t = \frac{\theta''' e \epsilon}{e + \epsilon}$

& ainſi de ſuite.

X.

X. Ici il faut obſerver, que les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. marquent de certaines fractions, qui ne ſauroient jamais ſurpaſſer $\frac{1}{2}$; car il eſt de la derniere importance, que l'ouverture de chaque verre n'embraſſe jamais un arc de courbure de ſes faces, qui excede 60 degrés. Donc, ſi les deux faces d'un verre ſont également courbées, la valeur de la fraction θ qui lui répond pourra monter à $\frac{1}{2}$; mais, ſi les faces ne ſont pas ſemblables, l'une doit néceſſairement être plus courbe que dans le cas précédent, & partant la fraction θ doit être priſe d'autant plus petite, plus les deux faces ſeront inégalement courbées. Or, ſi l'on ne veut pas même admettre des arcs de 60°, les valeurs des fractions θ, θ', θ'', &c. doivent être priſes beaucoup plus petites que $\frac{1}{2}$.

XI. Mais il eſt très eſſentiel dans la conſtruction tant des Teleſcopes que des Microſcopes, que tous les rayons qui entrent par le premier verre ſoient transmis par tous les autres. Pour remplir cette condition, il faut que l'ouverture des autres verres tienne un certain rapport à celle de l'objectif; d'où réſultent les conditions ſuivantes, qui exigent qu'il ſoit:

$$1^\circ.\quad \theta q > \frac{b}{a} x, \qquad \text{ou} \qquad \theta > \frac{b+\beta}{\alpha\beta} x$$

$$2^\circ.\quad \theta' r > \frac{bc}{\alpha\beta} x, \qquad \text{ou} \qquad \theta' > \frac{b(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma} x$$

$$3^\circ.\quad \theta'' s > \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma} x, \qquad \text{ou} \qquad \theta'' > \frac{bc(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta} x$$

$$4^\circ.\quad \theta''' t > \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta} x, \qquad \text{ou} \qquad \theta''' > \frac{bcd(e+\epsilon)}{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon} x$$

&c.

où il n'importe rien que ces limites ſoient poſitives ou négatives: ou il eſt indifférent de prendre les fractions θ, θ', θ'', &c. poſitives ou négatives.

XII.

XII. La derniere de ces limites exprimera le demi-diametre du cylindre lumineux qui ſera transmis dans l'œil de chaque point de l'objet. Or, introduiſant le nombre m qui marque la multiplication, le demi-diametre du cylindre lumineux transmis par le dernier verre pour entrer dans l'œil, ſe trouve $= \frac{lx}{ma}$; d'où nous concluons, que ſi cette quantité eſt égale ou plus grande que le demi-diametre de la pupille, l'œil recevra autant de rayons qu'il eſt poſſible, de ſorte que la viſion ne ſauroit devenir plus claire. Mais, ſi la quantité $\frac{lx}{ma}$ réſulte plus petite que le demi-diametre de la pupille, ce qui n'arrive que trop ſouvent, alors la viſion deviendra moins claire, & le degré de clarté ſera diminué en raiſon du quarré de la fraction $\frac{lx}{ma}$.

XIII. C'eſt donc la quantité $\frac{lx}{ma}$, qui nous fournit la juſte meſure de la clarté, dont les objets ſeront repréſentés: on n'a qu'à la comparer avec le demi-diametre de la pupille, qui ſoit $= \omega$, & tant qu'il y aura $\frac{lx}{ma} = \omega$, ou $\frac{lx}{ma} > \omega$, on jouïra de la plus grande clarté qu'il eſt poſſible. Mais, quand il ſe trouve $\frac{lx}{ma} < \omega$, la clarté deviendra moindre, & ſera à la plus grande comme $\frac{llxx}{mmaa}$ à $\omega\omega$, ou exprimant la plus grande clarté par l'unité, le degré de clarté ſera $= \frac{llxx}{mmaa\omega\omega}$. Or l'ouverture de la pupille étant très variable, on prend une valeur moyenne pour en juger du degré de clarté, que les Teleſcopes & Microſcopes offrent; & on ſuppoſe le demi-diametre de la pupille $\omega = \frac{1}{20}$ pouce. Donc, tant que $\frac{lx}{ma}$ ne devient pas petit que $\frac{1}{20}$ pouce, on jouïra d'une pleine clarté : or on peut se contenter du degré de clarté, pourvu que la fraction $\frac{lx}{ma}$ ne soit considérablement plus petite que $\frac{1}{50}$ pouce. Mais, pour laisser cette recherche dans toute sa généralité, je poserai $\frac{lx}{ma} = y$, & la lettre y renfermera la mesure de la clarté.

XIV. Pour la multiplication, que j'indique par le nombre m, je dois encore remarquer, qu'elle se rapporte à la distance arbitraire l, & que le nombre m marque combien de fois les verres représentent le diametre des objets plus grand que si on les regardoit de la vüe simple à la distance $= l$. Cette distance l est donc arbitraire; mais, quand il s'agit des Telescopes, ou que la distance des objets $a\text{A} = a$ est quasi infinie, on suppose toujours $l = a$, puisque nous ne sommes pas accoûtumés de regarder ces objets comme les étoiles à une autre distance. Mais dans le cas des Microscopes, où la distance $a\text{A} = a$ est communément si petite, que nous ne saurions distinctement voir de la vue simple les mêmes objets à la même distance, on prend pour l une distance de 8 pouces, qu'on regarde comme la plus propre pour considérer toutes sortes d'objets. De là naît une distinction très essentielle entre les manieres d'estimer le grossissement des Telescopes & des Microscopes.

XV. Je passe maintenant à une autre propriété aussi importante qu'on exige des Telescopes & des Microscopes, qui est celle du champ apparent. Dès qu'on se sert de plusieurs verres, on ne découvre plus à la fois dans l'objet qu'un espace circulaire, qu'on nomme le champ apparent. Soit donc $a\alpha = z$ le demi-diametre du champ apparent, d'où l'on connoitra la partie de l'objet, qu'on peut voir à la fois par les verres; & c'est de cette maniere qu'on estime le champ apparent dans les Microscopes. Mais pour les Telescopes il ne convient pas de mesurer le champ apparent par la vraye grandeur de l'espace qu'on dé-

cou-

couvre à la fois, & on se sert plutôt de l'angle sous lequel cet espace paroitroit à la vüe simple. La moitié de cet angle sera donc exprimée par $\frac{a\alpha}{\Lambda a} = \frac{z}{a}$, que je nommerai $= \Phi$, de sorte que $z = a\Phi$; & cet angle Φ donnera pour les Telescopes le demi-diametre du champ apparent, mais pour les Microscopes il faut multiplier cet angle $\Phi = \frac{z}{a}$ par la distance de l'objet devant le verre objectif pour avoir le demi-diametre de l'espace vû à la fois.

XVI. On peut encore distinguer un autre angle, qui est celui sous lequel on apperçoit le champ apparent en regardant par l'instrument. Soit ψ la moitié de cet angle, & pour les Telescopes, dont la multiplication est exprimée par le nombre m, on aura $\psi = m\Phi$. Mais pour les Microscopes, puisque l'espace $z = a\Phi$ seroit vû à la vüe simple dans la distance $= l$ sous l'angle $= \frac{a\Phi}{l}$, puisque le Microscope est supposé grossir cet angle m fois, on aura $\psi = \frac{ma\Phi}{l} = \frac{mz}{l}$. Or il est évident que cet angle ψ ne sauroit presque jamais surpasser $45°$, d'où l'on connoitra les limites, que le champ apparent ne sauroit jamais surpasser tant dans les Telescopes, que les Microscopes : ainsi dans les Telescopes le demi-diametre du champ apparent sera toujours moindre que $\frac{45°}{m}$, & dans les Microscopes le demi-diametre de l'espace découvert à la fois z sera toujours au dessous de $\frac{l}{m}45°$, ou de $\frac{11\,l}{14m}$, donc si l est pris de 8 pouces, il sera au dessous de $\frac{44}{7m}$ pouces.

XVII. Or le champ apparent dépend aussi en quelque maniere de l'ouverture des verres à l'exception de l'objectif : car, quelque grand

que

que soit le champ apparent, il y aura toujours un ou quelques verres, desquels si l'on diminuoit l'ouverture, le champ apparent en souffriroit une diminution : & il est évident qu'il seroit même réduit à rien, si l'ouverture de quelque verre que ce soit étoit aneantie. Or quelques verres y contribuent par toute leur ouverture, pendant que d'autres n'y contribuent que par une partie ; ou bien l'ouverture de chaque verre entre en compte, ou entiere, ou en partie ; & on peut même déterminer l'arrangement des verres en sorte, que chacun contribue par une partie donnée de son ouverture au champ apparent. Il sera donc bon de conduire le calcul en sorte, qu'on puisse d'abord voir, pour combien l'ouverture de chaque verre concourt à produire le champ apparent, puisque cela nous fournira les moyens les plus surs, pour augmenter le champ apparent autant qu'il est possible.

XVIII. Ayant déterminé les ouvertures des verres par les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. marquons par une maniere semblable les parties qui contribuent au champ apparent, par les lettres π, π', π'', π''', &c. qui soient, ou plus petites que celles-là, ou tout au plus égales : & il y aura toujours au moins une de ces lettres π, π', π'', π''', &c. qui sera égale à sa correspondente parmi les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. Or pour les lettres π, π', π'', π''', &c. il est indifférent de les prendre négatives, ou positives, pourvu que leur quantité absolue ne surpasse jamais celle de la correspondante : il faudra donc prendre les lettres π, π', π'', π''', &c. en sorte qu'il soit

$$\pm\pi < \theta\ ; \quad \pm\pi' < \theta'\ ; \quad \pm\pi'' < \theta''\ ; \quad \pm\pi''' < \theta'''\ ; \quad \&c.$$

le signe $<$ s'étendant jusqu'à celui d'égalité. Cela posé, il s'agit de trouver de tels arrangemens des verres, que leurs ouvertures contribuent précisément par leurs parties marquées à produire le champ apparent.

XIX. L'introduction de ces lettres π, π', π'', π''', &c. servira non seulement pour exprimer plus commodément le champ apparent, mais

mais elles rendront aussi plus traitables les autres formules, dont nous avons besoin pour exprimer les autres qualités, que doivent avoir tant les Telescopes que les Microscopes. Car, sans le secours de ces lettres, on tombe dans un calcul si embrouïllé, lorsque le nombre des verres est supposé plus grand que trois ou quatre, qu'on n'en sauroit retirer presque aucun éclaircissement pour la pratique. C'est après de longs calculs fort ennuyans que je suis enfin parvenu à l'usage de ces lettres, & il me semble qu'elles nous ouvrent le plus sur chemin, pour passer de la Théorie à la Pratique. Le meilleur parti sera donc de commencer d'abord ces recherches par établir le champ apparent, ou la valeur de Φ par ces lettres jointes à la multiplication m, ce qui se fera moyennant cette équation :

$$\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{IV} + \&c.}{a\Phi}$$

XX. L'ambiguité du signe dans cette formule se rapporte à la représentation ou droite ou renversée, en sorte que le signe $+$ a lieu, si l'on veut que la représentation soit droite, & le signe $-$, si elle doit être renversée. De là on aura

pour la représentation droite

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{IV} + \&c.}{ma - l}\, l$$

& pour la représentation renversée

$$\Phi = \frac{+\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi^{IV} - \&c.}{ma + l}\, l$$

Donc, pour gagner un grand champ apparent, il faut dans le premier cas donner des valeurs négatives aux lettres π, π'', π^{IV}, &c. & des positives aux autres π', π''', π^{V}, &c. aussi grandes qu'il est possible : dans l'autre cas il faut rendre positives celles-là, & négatives celles-cy. Or il faut en même tems avoir egard aux autres conditions rapportées cy-dessus.

XXI. Or d'abord il est nécessaire que les distances des verres soient positives: & pour représenter plus commodément ces distances, introduisons dans le calcul, outre les lettres π, π', π'', π'', π''', &c. celles-cy A, B, C, D, E, &c. qui soit indépendantes de celles-là, en sorte qu'il soit

$$\alpha = Aa \,;\; \beta = Bb \,;\; \gamma = Cc \,;\; \delta = Dd \,;\; \epsilon = Ee \,;\; \&c.$$

& partant

$$p = \frac{Aa}{A+1}; q = \frac{Bb}{B+1}; r = \frac{Cc}{C+1}; s = \frac{Dd}{D+1}; t = \frac{Ee}{E+1}; \&c.$$

Mais toutes ces quantités pourront être déterminées par les deux ordres de lettres π, π', π'', π''', &c. & A, B, C, D, &c. en y ajoutant a & Φ; car on aura $\alpha = Aa$; $p = \dfrac{Aa}{A+1}$; & ensuite

$$b = \frac{A(B+1)\,a\Phi}{B\pi - (B+1)\,\Phi} \;;\; \beta = \frac{AB(B+1)\,a\Phi}{B\pi - (B+1)\,\Phi} \;;\; q = \frac{AB\,a\,\Phi}{B\pi - (B+1)\,\Phi}$$

$$c = \frac{AB(C+1)\,a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} \;;\; \gamma = \frac{AB\,C(C+1)\,a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} \;;\; r = \frac{ABC\,a\,\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}$$

$$d = \frac{ABC(D+1)\,a\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} ; \delta = \frac{ABCD(D+1)\,a\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} ; t = \frac{ABCD\,a\,\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)}$$

&c.

XXII. De là on tirera aisément les distances des verres qui se réduiront aux expressions suivantes

AB

$$AB = \frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi}$$

$$BC = \frac{ABa\Phi[C(B+1)\pi' - (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi][C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]}$$

$$CD = \frac{ABCa\Phi[D(C+1)\pi'' - (D+1)\pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)][D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]}$$

$$DE = \frac{ABCDa\Phi[E(D+1)\pi''' - (E+1)\pi'']}{[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)][E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]}$$

$$EF = \frac{ABCDEa\Phi[F(E+1)\pi^{IV} - (F+1)\pi''']}{[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi + \pi - \Phi)][(F\pi^{IV} - (F+1)(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)]}$$

&c.

Il faut donc donner de telles valeurs tant aux lettres π, π', π'', π''', &c. qu'à celles-cy A, B, C, D, &c. que toutes ces distances AB, BC, CD, &c. deviennent positives.

XXIII. Or, afin que l'œil découvre en effet tout le champ apparent que les formules données pour Φ expriment, il faut qu'il se trouve dans un point déterminé de l'axe O, dont la distance au dernier verre, que j'ai marquée par k, se trouve pour chaque nombre de verres déterminée de la maniere suivante :

Pour le cas d'un seul verre . . . $k = 0$

Pour le cas de deux verres . . . $k = \dfrac{\pi bb}{Aa\Phi}$

Pour le cas de trois verres . . . $k = \dfrac{\pi' cc}{ABa\Phi}$

Pour le cas de quatre verres . . . $k = \dfrac{\pi'' dd}{ABCa\Phi}$

Pour le cas de cinq verres . . . $k = \dfrac{\pi''' ee}{ABCDa\Phi}$

&c.

La

La distance k doit donc aussi toujours être positive : & s'il arrivoit qu'elle devint négative, alors il faudroit appliquer l'œil immédiatement au dernier verre pour voir une aussi grande partie du champ déterminée, qu'il est possible. Or ce cas arrive dans les lunettes ordinaires à deux verres, où l'oculaire est concave.

XXIV. Si l'on veut éviter les couleurs d'Iris, dont on voit ordinairement entourés les objets, on n'a qu'à satisfaire à l'équation suivante :

$$o = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)} + \frac{(D+1)\pi''}{D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)} + \&c.$$

qui se réduit à cette forme :

$$o = \frac{\pi b}{A} + \frac{\pi' c}{AB} + \frac{\pi'' d}{ABC} + \frac{\pi''' e}{ABCD} + \&c.$$

& par ce moyen on préviendra l'effet de la diverse refrangibilité des rayons de lumiere. Mais ici je suppose que la confusion causée par l'ouverture des verres soit déjà renduë insensible : car, aussitôt que cette confusion est considérable, les couleurs d'iris ne manquent pas de s'y mêler, quoiqu'on satisfasse à la condition préscrite. Or les couleurs, auxquelles les Telescopes & Microscopes sont assujettis, proviennent pour la plûpart de cette dernière cause, & partant il est d'autant plus important de délivrer ces instrumens de la confusion, qui est causée par l'ouverture des verres.

XXV. Cette confusion vient de ce que la figure sphérique qu'on donne aux faces des verres, n'est pas propre pour unir dans un seul point tous les rayons qui venant d'un point de l'objet, sont transmis par le verre, mais les rayons qui passent par les bords d'un verre forment leur image dans un autre point que ceux qui passent par le milieu. Cette différence est premièrement proportionnelle au quarré du diametre de l'ouverture, & ensuite elle dépend de la figure du verre, quoique

la

la diſtance de foyer ſoit la même. Or on ſait qu'on peut former d'une infinité de manieres les deux faces d'un verre, pour lui procurer une diſtance de foyer donnée ; & parmi cette infinité de figures différentes il y en a toujours une qui produit la moindre confuſion. Il ſera donc bon de donner à chaque verre cette figure, comme celle qui lui convient le mieux dans la compoſition des Teleſcopes & Microſcopes ; & partant je ſuppoſerai, que tous les verres qui entrent dans la compoſition, ayent déjà cette figure, qui leur eſt la plus avantageuſe.

XXVI. Or, pour déterminer cette figure, il faut avoir égard pour chaque verre à deux diſtances, dont l'une eſt celle de l'objet ou de l'image, d'où il reçoit les rayons, & l'autre celle de l'image que ce verre forme par ſa réfraction. Ainſi ces deux diſtances pour le premier verre P A P ſont a & α, pour le ſecond Q B Q, b & β, pour le troiſième R C R, c & γ, & ainſi de ſuite. Connoiſſant pour chaque verre ces deux diſtances a & α, les deux faces doivent être formées par la régle ſuivante :

Le demi-diametre de la face de devant $= \dfrac{a\alpha}{1,62740\,a + 0,19078\,\alpha}$

Le demi-diametre de la face de derrière $= \dfrac{a\alpha}{1,62740\,\alpha + 0,19078\,a}$.

Je nomme ici toujours la face de devant celle qui regarde l'objet, & la face de derrière celle qui eſt tournée vers l'œil. Il faut auſſi obſerver que, lorſque le demi-diametre d'une face ſe trouve négatif, cette face doit être concave.

XXVII. Or, ſi nous introduiſons dans ces formules la diſtance de foyer que chaque verre doit avoir, avec la lettre A, ou B, ou C, &c. qui s'y rapporte, les rayons des faces de chaque verre doivent être pris de la maniere ſuivante :

Le rayon de la face	de devant	de derrière
Du premier verre PAP..	$\frac{(A+1)p}{1,62740+0,19078A}$;	$\frac{(A+1)p}{1,62740A+0,19078}$
Du ſecond verre QBQ..	$\frac{(B+1)q}{1,62740+0,19078B}$;	$\frac{(B+1)q}{1,62740B+0,12078}$
Du troiſième verre RCR..	$\frac{(C+1)r}{1,62740+0,19078C}$;	$\frac{(C+1)r}{1,62740C+0,19078}$
Du quatrième verre SDS..	$\frac{(D+1)s}{1,62740+0,19078D}$;	$\frac{(D+1)s}{1,62740D+0,19078}$
	&c.	

Il ſeroit bon que chaque verre eut la figure que je viens de lui aſſigner, pour qu'il produiſe la moindre confuſion.

XXVIII. En donnant à un verre formé de cette maniere ſur les deux diſtances a & α une ouverture, dont le demi-diametre ſoit $= x$, l'eſpace de diffuſion, ou l'intervalle entre les images formées par les rayons extrèmes & ceux du milieu ſe trouve de cette quantité :

$$\frac{0,93819(a+\alpha)xx}{a^3\alpha}[(a+\alpha)^2+0,23269a\alpha],$$

ou poſant pour abréger $\mu = 0,93819$, & $\nu = 0,23269$, à cauſe de $\alpha = Aa$ & $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ cet eſpace de diffuſion ſera :

$$\frac{\mu xx}{p}[(A+1)^2+\nu A],$$

& tous les autres verres rapportés aux mêmes diſtances a & α, en leur donnant la même ouverture, produiront toujours un plus grand eſpace de diffuſion, qui ſe trouve exprimé de cette maniere

$$\frac{\mu xx}{p}[\lambda(A+1)^2+\nu A],$$

de ſorte que λ y eſt un nombre poſitif plus grand que l'unité.

XXIX.

XXIX. Or les mêmes deux distances a & α étant proposées, on peut toujours d'une double maniere construire un verre, auquel réponde cet espace de diffusion

$$\frac{\mu x x}{p}[\lambda(A+1)^2+\nu A], \quad \text{où} \quad A=\frac{\alpha}{a}, \quad \& \quad p=\frac{a\alpha}{a+\alpha},$$

pourvû que le nombre λ ne soit pas moindre que l'unité. Pour cet effet il faut prendre

le demi-diametre de la face

$$\text{de devant} = \frac{(A+1)p}{1{,}62740+0{,}19078A \pm 0{,}90513(A+1)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$\text{de derrière} = \frac{(A+1)p}{1{,}62740A+0{,}19078 \mp 0{,}90513(A+1)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

Donc, pour ne pas trop restraindre nos recherches, je supposerai aux verres des figures quelconques, que je comprendrai dans les nombres $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda'''$, &c. rapportés respectivement aux verres PP, QQ, RR, SS, &c.

XXX. Cela posé, la confusion produite par tous les verres ensemble se trouve exprimée de cette façon :

$$\frac{x^3}{\alpha^4}\left\{\begin{aligned}&+\frac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3}+\frac{(B+1)^2\phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\phi]}\\&+\frac{(C+1)^2\phi[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3[C\pi'-(C+1)(\pi-\phi)]}+\frac{(D+1)^2\phi[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\phi)]}\\&+\frac{(E+1)^2\phi[\lambda^{\text{iv}}(E+1)^2+\nu E]}{A^3B^3C^3D^3E^3[E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi'+\pi-\phi)]}\quad \&c.\end{aligned}\right.$$

 ou

ou un peu plus commodément en ſorte :

$$\frac{\mu m x^3}{4a^3 l}\left\{\begin{aligned}&+\frac{\alpha(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^4}+\frac{\beta(B+1)[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^4B^4}\\&+\frac{\gamma(C+1)[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^4B^4C^4}+\frac{\delta(D+1)[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^4B^4C^4D^4}\\&+\frac{\epsilon(E+1)[\lambda^{\text{IV}}(E+1)^2+\nu E]}{A^4B^4C^4D^4E^4}+\&c.\end{aligned}\right.$$

Pour les Teleſcopes, où $a=\infty$, & $l=a$, la lettre A évanouït en ſorte que $Aa=\alpha=p$ & $A^4a^4=\alpha^4=p^4$.

XXXI. Pour entendre, comment ces formules expriment la confuſion cauſée par les verres dans la viſion, il faut ſavoir, que cette confuſion conſiſte en ce, que chaque point de l'objet n'eſt pas repréſenté au fond de l'œil par un point, mais par un petit cercle, dont le demi-diametre eſt indiqué par nos formules, & cela en pouces. Donc, plus ce demi-diametre ſera grand, plus ſera conſidérable la confuſion: il faut donc tâcher de le rendre en chaque cas ſi petit, que la confuſion qui en réſulte ſoit inſenſible. Or pour les Teleſcopes l'expérience nous apprend, que la valeur de nos formules ne doit pas excéder la fraction $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$: mais pour les Microſcopes il ſuffit qu'elle ſoit au deſſus de $\frac{\mu}{4\cdot 20^3}$, & ſouvent elle n'eſt pas plus petite que $\frac{\mu}{4\cdot 16^3}$. Cependant il eſt très certain que la viſion ſeroit beaucoup plus diſtincte, ſi l'on pouvoit auſſi dans les Microſcopes diminuer cette valeur jusqu'à $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$. Or je ſuppoſerai l'expreſſion pour la confuſion $=\frac{\mu}{4\cdot \kappa^3}$, où κ eſt un nombre $=30$, ou moindre.

XXXII.

XXXII. Puisque l'expreſſion $\lambda(A+1)^2+\nu A$ ſe change en cette forme $\lambda(AA-A+1)+(\nu+3\lambda)A$, on aura $(A+1)(\lambda(A+1)^2+\nu A)=\lambda(A^3+1)+(\nu+3\lambda)A(A+1)$ & moyennant cette réduction notre formule pour la confuſion ſera changée en celle-cy :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{aligned}&+\frac{\lambda(A^3+1)+(\nu+3\lambda)A(A+1)}{A^3}\\&+\frac{(B+1)\Phi[\lambda'(B^3+1)+(\nu+3\lambda')B(B+1)]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\Phi]}\\&+\frac{(C+1)\Phi[\lambda''(C^3+1)+(\nu+3\lambda'')C(C+1)]}{A^3B^3C^3[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]}\\&+\frac{(D+1)\Phi[\lambda'''(D^3+1)+(\nu+3\lambda''')D(D+1)]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]}\end{aligned}\right.$$

&c.

& cette forme eſt quelquefois plus propre pour le calcul que les précédentes.

XXXIII. Les articles que je viens de déveloper, renferment toutes les bonnes qualités tant des Teleſcopes que des Microſcopes; car elles nous fourniſſent les moyens de conſtruire des inſtrumens de l'une & de l'autre ſorte, qui ayent les propriétés ſuivantes :

1°. Qu'ils groſſiſſent les objets dans une raiſon donnée.

2°. Qu'ils les repréſentent avec un degré donné de clarté.

3°. Qu'ils découvrent un champ apparent auſſi grand qu'il eſt poſſible.

4°. Que la repréſentation ſoit delivrée de toute confuſion ſenſible, ou qu'elle ſoit auſſi diſtincte qu'on ſouhaite.

5°. Qu'elle ſoit delivrée des couleurs d'iris, qui ſont cauſées par la différente refrangibilité des rayons de lumiere.

 Si

Si l'instrument est composé de plusieurs verres, & qu'après avoir rempli ces cinq conditions, il reste encore quelques quantités indéterminées, on les pourra déterminer en sorte qu'elles procurent à l'instrument encore d'autres commodités, qu'on jugera les plus convenables pour la pratique.

XXXIV. Voilà donc de quelle maniere on pourra se prendre pour régler la construction de ces instrumens, afin qu'ils répondent parfaitement à notre intention. D'abord, ayant fixé la multiplication $= m$, & le degré de clarté renfermé dans la lettre y, dont on veut que l'instrument représente les objets, on déterminera l'ouverture du verre objectif dont le demi-diametre sera $x = \frac{may}{l}$ (13). Ensuite on passera aux formules données pour le champ apparent (20) & selon qu'on veut que la représentation soit droite ou renversée, on déterminera les lettres π, π', π'', π''', &c. en sorte, sans pourtatnt passer leurs limites marquées (18) que l'angle Φ devienne aussi grand qu'il est possible : mais il faut en même tems avoir égard aux distances des verres afin qu'elles ne deviennent pas négatives, d'où la détermination des lettres π, π', π'', π''', &c. n'est plus entièrement permise à notre volonté, quoique nous ayons encore d'autres quantités A, B, C, D, &c. que nous pouvons déterminer à plaisir.

XXXV. Or pour les lettres A, B, C, D, &c. il est indispensablement nécessaire de leur donner de telles valeurs, que les conditions rapportées cy-dessus (11) soient remplies : ces conditions se réduisent aux formes suivantes :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a};$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a}; \text{ \&c.}$$

qu'il

qu'il eſt néceſſaire de remplir, pour qu'on obtienne le degré preſcrit de clarté. Il faut ſe ſouvenir que ces lettres $\theta, \theta', \theta'', \theta'''$, &c. ſe rapportent à l'ouverture des verres excepté le premier, & qu'elles marquent des fractions moindres que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$, & ſouvent même plus petites que $\frac{1}{4}$ ſelon la figure des verres. Il eſt auſſi à obſerver que les limites marquées doivent être priſes ſelon leur quantité abſolue, ſans avoir égard au ſigne $+$ ou $-$, dont elles ſont affectées.

XXXVI. Après avoir ſatisfait à ces conditions, il eſt également néceſſaire de rendre la confuſion, cauſée par l'ouverture des verres, ſi petite, qu'elle ne ſoit plus perceptible : pour cet effet on égalera l'expreſſion donnée au §. 30. à une fraction aſſez petite d'où l'on tirera une nouvelle détermination, ou de la diſtance de foyer du verre objectif dans les Teleſcopes, ou de la diſtance de l'objet à l'objectif dans les Microſcopes. Mais, s'il reſte des lettres à déterminer, le plus grand avantage ſera de les déterminer en ſorte, que l'expreſſion qui multiplie la quantité $\frac{\mu m x^3}{4aal}$ devienne la plus petite qu'il ſoit poſſible. Car alors il ſera d'autant plus aiſé d'égaler l'expreſſion tout entiere à une fraction auſſi petite qu'on voudra, & on portera par ce moyen les inſtrumens au plus haut degré de perfection dont ils ſont ſuſceptibles. Cette recherche nous donnera à connoitre la figure la plus avantageuſe, qu'il faut donner à chaque verre.

XXXVII. Les autres conditions à remplir, que j'ai rapportées cy-deſſus, ne ſont pas ſi abſolument néceſſaires, car quoiqu'elles contribuent beaucoup à la dernière perfection des Teleſcopes & Microſcopes, on peut s'en paſſer ſouvent, ſans que les défauts qui en réſultent deviennent trop ſenſibles. La premiere de ces conditions regarde le lieu de l'œil, d'où il puiſſe découvrir tout le champ apparent, qui aura été ménagé dans les articles précédens : pour cet effet il faut abſolument que ce lieu ſe trouve derrière le dernier verre, ou que la diſtance k ſoit poſitive. On tâchera donc ſi cela ſe peut, de rendre

cette

cette distance k positive, mais en cas qu'elle provienne négative, l'instrument n'est pas pour cela entièrement à réjetter: alors il faudra appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & se contenter de voir un moindre champ, qu'on aura eu en vuë, pourvû qu'il ne soit pas trop petit. On a recours à cet expédient dans les petits perspectifs, où le verre oculaire est concave, & quoique la distance k devienne négative, on s'en sert néantmoins avec un assez bon succès.

XXXVIII. Dans ces cas, où la distance k devient négative, & qu'on applique l'œil immédiatement au verre oculaire, la grandeur du champ vû dépend principalement de l'ouverture de la pupille. Posant donc ω pour demi-diametre de la pupille, au lieu de l'angle Φ le champ apparent sera déterminé par un autre angle $aA\alpha$, qui pour chaque nombre de verres se trouve déterminé en sorte :

Pour le cas	cet angle $aA\alpha$ sera
de deux verres	$\dfrac{\omega(\pi - \Phi)}{Aa\pi}$
de trois verres	$\dfrac{\omega(\pi' - \pi + \Phi)}{ABa\pi'}$
de quatre verres	$\dfrac{\omega(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)}{ABCa\pi''}$
de cinq verres	$\dfrac{\omega(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)}{ABCDa\pi'''}$

&c.

XXXIX. Si l'on rend assez petite la confusion causée par l'ouverture des verres, on n'aura guères raison pour la plus part de se plaindre des bordures de couleurs d'iris. Cependant, quand la distance de l'œil k se trouve positive, on peut aussi délivrer les instrumens de ce défaut en satisfaisant à l'équation rapportée au §. 24. après qu'on aura rempli les autres conditions, & ce sera le dernier degré de perfection. Mais, quoiqu'on observe cette régle, & qu'on ne diminuë pas

pas aſſez la confuſion cauſée par l'ouverture des verres, on n'empêchera pas que les couleurs d'iris ne troublent point la repréſentation. Il ſeroit donc ſuperflu de recourir à ce dernier remede, à moins qu'on n'ait auparavant aſſez diminué la premiere ſource de la confuſion. Au reſte, ſi le nombre des verres n'eſt pas au deſſus de deux, on ne peut pas même remplir cette condition.

XL. Pour ſatisfaire à toutes ces conditions, il faut que l'inſtrument ſoit au moins compoſé de trois verres, & plus le nombre des verres eſt grand, plus la queſtion devient indéterminée, & plus reſtera-t-il de lettres dont la détermination demeure arbitraire, pendant que le cas d'un & encore de deux verres n'en renferme pas aſſez pour remplir les conditions preſcrites. Après l'explication de ces régles générales il ne reſte plus, que d'en faire l'application à chaque nombre déterminé de verres, & partant je m'en vais mettre devant les yeux pour chaque cas les formules, qui renferment les élémens & toutes les bonnes qualités, que doivent avoir tant les Teleſcopes que les Microſcopes: alors il ne ſera plus difficile de trouver dans chaque eſpece le plus haut degré de perfection, dont elle eſt ſuſceptible. Je commence donc par les inſtrumens, qui ne contiennent qu'un ſeul verre.

Des Inſtrumens
qui ne contiennent qu'un ſeul verre.

Pour ce cas les lettres A, B, C, &c. deviennent infinies, & les lettres π, π', π'', &c. évanouiſſent. Donc la multiplication propoſée étant $= m$, & le demi-diametre de l'ouverture du verre $= x$, on aura:

1°. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2°. Pour la multiplication $\pm \frac{m}{l} = \frac{1}{a}$, & partant $a = \frac{l}{m}$.

 Donc

Donc, puisque la valeur de m ne sauroit être négative, un seul verre représente toujours les objets debout.

3°. La confusion sera exprimée par $\frac{\mu m x^3}{4 a a l} . \lambda = \frac{\mu m^3 x^3}{4 l^3} \lambda$.

Donc, pour qu'elle devienne la plus petite, le verre doit avoir la forme, qu'il soit $\lambda = 1$: & posant cette expression $= \frac{\mu}{4 \kappa^3}$, on aura $x = \frac{l}{m \kappa}$.

4°. La distance de l'œil derrière le verre doit évanouïr, ou $k = 0$, & le champ apparent demeure indéterminé.

C'est le cas des microscopes simples, dont voici la construction pour chaque multiplication proposée $= m$.

1°. La distance de l'objet au verre doit être $a = \frac{l}{m}$.

2°. Le demi-diametre de l'ouverture du verre $x = \frac{l}{m \kappa}$.

3°. Sa distance de foyer $p = a = \frac{l}{m}$.

4°. La distance de l'œil $k = 0$.

Tout l'instrument étant déjà déterminé, on n'est plus le maitre de lui procurer un degré donné de clarté ; & on aura $y = \frac{l x}{m a} = \frac{l}{m \kappa} = x$. Donc, posant le demi-diametre de la pupille $= \omega$, le degré de clarté sera à la clarté pleine comme $x x$ à $\omega \omega$.

Enfin l'équation du §. 24. étant rempli d'elle même, on voit que la vision doit être exemte des couleurs d'iris.

Si l'on ne donnoit pas au verre la figure, qui produit la moindre confusion, mais que la lettre λ fut plus grande que l'unité, on auroit $x = \frac{l}{m \kappa} \sqrt[3]{\frac{1}{\lambda}}$, ou bien il faudroit donner au verre une moindre ouverture, & le degré de clarté seroit diminué dans la raison quarrée.

Des

Des Instrumens composés de deux verres.

Pour ce cas les lettres B, C, D, &c. deviennent infinies, & celles-cy π', π'', π''', &c. évanouïssent. Donc, pour une multiplication donnée $= m$, on aura

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Cette condition demande $\theta > \frac{x}{Aa}$.

3. Pour le champ apparent $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi}{a\Phi}$,

où le signe supérieur se rapporte à la représentation droite, & l'inferieur à la renversée: de là ayant trouvé Φ, on aura

4. La distance des verres $AB = \frac{Aa\pi}{\pi - \Phi}$, qui doit être positive.

5. La confusion causée par l'ouverture des verres est

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left(\frac{(A+1)\,[\lambda(A+1)^2 + \nu A]}{A^3} + \frac{\lambda'\Phi}{A^3(\pi - \Phi)}\right)$$

qui étant égalée à $\frac{\mu}{4\kappa^3}$ fournit une nouvelle détermination.

6. Pour le lieu de l'œil derrière le verre oculaire on a $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$, cette distance étant positive, on verra tout le champ contenu dans l'angle Φ.

Mais, si la valeur de k est négative, & qu'on applique l'œil immédiatement au verre oculaire, au lieu de l'angle Φ, il faut prendre l'angle $\frac{\omega(\pi - \Phi)}{Aa\pi}$.

7. Enfin, si la distance $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$ est positive, on préviendra les

couleurs d'iris en rempliſſant cette équation $o = \frac{\pi}{\pi - \Phi}$, ce qui eſt impoſſible.

Or, ayant ſatisfait à ces conditions, les déterminations de l'inſtrument ſeront :

$1°.\ \alpha = Aa$; $2°.\ p = \frac{Aa}{A+1}$; $3°.\ b = \frac{Aa\Phi}{\pi - \Phi}$; $4°.\ q = \frac{Aa\Phi}{\pi - \Phi}$

5°. La diſtance des verres $AB = \frac{Aa\pi}{\pi - \Phi}$; & 6°. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$, ſi cette quantité eſt poſitive, mais ſi elle eſt négative on prendra $k = o$.

Des Inſtrumens composés de trois verres.

Pour ce cas les lettres C, D, E, &c. deviennent infinies, & celles-cy π'', π''', π^{iv}, &c. évanouïſſent. Donc, pour une multiplication donnée m, on aura :

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Pour cet effet il faut qu'il ſoit $\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a}$; $\theta' > \frac{1}{AB} \cdot \frac{x}{a}$.

3. Pour le champ apparent on a $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi'}{a\Phi}$.

où le ſigne ſupérieur + ſe rapporte à la repréſentation droite, & l'inférieur — à la renverſée.

4. Les diſtances des verres devant être poſitives, il faut ſatisfaire à ces deux conditions :

$$\frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > o ; \ \& \ \frac{ABa\Phi\,[(B+1)\pi' - \pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi](\pi' - \pi + \Phi)} > o.$$

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{aligned} &+\frac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\ &+\frac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\Phi]} \\ &+\frac{\lambda''\Phi}{A^3B^3(\pi'-\pi+\Phi)}\end{aligned}\right.$$

qu'il faut égaler à $\frac{\mu}{4\varkappa^3}$ en prenant $\varkappa = 30$, ou environ.

6. Pour le lieu de l'œil on a $k = \frac{\pi' cc}{AB\,a\Phi}$, où l'on découvrira l'angle Φ, mais en appliquant l'œil immédiatement au dernier verre, ce qu'il faut faire si la distance k resulte négative, au lieu de l'angle Φ on n'appercevra que l'angle $\frac{\omega(\pi'-\pi+\Phi)}{AB\,a\pi'}$.

7. Enfin, si la distance $k = \frac{\pi' cc}{AB\,a\Phi}$ est positive, on évitera la confusion des couleurs d'iris en remplissant cette équation :

$$0 = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{\pi'}{\pi'-\pi+\Phi}.$$

Ayant satisfait à ces conditions, on aura les déterminations suivantes

$$\alpha = Aa \quad ; \quad p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{A(B+1)a\Phi}{B\pi-(B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = Bb \quad ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB\,a\Phi}{\pi'-\pi+\Phi} \quad ; \quad \gamma = \infty \quad ; \quad r = c,$$

& les distances des verres $AB = \alpha + b$; $BC = \beta + c$.

Des Instrumens composés de quatre verres.

Pour ce cas les lettres D, E, F, &c. feront infinies, & celles-cy π''', π^{IV}, &c. évanouïssent. Donc, pour une multiplication donnée $= m$, on aura

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} \quad ; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \quad ; \quad \theta'' > \frac{1}{ABC} \cdot \frac{x}{a}.$$

3. Pour le champ apparent $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi' - \pi''}{a\Phi}$.

4. Les conditions pour que les distances des verres deviennent positives

$$\frac{ABa\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' - (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCa\Phi\,[(C+1)\pi'' - \pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]\,(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)} > 0$$

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{aligned} &+ \frac{(A+1)[\lambda(A+1)^2 + \nu A]}{A^3} \\ &+ \frac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2 + \nu B]}{A^3B^3[B\pi - (B+1)\Phi]} \\ &+ \frac{(C+1)^2\Phi[\lambda''(C+1)^2 + \nu C]}{A^3B^3C^3[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]} \\ &+ \frac{\lambda'''\Phi}{A^3B^3C^3(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)} \end{aligned}\right.$$

6. Pour

6. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi'' dd}{ABCa\Phi}$. Or en cas que cette diſtance ſoit négative au lieu de Φ on n'apperçevra que l'angle $\frac{\omega(\pi''-\pi'+\pi-\Phi)}{ABC.a\pi''}$ en appliquant l'œil immédiatement au dernier verre.

7. Enfin, ſi la diſtance k ſe trouve poſitive, on pourra éviter la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons en ſatisfaiſant à cette équation :

$$o = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)} + \frac{\pi''}{\pi''-\pi'+\pi-\Phi}.$$

Après avoir ſatisfait à ces conditions, les déterminations ſeront :

$$\alpha = Aa \quad ; \quad p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{A(B+1)a\Phi}{B\pi-(B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = Bb \quad ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB(C+1)a\Phi}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)} \quad ; \quad \gamma = Cc \quad ; \quad r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{ABCa\Phi}{\pi''-\pi'+\pi-\Phi} \quad ; \quad \delta = \infty \quad ; \quad s = d,$$

& les diſtances des verres

$$AB = \alpha + b \quad ; \quad BC = \beta + c \quad ; \quad CD = \gamma + d.$$

Des Inſtrumens
compoſés de cinq verres.

Pour ce cas on aura $E = \infty$, $F = \infty$, &c. $\pi^{IV} = o$, $\pi^{V} = o$, &c. Donc, pour une multiplication propoſée m, nous aurons :

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les

2. Les conditions requiſes pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB}\cdot\frac{x}{a}\,;\ \theta' > \frac{C+1}{ABC}\cdot\frac{x}{a}\,;\ \theta'' > \frac{D+1}{ABCD}\cdot\frac{x}{a}\,;\ \theta''' > \frac{1}{ABCD}\cdot\frac{x}{a}.$$

3. Pour le champ apparent $\pm\frac{m}{l} = \frac{\Phi-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{a\Phi}$.

4. Les conditions, pour que les diſtances des verres deviennent poſitives :

$$\frac{ABa\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi'-(C+1)\pi]}{[B\pi-(B+1)\Phi]\,[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi''-(D+1)\pi']}{[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]\,[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCDa\Phi\,[(D+1)\pi'''-\pi'']}{[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]\,(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi)} > 0.$$

5. La confuſion cauſée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{aligned}
&+\frac{(A+1)\,[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3}\\
&+\frac{(B+1)^2\,\Phi\,[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3\,[B\pi-(B+1)\Phi]}\\
&+\frac{(C+1)^2\,\Phi\,[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3\,[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]}\\
&+\frac{(D+1)^2\,\Phi\,[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3\,[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]}\\
&+\frac{\lambda^{\text{IV}}\,\Phi}{A^3B^3C^3D^3(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi)}
\end{aligned}\right.$$

6. Pour

6. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi''' ee}{ABCD\,a\,\Phi}$.

Mais, si l'on applique l'œil immédiatement au dernier verre, au lieu de l'angle Φ on ne découvrira qu'un champ auquel répond cet angle

$$\frac{\omega(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)}{ABCD\,a\,\pi'''}.$$

7. Enfin si la distance k se trouve positive, & qu'on veuïlle éviter la confusion des couleurs d'iris on n'a qu'à satisfaire à cette équation

$$o = + \frac{(B+1)\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}$$
$$+ \frac{(D+1)\pi''}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} + \frac{\pi'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}.$$

Après avoir satisfait à ces conditions, les autres déterminations seront

$$\alpha = Aa \quad ; \quad p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{AB(B+1)\,a\,\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = Bb \quad ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB(C+1)\,a\,\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} \quad ; \quad \gamma = Cc \quad ; \quad r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{ABC(D+1)\,a\,\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} \quad ; \quad \delta = Dd \quad ; \quad s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{ABCD\,a\,\Phi}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi} \quad ; \quad \varepsilon = \infty \quad ; \quad t = e;$$

& les distances des verres :

$$AB = \alpha + b \; ; \; BC = \beta + c \; ; \; CD = \gamma + d \; ;$$
$$DE = \delta + e.$$

Des Instrumens composés de six verres.

Pour ce cas ayant $F = \infty$, $G = \infty$, &c. $\pi^{V} = 0$, $\pi^{VI} = 0$, une multiplication quelconque m étant proposée nous aurons :

1. Pour le degré de clarté . . . . . $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a} \; ;$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta^{IV} > \frac{1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a}.$$

3. Pour le champ apparent $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{IV}}{a\Phi}$.

4. Les conditions pour que les distances des verres deviennent positives

$$\frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' - (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi'' - (D+1)\pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]\,[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCDa\Phi\,[E(D+1)\pi''' - (E+1)\pi'']}{[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]\,[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCDEa\Phi\,[(E+1)\pi^{IV} - \pi''']}{[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]\,[\pi^{IV} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi]} > 0$$

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l}
+\dfrac{(A+1)\,[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\[2ex]
+\dfrac{(B+1)^2\,\Phi\,[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3\,[B\pi-(B+1)\Phi]} \\[2ex]
+\dfrac{(C+1)^2\,\Phi\,[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3\,[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]} \\[2ex]
+\dfrac{(D+1)^2\,\Phi\,[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3\,[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]} \\[2ex]
+\dfrac{(E+1)^2\,\Phi\,[\lambda^{IV}(E+1)^2+\nu E)}{A^3B^3C^3D^3E^3\,[E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi+\pi-\Phi]} \\[2ex]
+\dfrac{\lambda^{V}\Phi}{A^3B^3C^3D^3E^3\,[\pi^{IV}-\pi'''+\pi''-\pi'+\pi-\Phi]}
\end{array}\right.$$

6. Pour le lieu de l'œil $k = \dfrac{\pi^{IV} ff}{ABCDE\,a\Phi}$.

Mais, si l'on appliquoit l'œil immédiatement au dernier verre, au lieu de l'angle Φ on ne découvriroit qu'un champ, auquel répondroit l'angle $= \dfrac{\omega(\pi^{IV}-\pi'''+\pi''+\pi'-\pi+\Phi)}{ABCDE\,a\pi^{IV}}$.

Or ce sera le lieu le plus propre pour l'œil, lorsque la distance k devient négative.

7. Enfin, si la distance k se trouve positive, & qu'on veuille éviter la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons, on n'a qu'à satisfaire à cette équation :

$$o = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)} + \frac{(D+1)\pi''}{D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)}$$
$$+ \frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''-(E+1)(\pi'-\pi'+\pi-\Phi)} + \frac{\pi^{IV}}{\pi^{IV}-\pi'''+\pi''-\pi'+\pi-\Phi}.$$

Après

Après avoir satisfait à ces conditions, les déterminations seront

$$\alpha = Aa \;;\; p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{A(B+1)a\Phi}{B\pi-(B+1)\Phi} \;;\; \beta = Bb \;;\; q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB(C+1)a\Phi}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)} \;;\; \gamma = Cc \;;\; r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{ABC(D+1)a\Phi}{D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)} \;;\; \delta = Dd \;;\; s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{ABCD(E+1)a\Phi}{E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi'+\pi-\Phi)} \;;\; \epsilon = Ee \;;\; t = \frac{Ee}{E+1}$$

$$f = \frac{ABCDEa\Phi}{\pi^{IV}-\pi'''+\pi''-\pi'+\pi-\Phi} \;;\; \zeta = \infty \;;\; u = f,$$

& les distances des verres sont :

$$AB = \alpha + b \;;\; BC = \beta + c \;;\; CD = \gamma + d \;;$$

$$DE = \delta + e \;;\; EF = \epsilon + f.$$

Observations générales

pour les Instrumens qui représentent les objets debout.

Qu'on prenne négativement les lettres π, π'', π^{IV}, &c. & l'équation

$$\frac{m}{l} = \frac{\Phi + \pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \&c.}{a\Phi}$$

donne pour le champ apparent :

$$\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \pi^{IV} + \&c.}{ma - l}\, l$$

lequel, afin qu'il devienne aussi grand, qu'il est possible, il faut augmenter les valeurs π, π', π'', &c. autant qu'on pourra, pourvu qu'elles

ne

ne ſurpaſſent point celles des lettres $\theta, \theta', \theta'', \theta'''$, &c. On aura donc à remplir les conditions ſuivantes :

1. Pour le degré de clarté . . . . $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requiſes pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a}$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a} \text{ \&c.}$$

3. Pour le champ apparent :

$$\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \text{\&c.}}{ma - l} \, l.$$

4. Les conditions pour que les diſtances des verres deviennent poſitives :

$$\frac{+ ABa\pi}{B\pi + (B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{- ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' + (C+1)\pi]}{[B\pi + (B+1)\Phi]\,[C\pi' + (C+1)(\pi+\Phi)]} > 0$$

$$\frac{+ ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi'' + (D+1)\pi']}{[C\pi' + (C+1)(\pi+\Phi)]\,[D\pi'' + (D+1)(\pi+\pi+\Phi)]} > 0$$

$$\frac{- ABCDa\Phi\,[E(D+1)\pi''' + (E+1)\pi'']}{[D\pi'' + (D+1)(\pi'+\pi+\Phi)]\,[E\pi''' + (E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\Phi)]} > 0$$

&c.

6. La confusion causée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l}
+\dfrac{(A+1)\left[\lambda(A+1)^2+\nu A\right]}{A^3} \\[2ex]
-\dfrac{(B+1)^2\,\Phi\left[\lambda'(B+1)^2+\nu B\right]}{A^3B^3\left[B\pi+(B+1)\Phi\right]} \\[2ex]
+\dfrac{(C+1)^2\,\Phi\left[\lambda''(C+1)^2+\nu C\right]}{A^3B^3C^3\left[C\pi'+(C+1)(\pi+\Phi)\right]} \\[2ex]
-\dfrac{(D+1)^2\,\Phi\left[\lambda'''(D+1)^2+\nu D\right]}{A^3B^3C^3D^3\left[D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi+\Phi)\right]} \\[2ex]
+\dfrac{(E+1)^2\,\Phi\left[\lambda^{\text{IV}}(E+1)^2+\nu E\right]}{A^3B^3C^3D^3E^3\left[E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\Phi)\right]} \\[2ex]
\qquad\qquad\&c.
\end{array}\right.$$

6. Pour le lieu de l'œil on aura

au cas d'un verre . . . . $k = 0$

au cas de deux verres . . . $k = -\dfrac{\pi bb}{Aa\Phi}$

au cas de trois verres . . . $k = +\dfrac{\pi'' cc}{ABa\Phi}$

au cas de quatre verres . . . $k = -\dfrac{\pi''' dd}{ABCa\Phi}$

au cas de cinq verres . . . $k = +\dfrac{\pi''' ee}{ABCDa\Phi}$

&c.

7. Pour éviter la confusion des couleurs d'iris :

$$0 = \frac{(B+1)\pi}{B\pi+(B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'+(C+1)(\pi+\Phi)} + \frac{(D+1)\pi''}{D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi+\Phi)}$$
$$+\frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\Phi)} + \&c.$$

Mais

Mais, en cas que la diſtance k provienne négative, il faut appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & au lieu de l'angle Φ, on aura les angles ſuivans :

Pour le cas de deux verres . . . $\dfrac{\omega(\Phi+\pi)}{\mathrm{A}a\pi}$

pour le cas de trois verres . . . $\dfrac{\omega(\Phi+\pi+\pi')}{\mathrm{AB}a\pi'}$

pour le cas de quatre verres . . . $\dfrac{\omega(\Phi+\pi+\pi'+\pi'')}{\mathrm{ABC}a\pi''}$

pour le cas de cinq verres . . . $\dfrac{\omega(\Phi+\pi+\pi'+\pi''+\pi''')}{\mathrm{ABCD}a\pi'''}$.

Et, après avoir ſatisfait à ces conditions, les déterminations ſeront :

$$\alpha = \mathrm{A}a \quad ; \quad p = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{A}+1}$$

$$b = \frac{-\mathrm{A}(\mathrm{B}+1)a\Phi}{\mathrm{B}\pi+(\mathrm{B}+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = \mathrm{B}b \quad ; \quad q = \frac{\mathrm{B}b}{\mathrm{B}+1}$$

$$c = \frac{+\ \mathrm{AB}(\mathrm{C}+1)a\Phi}{\mathrm{C}\pi'+(\mathrm{C}+1)(\pi+\Phi)} \quad ; \quad \gamma = \mathrm{C}c \quad ; \quad r = \frac{\mathrm{C}c}{\mathrm{C}+1}$$

$$d = \frac{-\ \mathrm{ABC}(\mathrm{D}+1)a\Phi}{\mathrm{D}\pi''+(\mathrm{D}+1)(\pi'+\pi+\Phi)} \quad ; \quad \delta = \mathrm{D}d \quad ; \quad s = \frac{\mathrm{D}d}{\mathrm{D}+1}$$

$$e = \frac{+\ \mathrm{ABCD}(\mathrm{E}+1)a\Phi}{\mathrm{E}\pi'''+(\mathrm{E}+1)(\pi''+\pi'+\pi+\Phi)} \quad ; \quad \varepsilon = \mathrm{E}e \quad ; \quad t = \frac{\mathrm{E}e}{\mathrm{E}+1}$$

&c.

les diſtances des verres étant

$$\mathrm{AB} = \alpha + b \;;\; \mathrm{BC} = \beta + c \;;\; \mathrm{CD} = \gamma + d \;;\; \mathrm{DE} = \delta + e \;;$$

&c.

Obſer-

Observations générales pour les Instrumens qui représentent les objets renversés.

Qu'on change le signe des lettres π, π', π'', π''', &c. dans les formules précédentes, & on aura à observer les formules suivantes :

1. Pour le degré de clarté . . . $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} ; \; \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} ; \; \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a} ; \; \theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a} ;$$

&c.

3. Pour le champ apparent $\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \&c.}{ma + l} l$,

ou pour avoir un grand champ, on n'a qu'à prendre pour π, π', π'', π''', &c. des quantités positives aussi grandes, qu'il est possible, pourvû qu'elles n'excédent pas les fractions θ, θ', θ'', θ''', &c.

4. Les conditions, pour que les distances des verres deviennent positives :

$$+ \frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > 0$$

$$+ \frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' + (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)]} > 0$$

$$- \frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi'' + (D+1)\pi']}{[C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)]\,[D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)]} > 0$$

$$+ \frac{ABCDa\Phi\,[E(D+1)\pi''' + (E+1)\pi'']}{[D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)]\,[E\pi''' + (E+1)(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)]} > 0.$$

&c.

où après la premiere formule les signes des autres changent alternativement.

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l}
+\dfrac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\[2ex]
+\dfrac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\Phi]} \\[2ex]
-\dfrac{(C+1)^2\Phi[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3[C\pi'+(C+1)(\pi-\Phi)]} \\[2ex]
+\dfrac{(D+1)^2\Phi[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi-\Phi)]} \\[2ex]
-\dfrac{(E+1)^2\Phi[\lambda^{IV}(E+1)^2+\nu E]}{A^3B^3C^3D^3E^3[E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi-\Phi)]}
\end{array}\right.$$

&c.

6. Pour le lieu de l'œil on aura

au cas d'un verre . . . . $k = 0$

au cas de deux verres . . . $k = +\dfrac{\pi bb}{Aa\Phi}$

au cas de trois verres . . . $k = -\dfrac{\pi' cc}{ABa\Phi}$

au cas de quatre verres . . . $k = +\dfrac{\pi'' dd}{ABCa\Phi}$

au cas de cinq verres . . . $k = -\dfrac{\pi''' ee}{ABCDa\Phi}$ &c.

7. Pour éviter la confusion des couleurs d'iris : $0 =$

$$\frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi}+\frac{(C+1)\pi'}{C\pi'+(C+1)(\pi-\Phi)}+\frac{(D+1)\pi''}{D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi-\Phi)}$$

$$+\frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi-\Phi)}+\text{\&c.}$$

Mais

Mais, en cas que la diſtance k provienne négative, il faut appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & au lieu de l'angle Φ on n'appercevra que les ſuivans :

Pour le cas de deux verres . . $\dfrac{\omega(\pi - \Phi)}{Aa\pi}$

pour le cas de trois verres . . $\dfrac{\omega(\pi' + \pi - \Phi)}{ABa\pi'}$

pour le cas de quatre verres . . $\dfrac{\omega(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)}{ABCa\pi''}$

pour le cas de cinq verres . . $\dfrac{\omega(\pi''' + \pi'' + \pi' + \pi - \Phi)}{ABCDa\pi'''}$

&c.

Et après avoir ſatisfait à ces conditions, les déterminations ſeront :

$$\alpha = Aa \quad ; \quad p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{+\ A(B+1)a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = Bb \quad ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{-\ AB(C+1)a\Phi}{C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)} \quad ; \quad \gamma = Cc \quad ; \quad r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{+\ ABC(D+1)a\Phi}{D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)} \quad ; \quad \delta = Dd \quad ; \quad s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{-\ ABCD(E+1)a\Phi}{E\pi''' + (E+1)(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)} \quad ; \quad \varepsilon = Ee \quad ; \quad t = \frac{Ee}{E+1}$$

&c.

Les diſtances des verres étant

$$AB = \alpha + b \ ; \ BC = \beta + c \ ; \ CD = \gamma + d \ ; \ DE = \delta + e \ ;$$

&c.