



1756

## Recherches physiques sur la diverse réfrangibilité des rayons de lumière

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

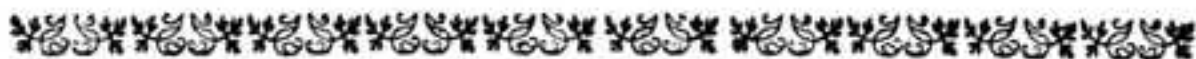
---

### Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Recherches physiques sur la diverse réfrangibilité des rayons de lumière" (1756). *Euler Archive - All Works*. 221.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/221>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact [mgibney@pacific.edu](mailto:mgibney@pacific.edu).



R E C H E R C H E S  
P H Y S I Q U E S  
S U R L A D I V E R S E R É F R A N G I B I L I T É  
D E S R A Y O N S D E L U M I È R E .

PAR M. EULER.

---

I.

*Lorsque les rayons de lumiere passent d'un milieu transparent dans un autre, leur réfraction n'est différente, qu'entant qu'ils nous présentent des couleurs différentes.*

Cette proposition renferme le fondement de toutes les belles découvertes, dont la Physique est redevable à l'immortel *Newton*. Ce grand Philosophe s'est apperçu le premier, que les rayons du Soleil ne souffrent pas tous la même réfraction en passant d'un milieu transparent dans un autre ; d'où il a conclu, que les rayons du Soleil ne sont pas homogènes entr'eux, mais qu'il y en a de différentes espèces, dont les uns souffrent une plus grande réfraction, & les autres une plus petite. Auparavant on s'est imaginé, que dans le passage d'un milieu dans un autre la réfraction de tous les rayons étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux, qui pût causer quelque changement dans la réfraction. Or *M. Newton* a observé de plus, que les rayons du Soleil, qui diffèrent par rapport à la réfraction, nous présentent aussi des couleurs différentes ; & que ceux qui se rompent le moins en passant d'un milieu dans un autre, produisent constamment le sentiment de la couleur rouge, pendant que  
ceux



ceux qui souffrent la plus grande réfraction, paroissent violets. Les especes moyennes, à mesure qu'elles approchent plus, ou de la plus petite réfraction, ou de la plus grande, offrent à nos sens les couleurs orange, jaune, verte, & bleüe. Il s'ensuit donc de là bien évidemment, que la différence qui se trouve dans la réfraction des rayons du Soleil, provient de la diversité des couleurs, qui en sont représentées: & partant pour déterminer la réfraction, que les rayons subissent en passant d'un milieu dans un autre, il ne suffit pas de connoître la qualité de ces deux milieux par rapport à la réfraction, mais il faut outre cela faire attention à l'espece des rayons, ou à la couleur qu'ils présentent. C'est donc la diversité des couleurs qui cause une différence dans la réfraction, les deux milieux demeurant les mêmes.

## II.

*Les rayons de lumiere étant excités dans les milieux transparens par un mouvement de vibration, le nombre de ces vibrations réduës dans un tems donné, selon qu'il est plus grand, ou plus petit, produit le sentiment des couleurs différentes.*

Ceux qui soutiennent, que les rayons sont des émanations réelles, dardées des corps lumineux, cherchent la diversité des couleurs dans la différente grosseur des particules, qui en sont lancées. Mais ce sentiment étant assujetti à des difficultés insurmontables, on est réduit à reconnoître, que la lumiere est produite de la même maniere que le son, par un mouvement de vibration excité dans les milieux transparens. Dans un tel mouvement on trouve trois choses à distinguer; la première est la force dont ces vibrations sont excitées, laquelle étant plus ou moins grande, la sensation sera plus ou moins vive: & on ne sauroit dire que la diversité des couleurs en dépend, vu que la même couleur peut être exprimée plus ou moins fortement. La seconde chose à remarquer dans les rayons est la vitesse, dont les vibrations sont transportées d'un lieu à un autre; on sait que cette



vitesse est presque incompréhensible, venant du Soleil jusqu'à nous dans l'espace d'environ 8 minutes : or on ne sauroit soutenir non plus, que les rayons de différentes couleurs eussent des vitesses différentes : puisqu'on fait qu'un rayon conserve toujours la même couleur, par quelque milieu qu'il passe, quoique sa vitesse y soit considérablement changée. La troisième chose regarde la fréquence des vibrations, ou le nombre qui est produit dans un tems donné : on voit bien que c'est une qualité inaltérable dans les rayons, & qui ne sauroit être changée, ni par la réflexion, ni par la réfraction, puisqu'elle dépend uniquement de la première production dans le corps lumineux. Car, supposons que les particules de ce corps rendent 1000 vibrations dans une seconde, qui soient ensuite communiquées & transportées par des milieux quelconques, & à quelque endroit qu'on en reçoive l'impression, on sentira toujours 1000 vibrations dans une seconde. Il faut donc que la diversité des couleurs, consiste dans la différente fréquence des vibrations, de sorte que le caractère de chaque couleur consiste dans un nombre déterminé de vibrations rendues dans un tems donné.

### III.

*Les nombres des vibrations rendues en même tems, qui conviennent aux rayons extrêmes du Soleil, c'est à dire, aux rouges & aux violets, diffèrent moins entr'eux que selon la raison double, ou si le plus petit de ces deux nombres est  $= n$ , le plus grand est moindre que  $2n$ .*

La ressemblance, ou presque l'identité des sons, qui diffèrent entr'eux d'une octave, confirme cette proposition, & il est très vraisemblable, que deux rayons, dont la fréquence des vibrations de l'un est le double de celle de l'autre, produisent à peu près le même effet, & excitent en nous le sentiment de la même couleur : & nous ne jugeons les couleurs différentes, qu'entant que les nombres de vibrations rendues en tems égaux diffèrent de la raison double. Donc, puisque nous ne remarquons point parmi les différens rayons du Soleil

des



des couleurs semblables, quoique d'une extrémité à l'autre toutes les fréquences intermédiaires se rencontrent; si nous posons  $n$  pour le nombre des vibrations renduës dans un certain tems, qui convient aux rayons solaires, dont la fréquence est la plus petite, les nombres qui conviennent aux autres rayons seront tous moindres que  $2n$ . Or ce que je viens d'avancer devient encore plus évident par les expériences des lames transparentes fort minces, où l'on découvre quelques périodes de toutes les couleurs solaires. Où la lame est le plus mince, vers l'endroit où elle devient plus épaisse, on découvre les couleurs violette, bleüe, verte, jaune, orange, rouge; ensuite encore les mêmes couleurs dans le même ordre, qui se presente après encore pour la troisième & quatrième fois, quoique ces couleurs deviennent de plus en plus foibles, & enfin imperceptibles. De là il eût très raisonnable de conclure, que la même couleur revient toutes les fois, que les nombres de vibrations tombent dans la progression géométrique double; & que les nombres qui tombent entre les termes de cette progression répondent à des couleurs différentes. Or dans ces suites de couleurs le rouge est immédiatement suivi d'un second violet, dont la fréquence par conséquent est à la fréquence du premier violet en raison double: il faut donc que les fréquences du premier violet, & du premier rouge soient plus approchantes entr'elles qu'en raison double; & on voit aussi que leur rapport ne s'écarte pas beaucoup de la raison double, puisque le second violet est aussi près du rouge, que celui-cy l'est du jaune qui le précède.

#### IV.

*Or quoiqu'il soit certain, que les nombres de vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, soient intégnaux entr'eux; il est encore douteux, lequel de ces deux nombres est le plus grand, ou le plus petit.*

Soit  $\rho$  le nombre de vibrations renduës dans une seconde, dont les rayons rouges du Soleil sont agités, &  $\gamma$  celui qui convient aux





rayons violets, & nous venons de voir, qu'il y a, ou  $\rho < 2\vartheta$ , ou  $\vartheta < 2\rho$ ; mais il est encore douteux s'il y a  $\rho < \vartheta$ , ou  $\rho > \vartheta$ . Or, puisqu'on peut comparer les diverses couleurs aux sons aigus & graves, il est incertain, laquelle de ces deux couleurs extrêmes répond aux sons graves ou aigus. Puisque les rayons rouges souffrent une moindre réfraction que les violets, il semble d'abord probable, que les rayons rouges renferment une plus grande fréquence de vibrations; car on ne sauroit presque comprendre, comment une moindre fréquence pourroit diminuer la réfraction. Mais si nous considérons, que dans les lames minces, la couleur rouge paroît sur une plus grande épaisseur que la violette du même ordre, il semble qu'on en doive conclure le contraire, vu qu'une corde plus grosse acheve moins de vibrations en même tems qu'une plus mince. Cependant la comparaison d'une lame mince avec des cordes plus ou moins épaisses à l'égard du mouvement de vibration ne paroît pas trop juste; il la faudroit plutôt comparer à une lame métallique fort étendue, qui ne seroit pas également épaisse par-tout, & voir quels seroient les sons qu'elle rendroit, étant frappée doucement en divers endroits: car, pour rendre le cas semblable, il faut frapper cette lame fort doucement, afin qu'elle n'en soit ébranlée qu'en un petit endroit; & alors on remarquera que les sons seront différens, selon que la lame sera plus ou moins mince à l'endroit, où l'on la frappe. Or, si l'on se peut fier à quelques expériences grossières, on ne sauroit douter, qu'une telle lame ne rendit un son plus aigu, étant frappée là où son épaisseur est plus grande; d'où l'on peut conclure, que la lame mince transparente rend des vibrations plus fréquentes là, où elle est moins mince. Par cette raison on pourra bien soutenir, que le nombre  $\rho$  est plus grand que  $\vartheta$ , comme la première raison sembloit le prouver: mais les réflexions suivantes confirmeront encore davantage ce sentiment, avec lesquelles le sentiment opposé ne sauroit subsister en aucune manière.



## V.

Si dans le passage des rayons solaires d'un milieu transparent A dans un autre B, la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction est pour les rayons rouges comme  $r$  à  $1$ , & pour les rayons violets comme  $v$  à  $1$ , le nombre  $v$ , est toujours une certaine puissance du nombre  $r$ , dont l'exposant est environ  $1 \frac{4}{33}$ .

Il est certain que, quelque différens que soient les deux milieux A & B, le nombre  $v$  est une certaine fonction du nombre  $r$ , qui en sera déterminée toujours de la même manière. Je dis donc que cette fonction est une puissance, dont l'exposant est constant & environ  $= 1 \frac{4}{33}$ , de sorte que si nous posons  $\mu = 1 \frac{4}{33}$ , il y ait  $v = r^\mu$ . Et partant, quoique les deux nombres  $r$  &  $v$  diffèrent selon la diversité des deux milieux A & B, la raison de leurs logarithmes, ou la fraction  $\frac{l v}{l r}$ , obtient toujours une valeur constante  $= \mu = 1 \frac{4}{33}$ . C'est sur ce principe que j'avois fondé la méthode de perfectionner en sorte les verres objectifs, que la diverse réfrangibilité des rayons n'y cause plus de confusion; & lorsqu'on m'eut objecté, que ce n'étoit pas la fraction  $\frac{l v}{l r}$ , mais plutôt celle cy  $\frac{v-1}{r-1}$ , dont la valeur demeureroit constante, j'ai démontré que ce dernier sentiment impliquoit une contradiction ouverte, & qu'aucune autre relation entre les nombres  $r$  &  $v$  que  $v = r^\mu$ , ou  $\frac{l v}{l r} = \mu = 1 \frac{4}{33}$  ne fauroit subsister avec la vérité. Donc, puisque  $v > r$ , tandis que selon les raisons alléguées on peut supposer  $v < r$ , il s'ensuit que, plus la fréquence de vibrations, qui convient à un rayon, est petite, & plus sera grande la réfraction. Or nous avons



vu que  $\nu > \frac{1}{2} \rho$ , mais qu'il approche fort de  $\frac{1}{2} \rho$ ; donc, s'il étoit  $\nu = \frac{1}{2} \rho$ , auquel cas résulteroit le rouge du second ordre, l'exposant  $\mu$  de l'équation  $\nu = r^\mu$  deviendroit plus grand que  $\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ ; & partant il seroit environ, ou  $\frac{2}{7}$ , ou  $\frac{1}{5}$ . Donc, si pour la couleur rouge du second ordre, qui ne se trouve plus dans les rayons du Soleil, on met  $\rho'$  pour la fréquence des vibrations &  $r' : 1$  pour la raison de réfraction, on aura  $\rho' = \frac{1}{2} \rho$ , &  $\frac{1}{r'} = \frac{1}{5}$  à peu près. Mais de là on ne sauroit encore conclure, comment la réfraction se tiendra pour les rouges du troisième ordre & des suivans, ce que la suite nous fera connoître.

## VI.

*Quelle que soit la réfraction, lorsque les rayons passent du milieu A dans le milieu B, le sinus d'incidence est toujours au sinus de réfraction, comme la vitesse dont les rayons traversent le milieu A, est à celle dont ils traversent le milieu B.*

Les rayons de chaque espèce, qui sont transmis par un milieu transparent homogène, s'y meuvent avec une certaine vitesse, qui dépend tant de la qualité du milieu, que de la nature ou fréquence des rayons, comme je le prouverai tout à l'heure plus amplement: & tant qu'un rayon se meut dans le même milieu, son mouvement est uniforme, & sa vitesse aura un certain rapport à celle dont les rayons traversent l'éther. Dans un même milieu le mouvement des rayons se fait suivant des lignes droites, & leur direction ne change qu'entant que la vitesse est variée, ce qui arrive lorsque les rayons passent d'un milieu dans un autre, où leur vitesse est changée. Or ce changement de direction, ou la réfraction, dépend aussi de l'obliquité, sous laquelle les rayons entrent dans l'autre milieu, ou de l'angle que leur direction fait avec la perpendiculaire sur la surface qui sépare les deux milieux, de sorte que sous toutes les différentes obliquités la rai-  
son





fon des sinus des angles , que tant le rayon incident que le rompu font avec ladite perpendiculaire, demeure toujours la même. Soit donc,  $m : n$  cette raison, qu'un rayon en passant du milieu A dans le milieu B observe dans sa réfraction, & je dis que cette même raison est celle des vitesses du rayon dans les milieux A & B. C'est par ce principe qu'on explique le plus naturellement la réfraction, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire sur la Théorie de la lumière & des couleurs. Ainsi, puisque les rayons rouges solaires, en entrant de l'air dans le verre, sont rompus selon la raison de 77 à 50, il en faut conclure que la vitesse dont ces rayons traversent l'air, est à celle dont ils traversent le verre, comme 77 à 50 : & puisque les rayons violets solaires sont rompus dans le même passage selon la raison 78 à 50, la vitesse de ces rayons dans l'air sera à celle dans le verre comme 78 à 50. Par conséquent les rayons rouges & violets se meuvent avec des vitesses inégales, ou dans l'air, ou dans le verre, ou dans tous les deux : & c'est qu'il faut examiner plus soigneusement.

## VII.

*La vitesse, dont chaque rayon se meut par un milieu transparent homogène, dépend non seulement de la nature du milieu, mais aussi de la fréquence des vibrations, qui forment le rayon.*

Ayant vu que, dans le passage des mêmes milieux, la réfraction varie un peu dans les rayons de différentes especes, il faut que la vitesse, dont les rayons traversent le même milieu, diffère un peu selon la nature des rayons. La vitesse d'un rayon ne dépend donc pas uniquement de la nature du milieu, c'est à dire, de la facilité, ou difficulté, dont les rayons sont transmis ; mais la nature du rayon même, ou la fréquence des vibrations, y influe aussi pour quelque part ; quoique cette altération soit fort petite par rapport à celle qui provient de la diversité des milieux. Selon la maniere dont on envisage ordinairement la transmission de la lumière par un milieu transparent, il semble que la vitesse devrait dépendre uniquement de la densité & élas-



élasticité du milieu, de même qu'on croit que tous les sons, tant aigus que graves, se transmettent par l'air avec la même rapidité. Cependant il ne paroît pas peu probable, que la poursuite des vibrations suivantes puisse accélérer tant soit peu la vitesse des vibrations précédentes, de sorte que, plus la fréquence des vibrations est grande, & plus aussi la vitesse par le même milieu en sera accélérée. Ce sentiment se confirme par ce, qu'on trouve par la théorie une moindre vitesse pour la propagation du son par l'air, qu'on n'en observe actuellement, de sorte qu'il semble que ce surcroît de vitesse vient uniquement de la poursuite successive des vibrations. Or, quelle qu'en soit la cause, le phénomène étant suffisamment constaté, on ne sauroit plus douter, que la succession des vibrations ne soit capable d'augmenter un peu la vitesse; & partant il faut bien distinguer la vitesse, dont une suite de vibrations successives est transmise par un milieu, de la vitesse dont un seul battement seroit transporté par ce même milieu; celle-là étant plus grande que celle-cy. Or il est évident que la vitesse d'un seul battement dépend uniquement de la nature du milieu, à la place de laquelle il sera donc permis de substituer la vitesse d'un battement solitaire, entant que la nature du milieu entre dans la détermination de la vitesse des rayons.

### VIII.

*Si l'on pose a pour la vitesse, dont un battement solitaire seroit transporté par un milieu transparent A, & que pour un rayon proposé le nombre des vibrations venues dans une seconde soit = n, la vitesse dont ce rayon sera transmis par le milieu A doit être regardée comme une certaine fonction des deux quantités a & n.*

Nous savons bien que la vitesse du rayon proposé par le milieu A dépend, d'un côté de la nature du milieu, ou ce qui revient au même, de la vitesse dont un battement solitaire seroit transmis par ce même milieu, & d'un autre côté de la fréquence des vibrations qui consti-



stituent la nature du rayon, ou du nombre  $n$  : mais nous ne savons pas encore de quelle manière ces deux quantités  $a$  &  $n$  concourent à produire l'expression, qui marque la véritable vitesse du rayon. Elle fera donc une certaine fonction de  $a$  &  $n$ , que j'indiquerai par  $f : (a, n)$ , dont la composition nous est encore inconnue. Cependant nous connoissons déjà quelques propriétés de cette fonction, dont la première est, que lorsque  $n$  évanouit, la valeur de la fonction doit devenir  $= a$ , puisqu'alors la fréquence des vibrations étant réduite à rien, la vitesse doit être la même, que si un battement solitaire seroit transmis. Ensuite il est aussi certain que, plus le nombre  $n$  sera grand, plus aussi doit devenir grande la fonction  $f : (a, n)$ ; puisqu'il n'est pas vraisemblable, qu'une plus grande fréquence, ou les vibrations suivantes sauroient diminuer la vitesse : il semble plutôt très raisonnable, que si les vibrations suivantes sont capables d'altérer la vitesse des précédentes, cette altération doit consister dans une accélération. Enfin il n'y a aucun doute, que la fréquence  $n$  demeurant la même, la vitesse du rayon, ou la fonction  $f : (a, n)$ , ne soit d'autant plus grande, plus la vitesse d'un battement solitaire  $a$  sera grande. Or je prends ici  $a$  pour une quantité proportionnelle à la vitesse d'un seul battement, sans me mettre encore en peine de la détermination absolue, ou de l'unité à laquelle on la doit rapporter : mais pour en avoir la valeur absolue, on n'a qu'à concevoir un tel milieu, par lequel la vitesse d'un battement solitaire seroit exprimé par l'unité, & nous verrons dans la suite, que l'éther même doit être pris pour ce milieu.

## IX.

*Qu'on conçoive deux milieux transparens A & B, par lesquels les vitesses d'un battement solitaire soient  $a$  &  $b$ , & que la fréquence d'un rayon, ou le nombre des vibrations rendues dans une seconde soit  $= n$  : & lorsque ce rayon passe du milieu A dans le milieu B, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction comme  $f : (a, n)$  à  $f : (b, n)$ .*



La vitesse du rayon, dont nous supposons le nombre de vibrations rendus par seconde  $= n$ , est dans le milieu A  $= f : (a, n)$ , & dans le milieu B  $= f : (b, n)$ ; la lettre  $f$  étant la marque d'une certaine fonction, dont la composition est la même dans l'une & l'autre formule. Or nous avons vu, que dans le passage d'un rayon par ces deux milieux la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction est la même que celle des vitesses, & partant cette raison sera comme  $f : (a, n)$  à  $f : (b, n)$ . Quoique le raisonnement, qui m'a conduit à cette proposition, soit en partie fondé sur la théorie, on en peut entièrement écarter cette considération, sans avoir égard, ni aux vitesses d'un battement solitaire par les deux milieux, ni à la fréquence des vibrations, qui constituent le rayon. On dira alors que les lettres  $a$  &  $b$  marquent des quantités appartenantes uniquement aux milieux A & B, & la lettre  $n$  une quantité, qui répond à la nature du rayon; de sorte que chaque milieu A a une quantité  $a$  qui lui est propre, & chaque espèce de rayons une quantité  $n$  qui lui est propre; sans déterminer que la première marque la vitesse d'un battement solitaire, & la seconde la fréquence. Ensuite, ayant trouvé par l'expérience, que la réfraction varie non seulement par rapport à la diversité des milieux, mais aussi par rapport aux diverses espèces des rayons; il est certain que le sinus d'incidence sera à celui de réfraction, comme une certaine fonction des quantités  $a$  &  $n$ , à une semblable fonction des quantités  $b$  &  $n$ , c'est à dire comme  $f : (a, n)$  à  $f : (b, n)$ . Voyons donc si l'expérience est suffisante pour nous conduire à la connoissance de la composition, dont ces fonctions sont formées.

## X.

*Si  $q$  marque la fréquence des rayons rouges solaires, &  $x$  celle des rayons violets, ou bien le nombre des vibrations rendus par seconde, & quel que soit le milieu, dans lequel ces rayons se meuvent, le logarithme de la vitesse des rayons rouges sera au logarithme de la vitesse des rayons violets toujours en raison constante, comme 133 à 137.*

Con-





Considérons deux milieux A & B, que les rayons traversent; & que  $a$  soit la vitesse d'un battement solitaire par le milieu A, &  $b$  celle par le milieu B. De là la vitesse des rayons rouges par le milieu A sera  $\equiv f:(a, \rho)$  & par le milieu B  $\equiv f:(b, \rho)$ ; mais la vitesse des rayons violets par le milieu A  $\equiv f:(a, \nu)$  & par le milieu B  $\equiv f:(b, \nu)$ . Donc, dans le passage du milieu A dans le milieu B, le sinus d'incidence sera à celui de réfraction

pour les rayons rouges comme  $f:(a, \rho)$  à  $f:(b, \rho)$   
 pour les violets - - - comme  $f:(a, \nu)$  à  $f:(b, \nu)$

Rapportons ici ce qui est dit dans l'article V, & nous aurons :

$$r = \frac{f:(a, \rho)}{f:(b, \rho)} \quad \& \quad v = \frac{f:(a, \nu)}{f:(b, \nu)},$$

or nous avons démontré cette propriété  $\frac{lv}{lr} = \frac{133}{137}$ , d'où il s'ensuit :

$$\frac{lf:(a, \nu) - lf:(b, \nu)}{lf:(a, \rho) - lf:(b, \rho)} = \frac{133}{137},$$

& cette égalité doit subsister, quelques valeurs que puissent avoir les quantités  $a$  &  $b$ ; d'où il faut qu'il soit séparément

$$\frac{lf:(a, \nu)}{lf:(a, \rho)} = \frac{133}{137} \quad \& \quad \frac{lf:(b, \nu)}{lf:(b, \rho)} = \frac{133}{137}.$$

Donc le logarithme de la vitesse des rayons rouges par un milieu quelconque est au logarithme de la vitesse des rayons violets par le même milieu, comme 133 à 137; ce qui n'est pas contraire à ce que j'ai dit, que la vitesse des rayons rouges étoit plus grande que celle des violets, quoique le logarithme de celle-là soit plus petit que le logarithme de celle-cy: puisqu'on fait que les logarithmes des nombres moindres que l'unité, sont d'autant plus grands, plus les nombres sont petits.

## XI.

*Si un rayon, dont le nombre de vibrations venues par seconde est  $\equiv n$ , se meut dans un milieu A, où la vitesse d'un battement soli-*





taire seroit  $\equiv a$ , la fonction  $f:(a,n)$ , qui exprime la vitesse de ce rayon dans ce milieu, aura une telle forme, que son logarithme sera le produit d'une fonction de  $a$  par une fonction de  $n$ .

Puisque nous venons de voir, qu'il y a  $\frac{lf:(a,\varkappa)}{lf:(a,\varrho)} \equiv \frac{1}{3}\frac{2}{3}$ , & que cette égalité doit toujours subsister, de quelque densité que puisse être le milieu  $A$ , ou la quantité  $a$  qui en dépend; il est évident que dans les expressions  $lf:(a,\varkappa)$  &  $lf:(a,\varrho)$  les termes, qui renferment la quantité  $a$ , doivent être détruits par la division, de sorte que le quotient ne contienne plus que les nombres  $\varkappa$  &  $\varrho$ . Or cela ne sauroit arriver, à moins que  $lf:(a,\varkappa)$  ne fut un produit d'une fonction de  $a$ , qui soit  $\pi:a$ , & d'une fonction de  $\varkappa$  qui soit  $\Phi:\varkappa$ ; de sorte que nous ayons :

$$lf:(a,\varkappa) \equiv \pi:a \cdot \Phi:\varkappa \quad \& \quad lf:(a,\varrho) \equiv \pi:a \cdot \Phi:\varrho,$$

où  $\pi$  &  $\Phi$  sont les marques de certaines fonctions, dont la composition est encore inconnue. Donc, en général si un rayon, dont le nombre de vibrations rendues par seconde est  $\equiv n$ , se meut dans un milieu  $A$ , où la vitesse d'un battement solitaire seroit  $\equiv a$ , la vitesse de ce rayon, ou la fonction  $f:(a,n)$ , sera toujours exprimée en sorte qu'il y ait :

$$lf:(a,n) \equiv \pi:a \cdot \Phi:n,$$

& partant en prenant  $e$  pour le nombre, dont le logarithme hyperbolique est  $\equiv 1$ , cette vitesse même sera exprimée en sorte

$$f:(a,n) \equiv e^{\pi:a \cdot \Phi:n}.$$

Ayant donc tant pour les rayons rouges que pour les violets

$$lf:(a,\varkappa) \equiv \pi:a \cdot \Phi:\varkappa \quad \& \quad lf:(a,\varrho) \equiv \pi:a \cdot \Phi:\varrho,$$

entre les fonctions de  $\varkappa$  & de  $\varrho$  cette proportion aura toujours lieu,

qu'il y ait  $\frac{\Phi:\varkappa}{\Phi:\varrho} \equiv \frac{1}{3}\frac{2}{3}$ . Par conséquent si  $\varrho > \varkappa$ , comme nous

avons



avons lieu de soupçonner, les fonctions  $\Phi : \rho$  &  $\Phi : \nu$  sont telles que  $\Phi : \rho < \Phi : \nu$  ; de sorte qu'en général la fonction  $\Phi : n$  croît ou décroît, pendant que le nombre  $n$  diminue ou augmente.

## XII.

Etant parvenu à cette formule  $e^{\pi a \cdot \Phi n}$  pour exprimer la vitesse d'un rayon, dont le nombre des vibrations rendues par seconde est  $= n$ , dans un milieu, où un battement solitaire auroit la vitesse  $= a$ , je dis que la fonction  $\pi : a$  est  $= 1 a$ , & que  $\Phi : n$  est une telle fonction de  $n$ , qui devient égale à l'unité, lorsque le nombre  $n$  est pris fort petit.

La vitesse du rayon proposé ayant été trouvée  $= e^{\pi : a \cdot \Phi : n}$  j'ai déjà remarqué, que si la fréquence ou le nombre  $n$  évanouïssoit, ou qu'il devint seulement très petit, la vitesse devoit se réduire à celle d'un battement solitaire, qui est supposée  $= a$ . Dans ce cas donc où le nombre  $n$  est très petit, ou évanouissant, il faut qu'il devienne  $e^{\pi : a \cdot \Phi : n} = a$ , ou  $\pi : a \cdot \Phi : n = 1 a$ .

Or supposant  $n$  évanouissant, ou très petit, la fonction  $\Phi : n$  obtiendra une valeur constante, laquelle peut être supposée  $= 1$ , puisqu'il ne s'agit que de la proportionalité ; posons donc

$$\Phi : n = 1 + F : n,$$

où  $F : n$  soit une telle fonction de  $n$ , qui évanouisse, lorsque le nombre  $n$  est pris égal à zero ; auquel cas nous aurons par conséquent  $\pi : a = 1 a$ . Donc si un rayon, dont le nombre de vibrations rendues dans une seconde est  $= n$ , se meut dans un milieu, où un battement solitaire auroit la vitesse  $= a$ , sa vitesse sera exprimée en sorte :

$$e^{1 a \cdot (1 + F : n)} = a^{1 + F : n},$$

& partant la composition de cette fonction, que nous avons d'abord marquée par  $f : (a, n)$ , nous est déjà presque entièrement connue,



il ne reste plus qu'à savoir quelle fonction de  $n$  est marquée par  $F:n$ . Or nous savons aussi, que si nous mettons pour  $n$  les nombres  $\rho$  &  $\varkappa$  qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, il faut qu'il soit

$$\frac{1 + F:\varkappa}{1 + F:\rho} = \frac{133}{137}, \text{ ou } 133 F:\varkappa - 137 F:\rho = 4,$$

& partant  $1 + F:\varkappa$  fera plus grand que  $1 + F:\rho$ , quoiqu'il soit vraisemblablement  $\varkappa$  moindre que  $\rho$ .

### XIII.

*Lorsque l'éther est le milieu transparent, par lequel les rayons se meuvent, la vitesse qui y conviendrait à un battement solitaire sera exprimée par l'unité : & tous les rayons, de quelque espece qu'ils soient, sont transmis par l'éther avec la même vitesse.*

La lettre  $a$  n'a marqué jusqu'ici qu'une quantité proportionnelle à la vitesse, dont un battement solitaire seroit transmis par le milieu A ; mais après les réductions, que la considération des expériences nous a fournies, la lettre  $a$  exprime un nombre qui se rapporte à une certaine unité ; & on peut concevoir un milieu, soit qu'il existe ou non, où la vitesse d'un battement solitaire seroit exprimée par l'unité. Ce milieu, auquel répond  $a = 1$ , aura donc cette propriété remarquable, que tous les rayons, quelque différens qu'ils soient, le traversent avec la même vitesse : pendant que par tous les autres milieux la vitesse des rayons se trouve altérée par la diversité de leur espece, ou fréquence. Nous voyons donc que, nonobstant le principe général, que la vitesse des rayons dépend non seulement de la nature du milieu, mais aussi de leur propre espece ; on doit accorder la possibilité d'un tel milieu transparent, où la diversité des rayons ne change rien dans leur vitesse ; & on a lieu de soutenir que l'éther est ce même milieu. Car, si pour l'éther la valeur de  $a$  n'étoit pas  $= 1$ , les différens rayons seroient transmis avec des vitesses inégales, & la moindre inégalité devoit produire cet effet, que dans une Eclipse totale de



Soleil, tant les derniers rayons qui précèdent l'obscuration totale, que les premiers, qui la suivent, seroient colorés, & le même phénomène se devoit appercevoir dans les Eclipses des Satellites de Jupiter. Or, quelques peines que les Astronomes se soient données pour examiner cette conséquence, ils n'ont pu découvrir le moindre changement dans la couleur des rayons; d'où il faut absolument conclure, que tous les rayons se meuvent dans l'éther avec la même vitesse, laquelle doit être prise dans notre formule pour l'unité. Donc, si pour tout autre milieu le nombre  $a$  exprime la vitesse d'un seul battement, il faut concevoir, que cette vitesse est à celle dont tous les rayons se meuvent dans l'éther, comme  $a$  est à 1; ce qui nous fournit pour chaque milieu une valeur déterminée pour le nombre  $a$ .

#### XIV.

*Pour tous les autres milieux la quantité  $a$ , qui leur répond, est moindre que l'unité, ou la vitesse d'un battement solitaire par ces milieux est moindre que la vitesse, dont les rayons traversent l'éther.*

Cela est clair de ce, que les rayons qui passent de l'éther dans un autre milieu transparent quelconque  $A$ , sont rompus vers la perpendiculaire, de sorte que le sinus d'incidence est plus grand que le sinus de réfraction. Donc, cette raison étant la même que celle de la vitesse des rayons dans l'éther à leur vitesse dans ce milieu  $A$ , il s'en suit que la vitesse de chaque rayon dans l'éther, qui est exprimée ici par l'unité, est plus grande que leur vitesse dans le milieu  $A$ ; ce qui est aussi très naturel, vu que les rayons souffrent dans un tel milieu quelque obstacle, qui en doit diminuer la vitesse, & on tient que plus un milieu est dense, selon la densité optique, & plus la vitesse de la lumière y est retardée. Ainsi la vitesse des rayons dans l'air est tant soit peu plus petite que dans l'éther ou dans le vuide, & cela à peu près dans la raison de 3400 à 3401, comme on peut conclure de la réfraction du vuide dans l'air. Dans l'eau la vitesse des rayons est encore moindre, & elle diminue d'avantage dans l'esprit de vin, le verre,





re, & le diamant, où elle est apparemment la plus petite. Soit donc  $a$  la vitesse d'un battement folitaire dans le milieu A, & la vitesse d'un rayon quelconque sera encore plus grande ; celle - cy étant donc plus grande que  $a$ , à plus forte raison en doit - on conclure que  $a < 1$ . Soit de plus  $n$  le nombre de vibrations renduës par seconde, qui convient au rayon, & sa vitesse dans le milieu A sera  $= a^{1 + F:n}$  : donc il faut qu'il soit  $a^{1 + F:n} > a$ , ou  $a^{F:n} > 1$ . Or puisque  $a < 1$ , une puissance de  $a$  ne fauroit être plus grande que l'unité, à moins que son exposant ne soit un nombre négatif. De là nous tirons donc cette conclusion, que la valeur de la fonction  $F:n$  est négative : mais il faut aussi que cette fonction évanouïsse lorsqu'on met  $n = 0$ . Et partant la plus simple forme, que cette fonction pourroit avoir est  $F:n = -an$ , ou plus généralement on pourroit mettre  $F:n = -an^\lambda - \xi n^\mu$  &c.

## XV.

*De là il s'ensuit que les rayons rouges solaires consistent en un plus grand nombre de vibrations renduës dans une seconde, que les violets, & partant, si nous comparons les rayons rouges à un certain son, les violets répondront à un son plus grave, & cela presque d'une octave.*

J'ai déjà allégué des raisons, pourquoi la fréquence dans les rayons rouges du Soleil paroît plus grande que dans les violets, & je pourrois ajouter que le grand *Newton* étoit du même sentiment, ayant comparé la couleur rouge au plus haut ton d'une octave, & la violette au plus bas. Mais à présent ce même sentiment se trouve confirmé indubitablement par la formule, que je viens de découvrir. Car, soit  $\rho$  la fréquence des vibrations pour les rayons rouges, &  $\xi$  pour les violets, & ayant trouvé  $\frac{1 + F:\xi}{1 + F:\rho} = \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}}$ , il est évident que  $F:\xi > F:\rho$ . Or ces fonctions sont des quantités négatives, comme nous





nous venons de voir : donc posant  $F:\varpi = -a\varpi$  &  $F:\rho = -a\rho$ ,  
ou plus généralement  $F:\varpi = -a\varpi^\lambda$  &  $F:\rho = -a\rho^\lambda$ , nous  
aurons  $-a\varpi^\lambda > -a\rho^\lambda$ , par conséquent  $\rho^\lambda > \varpi^\lambda$ , ou  $\rho > \varpi$ ;  
& la même conclusion se trouveroit, si l'on prenoit pour ces fonctions des  
expressions plus générales, mais qui fussent négatives & évanouissantes  
aux cas  $\rho = 0$ ,  $\varpi = 0$ . Il est donc à présent hors de doute que  $\rho > \varpi$ ,  
ou que les rayons rouges du Soleil contiennent un plus grand nom-  
bre de vibrations rendues par seconde que les violets. Cependant je  
ne voudrois pas égaler l'intervalle de ces deux couleurs à celui d'une  
octave, & mettre  $\rho = 2\varpi$ , comme *Newton* l'a fait; puisque ces deux  
couleurs sont trop différentes, pour qu'on les pût comparer à deux  
sons, qui diffèrent d'une octave. Aussi les expériences faites sur les  
lames minces, qui présentent à la fois une plus longue suite de couleurs,  
offrent après la couleur violette immédiatement une rouge, qu'on a  
droit de prendre pour l'octave de la première rouge. On pourra  
donc comparer la différence entre le rouge & le violet à peu près avec  
une septième dans la Musique, d'où l'on auroit  $\rho:\varpi = 16:9$ , ou  
 $\varpi = \frac{9}{16}\rho$ ; & si la fréquence d'un rayon est exprimée par  $\frac{1}{2}\rho$ , ou  
 $\frac{1}{4}\rho$ , ou  $\frac{1}{8}\rho$ , &c. il excitera dans nous le sens d'un rouge du second,  
ou troisième, ou quatrième ordre.

## XVI.

*Il ne reste donc dans la Théorie des rayons & de leur mouvemens  
par différens milieux transparens, qu'à connoître la nature de la fonc-  
tion F:n plus particulièrement, & alors on sera en état d'assigner  
la vitesse de chaque rayon par tous les milieux transparens.*

Tout ce que nous avons déterminé jusqu'ici, est nécessairement  
vray, & fondé sur des principes ou des expériences incontestables; car  
quoique j'y aye mêlé des idées de ma Théorie de la Lumière, qui  
pourroit encore paroître douteuse à quelques uns, on en peut entiè-



rement écarter ces idées, & se tenir uniquement aux élémens marqués par les lettres  $a$  &  $n$ , dont celui-là appartient au milieu, & celle-cy à la nature du rayon. Ainsi lorsqu'un rayon, dont la nature soit exprimée par la lettre  $n$ , passe d'un milieu A dans un milieu B, & que la qualité de celui-là soit marquée par  $a$ , & de celui-cy par  $b$ , il est certain, que le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction comme

$$a^{\text{I}} \div F : n \quad \text{à} \quad b^{\text{I}} \div F : n$$

& nous savons de plus, que  $a$  &  $b$  sont des nombres moindres que l'unité pour tous les milieux transparens, à l'exception de l'éther, auquel répond l'unité même. Mais les considérations tirées de la théorie fixent mieux nos idées, sans y porter les doutes, auxquels cette théorie pourroit encore être assujettie; & rien n'empêche que nous ne puissions regarder les quantités  $a$  &  $b$  comme les vitesses d'un battement solitaire par les milieux A & B, &  $n$  comme le nombre des vibrations rendues dans une seconde, qui constituent le rayon proposé. Or nous savons de plus que la fonction  $F : n$  doit toujours avoir une valeur négative, & évanouir au cas qu'on met  $n = 0$ . La plus simple valeur, & qui peut-être convient le mieux avec la simplicité de la nature, sera donc  $F : n = -\alpha n$ . Cependant on pourroit penser, que telle valeur  $F : n = \alpha n^2$ , ou telle  $F : n = -\alpha \sqrt{n}$ , eut plutôt lieu. Pour cet effet je m'en vais examiner les conséquences qui découlent de chacune de ces hypothèses, pour juger ensuite, laquelle répond le mieux aux expériences.

## XVII.

*Examinons d'abord la première hypothèse, suivant laquelle la fonction  $F : n$  soit égale à  $-\alpha n$ , où  $\alpha$  est un nombre constant; & on pourra déterminer la valeur absolue de  $\alpha n$  pour toutes les diverses especes de rayons.*

Posons  $\rho$  pour le nombre des vibrations par seconde pour les rayons rouges du Soleil, &  $\gamma$  pour les violets;

&



& nous aurons :

$$F : \rho = -a\rho \quad \& \quad F : \varepsilon = -a\varepsilon,$$

d'où par l'article XII. nous tirons :

$$\frac{1 + F : \varepsilon}{1 + F : \rho} = \frac{1 - a\varepsilon}{1 - a\rho} = \frac{137}{133}, \quad \text{ou} \quad 137a\rho - 133a\varepsilon = 4.$$

Or nous savons qu'il y a à peu près  $\varepsilon = \frac{1}{28}\rho$ , ce qui donne

$$137a\rho - \frac{1}{28} \cdot 133a\rho = 4, \quad \text{ou} \quad a\rho = \frac{64}{33} = \frac{2}{3},$$

& partant  $a\varepsilon = \frac{1}{28} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{42} = \frac{2}{33}.$

Il est certain, que les nombres  $\rho$  &  $\varepsilon$  sont énormément grands, puisque la vitesse vibratoire des moindres particules, qui excitent la lumière, doit être extrêmement rapide, & incomparablement plus grande que celle qui produit les sons les plus aigus. De là il semble que les nombres  $\rho$  &  $\varepsilon$  surpassent bien 100000, ou même un million, quoique peut-être on ne puisse jamais parvenir à une connoissance précise de ces nombres : or supposant  $\rho = 1000000$ , puisque dans les rayons rouges du Soleil la fréquence des vibrations est la plus grande, le coefficient numérique constant  $a$  sera

$$\frac{2}{31000000} = \frac{1}{15500000}.$$

Or, quoiqu'il en soit des valeurs abso-

luës des nombres  $\rho$  &  $\varepsilon$ , il suffit de connoître les produits

$$a\rho = \frac{2}{3} \quad \& \quad a\varepsilon = \frac{2}{33}$$

comme les seuls nombres, qui entrent dans nos formules à l'égard des diverses espèces des rayons. Donc, si les rayons se meuvent dans un milieu transparent  $\Lambda$ , où la vitesse d'un battement solitaire seroit  $= a$ , la vitesse de toutes sortes de rayons sera à peu près.



Des Rayons solaires	Des Rayons du II. ordre	Des Rayons du III. ordre
Rouges $\equiv a^{1-\frac{2}{31}}$	Rouges $\equiv a^{1-\frac{1}{31}}$	Rouges $\equiv a^{1-\frac{1}{81}}$
Oranges $\equiv a^{1-\frac{2}{36}}$	Oranges $\equiv a^{1-\frac{1}{36}}$	Oranges $\equiv a^{1-\frac{1}{72}}$
Jaunes $\equiv a^{1-\frac{2}{40}}$	Jaunes $\equiv a^{1-\frac{1}{40}}$	Jaunes $\equiv a^{1-\frac{1}{80}}$
Verds $\equiv a^{1-\frac{2}{45}}$	Verds $\equiv a^{1-\frac{1}{45}}$	Verds $\equiv a^{1-\frac{1}{90}}$
Bleus $\equiv a^{1-\frac{2}{50}}$	Bleus $\equiv a^{1-\frac{1}{50}}$	Bleus $\equiv a^{1-\frac{1}{100}}$
Violetes $\equiv a^{1-\frac{2}{55}}$	Violetes $\equiv a^{1-\frac{1}{55}}$	Violetes $\equiv a^{1-\frac{1}{110}}$

## XVIII.

*Dans cette hypothese  $F : n \equiv -a n$ , connoissant la raison de réfraction d'un milieu dans un autre, on pourra déterminer la vitesse d'un battement solitaire par chaque milieu ; & de là la réfraction de toutes les especes de rayons.*

Qu'on considère un milieu quelconque A, où la vitesse d'un battement solitaire soit  $\equiv a$ , la vitesse des rayons dans l'éther étant exprimée par l'unité ; & nous venons de voir, que dans ce milieu la vitesse des rayons rouges solaires est  $\equiv a^{1-\frac{2}{31}}$ , & des violets  $\equiv a^{1-\frac{2}{55}}$  ; donc celle des rayons moyens fera environ  $\equiv a^{1-\frac{1}{25}}$ . Concevons maintenant qu'un tel rayon passe de l'éther dans ce milieu A, & que le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction comme  $m$  à 1 ; & puisque la vitesse de tous les rayons dans l'éther est  $\equiv 1$ , nous au-

rons :  $1 : a^{1-\frac{1}{25}} \equiv m : 1$ , & partant  $a \equiv \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{25}{24}}$

De là nous pourrons d'abord trouver la valeur de  $a$  pour l'air ordinaire, en posant  $m \equiv \frac{3}{4} \frac{01}{00}$ , d'où nous tirons

pour l'air ordinaire  $a \equiv 0,999691$ , &  $1/a \equiv 9,9998656$ .

Pour



Pour les autres milieux nous pourrons concevoir, que les rayons y entrent de l'air au lieu de l'éther, & puisque pour le verre on a  $m = 1,55$ , nous aurons :

pour le verre  $a = 0,630450$ , &  $la = 9,7996508$ .

Or, lorsque les rayons moyens entrent de l'air dans l'eau, les expériences sur la réfraction donnent  $m = \frac{4}{3}$ , d'où nous tirons :

pour l'eau  $a = 0,738730$ , &  $la = 9,8684856$ .

Que les rayons entrent de l'air dans l'esprit de vin, & puisqu'on a  $m = \frac{100}{73}$ , on aura :

pour l'esprit de vin  $a = 0,718008$ , &  $la = 9,8561294$ .

Et si la réfraction de l'air dans le diamant donne  $m = \frac{5}{3}$ , on aura :

pour le diamant  $a = 0,584084$ , &  $la = 9,7664750$ .

Sachant en sorte pour chaque milieu transparent la valeur de  $a$ , on déterminera aisément la vitesse de chaque espèce des rayons dans tous ces milieux, & de là ensuite la loi de la réfraction.

### XIX.

*Dans la même hypothèse  $F:n = -\alpha n$  on pourra assigner non seulement la réfraction, que toutes les espèces des rayons solaires souffrent en entrant de l'éther, ou de l'air, dans le verre, mais aussi celle, qui convient aux rayons des corps colorés, ou aux couleurs du second ordre & des suivans.*

Je me borne ici à la réfraction qui se fait de l'éther ou de l'air dans le verre, puisqu'il est facile d'en déduire ensuite la réfraction dans tout autre milieu transparent. Donc, venant de trouver pour le verre la valeur de  $a = 0,63045$ , laquelle pour l'éther est  $= 1$ , & pour l'air si près de l'unité, qu'on peut négliger la différence. Ainsi dans le passage des rayons de l'éther, ou de l'air, dans le verre le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction





pour les rayons rouges solaires, comme 1 à  $(0,63045)^{1-\frac{2}{3}}$

pour les rayons violets solaires, comme 1 à  $(0,63045)^{1-\frac{2}{5}}$

d'où l'on trouve les mêmes raisons 1,54:1 & 1,56:1, que l'expérience nous a données à connoître. Mais, puisque les expériences nous assurent, qu'il y a encore des rayons, qui nous représentent les mêmes couleurs & qui sont aux solaires en raison sous-double, ou sous-quadruple, qu'il convient de nommer des couleurs du second & troisième ordre, il sera bon de déterminer la réfraction des rayons de ces différens ordres, pour voir combien cette hypothese est d'accord avec l'expérience. Il suffit de considérer les rayons rouges de chaque ordre, lesquels entrant de l'air dans le verre doivent suivant cette hypothese se rompre en sorte que le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction, comme il suit

Pour les rayons rouges	La raison de réfraction est comme
Solaires ou du I. Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{2}{3}} = 1,53966 : 1$
Du second Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{2}} = 1,56274 : 1$
Du troisième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{3}} = 1,57441 : 1$
Du quatrième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{4}} = 1,58028 : 1$

Et s'il y avoit une telle couleur, où la fréquence des vibrations fût plus petite, & même évanouissante, le sinus d'incidence seroit au sinus de réfraction de l'air dans le verre, comme 1 à 0,63045, ou bien comme 1,58617 à 1. Ce fera donc à l'expérience à décider, s'il y a de telles couleurs rouges, dont les rayons souffrirent une plus grande réfraction que les violets solaires; & si leur réfraction est d'accord avec ces nombres, que l'hypothese  $F:n = -\alpha n$  nous a fournis.



## XX.

Mais si cette hypothèse  $F : n = - \alpha n^2$  avoit lieu dans la nature, on trouveroit d'autres valeurs, tant pour les diverses especes des rayons, que pour la vitesse d'un battement solitaire dans chaque milieu transparent.

Dans cette hypothèse, en posant  $\rho$  pour le nombre des vibrations rendues par seconde pour les rayons rouges du Soleil, &  $\varepsilon$  pour les violets, on aura :

$$\frac{1 + F : \varepsilon}{1 + F : \rho} = \frac{1 - \alpha \varepsilon \varepsilon}{1 - \alpha \rho \rho} = \frac{137}{133}, \text{ ou } 137 \alpha \rho \rho - 133 \alpha \varepsilon \varepsilon = 4.$$

Donc, puisque  $\varepsilon = \frac{\rho}{1,5}$ , il s'ensuit :  $94,918 \alpha \rho \rho = 4$ , & partant  $\alpha \rho \rho = \frac{4}{94,918}$ , &  $\alpha \varepsilon \varepsilon = \frac{4}{91,27}$ , à peu près. Concevons un milieu A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit  $= a$ , & dans ce milieu la vitesse sera

$$\text{des rayons solaires rouges} = a^{1 - \frac{4}{94,918}}$$

$$\text{des rayons solaires violets} = a^{1 - \frac{4}{91,27}}$$

Donc, si les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, ou bien de l'air, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction

$$\text{pour les rayons rouges comme } 1 \text{ à } a^{1 - \frac{4}{94,918}}$$

$$\text{pour les rayons violets comme } 1 \text{ à } a^{1 - \frac{4}{91,27}}$$

Prenons le verre pour ce milieu A, & nous aurons :

$$1 : a^{1 - \frac{4}{94,918}} = 1,54 : 1, \text{ ou } \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{94,918}{4}}$$

d'où la vitesse d'un battement solitaire dans le verre sera :

$$a = 0,637142, \text{ ou } \frac{1}{a} = 1,56951, \text{ \& } la = 9,8042366.$$

Et partant les rayons rouges tant du premier ordre, ou les solaires, que du second ordre & des suivans, souffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions suivantes :

Pour

Pour les rayons rouges	Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme
Solaires, ou du I. Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{4}{5}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du second Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{5}} : 1 = 1,56208 : 1$
Du troisième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{3}{5}} : 1 = 1,56765 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{4}{5}} : 1 = 1,56904 : 1$

Dans cette hypothese donc, la réfraction des rayons des ordres suivans diffère moins de celle du premier que dans la première hypothese.

XXI.

*Considérons enfin cette hypothese  $F : n = -\alpha \sqrt{n}$ , qui donnera la réfraction des ordres suivans plus grande que celle des rayons du premier ordre, & l'expérience décidera laquelle de ces trois hypotheses approche le plus de la vérité.*

Ayant donc pour cette hypothese :

$$\frac{1 + F : \vartheta}{1 + F : \rho} = \frac{1 - \alpha \sqrt{\vartheta}}{1 - \alpha \sqrt{\rho}} = \frac{137}{133}, \text{ ou } 137\alpha\sqrt{\rho} - 133\alpha\sqrt{\vartheta} = 4,$$

puisque  $\vartheta = \frac{2}{3}\rho$ , & partant  $\sqrt{\vartheta} = \frac{2}{3}\sqrt{\rho}$ , nous aurons :

$$149\alpha\sqrt{\rho} = 16, \text{ donc } \alpha\sqrt{\rho} = \frac{16}{149}, \text{ \& } \alpha\sqrt{\vartheta} = \frac{16}{149} \cdot \frac{2}{3}.$$

Soit maintenant dans un milieu A la vitesse d'un battement folitaire  $= a$ , & dans ce même milieu la vitesse

des rayons folaires rouges sera  $= a^{1-\frac{16}{149}}$

& des rayons violets . . .  $= a^{1-\frac{32}{149}}$ .

Donc, si les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction

pour les rayons rouges comme  $1 : a^{1-\frac{16}{149}}$

pour le violets      comme  $1 : a^{1-\frac{32}{149}}$ .

Que

Que le verre tienne lieu de ce milieu A, & ayant

$$1 : a^{1 - \frac{1}{4} \frac{6}{9}} = 1,54 : 1, \text{ ou } \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{4}{3} \frac{9}{6}},$$

on obtiendra la vitesse d'un battement solitaire dans le verre,

$$a = 0,616482, \text{ \& } \frac{1}{a} = 1,62211, \text{ \& } la = 9,7899204.$$

Les rayons rouges donc, tant les solaires ou du premier ordre, que des ordres suivans souffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions suivantes :

Pour les rayons rouges	Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme
Solaires ou du I. Ordre	$(1,62211)^{1 - \frac{1}{4} \frac{6}{9}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du second Ordre	$(1,62211)^{1 - \frac{8}{4} \frac{2}{9}} : 1 = 1,56361 : 1$
Du troisième Ordre	$(1,62211)^{1 - \frac{8}{4} \frac{6}{9}} : 1 = 1,58052 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,62211)^{1 - \frac{4}{4} \frac{2}{9}} : 1 = 1,59259 : 1.$

Dans cette hypothese donc, la réfraction des ordres suivans diffère plus de celle du premier ordre que dans la premiere hypothese. Et la plus grande réfraction possible, ou d'un battement solitaire, est dans cette troisième hypothese comme 1,62211 à 1; or dans la seconde comme 1,56951 : 1, & dans la premiere comme 1,58617 : 1.

## XXII.

*Pour établir donc une théorie complète du mouvement de la lumière & de la réfraction, il ne reste qu'à décider par l'expérience, laquelle des trois hypothèses exposées est le plus d'accord avec la vérité?*

Le seul raisonnement, fondé sur quelques expériences indubitables, nous a conduit à la découverte de la formule, qui exprime la vitesse de toutes les espèces possibles des rayons dans chaque milieu transparent : & il est certain, que si la vitesse d'un battement solitaire dans



quelque milieu A est  $\equiv a$ , & que  $n$  marque le nombre des vibrations renduës dans une seconde, qui constituent un certain rayon; la vi-

tesse de ce rayon dans le milieu A sera exprimée en sorte:  $a^{1-\alpha n^\lambda}$ , puisque des fonctions plus compliquées de  $n$  ne sauroient avoir lieu. Ici tout revient à la connoissance de l'exposant  $\lambda$ , qui est certainement positif, & que j'ai supposé dans la premiere hypothese  $\equiv 1$ , dans la seconde  $\equiv 2$ , & dans la troisieme  $\equiv \frac{1}{2}$ ; afin que par des expériences on puisse décider si l'exposant  $\lambda$  est plus grand ou plus petit que l'unité. Pour cet effet il sera bon de choisir des couleurs, que je rapporte ici à des ordres supérieurs par rapport aux rayons solaires, & qui souffrent une réfraction plus grande que ceux-cy. Cependant j'avoüe, que quoiqu'on trouve de telles couleurs, il sera difficile de connoître à quel ordre elles appartiendroient: mais il semble que le meilleur expédient seroit de se servir des couleurs, qu'on découvre sur une lame inégalement mince, puisque dans la répétition des mêmes couleurs on est assuré, lesquelles se suivent immédiatement, ou qui diffèrent entr'elles d'une seule octave. Car si l'on pouvoit exactement déterminer la réfraction de chacune de ces couleurs, en les comparant tant ensemble qu'avec les rayons solaires; il ne seroit pas difficile de marquer les ordres, auxquels chacune appartiendroit, & d'en conclure la véritable valeur de l'exposant  $\lambda$ . Peut être même trouvera-t-on des couleurs encore plus hautes que les solaires, ou qui souffrirent une moindre réfraction, ce qui ne semble pas pourtant probable. Cependant quoiqu'il en soit, ces réflexions ouvriront une nouvelle carrière pour faire des expériences importantes sur la lumière.

