



1754

Maximes pour arranger le plus avantageusement les machines destinées à élever de l'eau par le moyen des pompes

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Maximes pour arranger le plus avantageusement les machines destinées à élever de l'eau par le moyen des pompes" (1754). *Euler Archive - All Works*. 208.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/208>



M A X I M E S
POUR ARRANGER LE PLUS AVANTAGEUSEMENT
LES MACHINES DESTINÉES À ELEVER DE L'EAU
PAR LE MOYEN DES POMPES.
PAR M. EULER.

§. I.

Dès qu'on a formé le dessein d'élever de l'eau à une certaine hauteur par le moyen des pompes, la première chose, à laquelle il faut avoir égard, sera la nature des forces, dont on veut se servir pour mettre la machine en mouvement. Si l'on a la commodité d'une rivière assez rapide, ce sera sans doute la meilleure occasion qu'on puisse souhaiter, pour en tirer une force perpétuelle qui maintienne sans aucune dépense la machine en action : on tirera le même avantage de petits ruisseaux, s'il s'en trouve, pourvu qu'ils aient assez de chute pour faire tourner une rouë ; car dans ce cas ce qui manque par rapport à la quantité d'eau, sera récompensé par le plus grand degré de vitesse, dont l'eau frappe les aubes de la rouë. Au défaut d'un courant d'eau, pour mettre la machine en mouvement, on peut se servir de la force du vent ; mais cette force est trop variable, pour procurer une action perpétuelle dans la machine. Il ne sera pas donc à propos de recourir à cette force du vent, que lorsqu'elle est capable de fournir dans le réservoir en peu de tems autant d'eau, qui puisse suffire à entretenir la dépense pour un assez long tems, jusqu'à ce que le vent fournisse de nouveau. Si l'on ne craint pas les dépenses pour l'entretien des forces mouvantes, on y peut employer des hommes, ou des



chevaux, dont ces derniers sont capables à suppléer à une force assez considérable d'un courant d'eau, vû qu'un seul cheval peut produire le même effet qu'une douzaine d'hommes, qui travaillent de toutes leurs forces. Ce n'est pas qu'un cheval exerce actuellement une force 12 fois plus grande qu'un homme, mais puisqu'il est capable d'opérer avec une plus grande vitesse, d'où dépend principalement la quantité de l'effet. On pratique aussi des machines, qui sont mises en mouvement par l'action du feu, mais celles-cy étant d'une disposition toute particulière, demandent aussi une discussion à part, & ne peuvent être mises au rang de celles dont je viens de parler, & desquelles je me propose d'enseigner la plus avantageuse construction.

§. II. Ayant fait le choix de la force, dont on veut se servir pour mettre les pompes en action, soit qu'on y veuille employer des hommes ou des chevaux, ou d'un courant d'eau, ou le vent, il faut avant toutes choses fixer la vitesse, avec laquelle cette force doit agir. Car, comme j'ai fait voir dans mes Pièces précédentes sur cette matière, il y a toujours un certain degré de vitesse, avec laquelle, si la force agit, elle produit le plus grand effet, de sorte que si la même force agissoit ou avec une plus grande vitesse, ou avec une plus petite, l'effet seroit toujours moindre, & la quantité d'eau élevée au lieu destiné seroit plus petite. Il est donc de la dernière importance de connoître bien ce degré de vitesse, qui convient le mieux à la nature de la force, dont on veut se servir, pour en tirer le plus grand profit : & pour cet effet on comprend aisément, que toute la machine doit être disposée ainsi, que la force y étant appliquée, puisse agir avec ce degré de vitesse, ce qui sera le sujet des règles suivantes, qui regarderont plus particulièrement la construction des pompes, & de toutes les parties de la machine; après que j'aurai indiqué le plus avantageux degré de vitesse, qui convient à chaque espèce de force, qu'on veut employer pour mettre la machine en mouvement.



M A X I M E L

§. III. *Si l'on veut employer des hommes pour mettre la machine en mouvement, il faut que la vitesse de chacun soit de 2 pieds par seconde.*

Si donc les hommes appliquent leurs forces à faire tourner une rouë, on connoîtra d'abord le tems, que cette rouë doit mettre à achever ses tours. Car, posant le rayon de la rouë = r pieds, à l'extrémité duquel la force des hommes est appliquée, & que $1 : \pi$ soit le rapport du diametre à la circonférence d'un cercle, le chemin des hommes pendant un tour de la rouë sera $2\pi r$ pieds, qui par conséquent doit être parcouru en πr secondes. Or la valeur de π étant = $3,14159$ la table cy-jointe montrera pour chaque longueur du rayon de la rouë, à l'extrémité duquel la force des hommes est appliquée, le tems d'une révolution de cette rouë,

Rayon de la rouë en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.	Rayon de la rouë en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.
1	3	11	$34\frac{1}{2}$
2	$6\frac{1}{4}$	12	$37\frac{3}{4}$
3	$9\frac{1}{2}$	13	$40\frac{3}{4}$
4	$12\frac{1}{2}$	14	44
5	$15\frac{3}{4}$	15	47
6	$18\frac{3}{4}$	16	$50\frac{1}{4}$
7	22	17	$53\frac{1}{2}$
8	25	18	$56\frac{1}{2}$
9	$28\frac{1}{4}$	19	$59\frac{3}{4}$
10	$31\frac{1}{2}$	20	$62\frac{3}{4}$



M A X I M E II.

§. IV. Si l'on veut employer des chevaux pour mettre la machine en mouvement, leur action sera la plus grande, quand on fera parcourir à chacun un chemin de 4 pieds par secondes.

Donc la vitesse la plus avantageuse d'un cheval étant le double de celle d'un homme, si l'on attèle les chevaux aux rayons d'une rouë, ils la feront tourner dans la moitié du tems : de sorte que posant le rayon de la rouë = r pieds, à l'extrémité duquel la force des chevaux est appliquée, le tems d'une révolution de cette rouë doit être de $\frac{1}{2} \pi r$ secondes, d'où l'on pourra construire une pareille table, qui montre le tems d'une révolution de la rouë, pour chaque nombre de pieds, que contient le rayon.

Rayon de la rouë en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.	Rayon de la rouë en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.
10	$15\frac{3}{4}$	30	47
12	$18\frac{3}{4}$	32	$50\frac{1}{4}$
14	22	34	$53\frac{1}{2}$
16	25	36	$56\frac{1}{2}$
18	$28\frac{1}{4}$	38	$59\frac{3}{4}$
20	$31\frac{1}{2}$	40	$62\frac{3}{4}$
22	$34\frac{1}{2}$	42	66
24	$37\frac{3}{4}$	44	69
26	$40\frac{3}{4}$	46	$72\frac{1}{4}$
28	44	48	$75\frac{1}{2}$
30	47	50	$78\frac{1}{2}$

§. V. Comme la force des hommes & des chevaux est trop variable, & partant non susceptible d'une mesure exacte, on ne peut pas



pas soutenir que les déterminations, que je viens d'établir, soient vraies à la rigueur. Elles sont déduites du travail, que des hommes & des chevaux, lorsqu'ils se trouvent dans un bon état, peuvent soutenir quelque tems sans se trop fatiguer, & par là on comprend aisément que les circonstances peuvent tellement varier, que les déterminations données en devroient souffrir des changemens fort considérables. Aussi ne les ai-je rapportées que comme approchantes de la vérité, & pour avoir quelque fondement, qui puisse servir à y établir les déterminations suivantes. Il n'en est pas de même de la force de l'eau & du vent, qui ne renfermant rien de volontaire, est susceptible de déterminations plus précises, desquelles il ne fera jamais à propos de s'écarter considérablement.

M A X I M E III.

§. VI. *Si l'on veut se servir d'un courant d'eau pour mettre par son impulsion la machine en mouvement, il faut que la vitesse des parties, qui en sont immédiatement frappées, soit le tiers de la vitesse absolue de l'eau.*

On se sert ordinairement des rouës à aubes, qui reçoivent l'impulsion de l'eau, & comme ces aubes ont une étendue considérable, dont chaque point à raison de son éloignement de l'axe de la rouë reçoit une vitesse particulière, on considère sur les aubes un milieu, auquel comme dans un centre se réunit toute la force de l'impulsion. Ce sera donc ce centre des aubes, dont la vitesse doit être le tiers de celle du courant d'eau, qui vient frapper contre les aubes. Ainsi sachant la vitesse de l'eau, & la distance du centre des aubes à l'axe de la rouë, on en déterminera le tems, que la rouë doit mettre à achever ses révolutions. Car, posant la vitesse du courant d'eau de e pieds par seconde, & le rayon de la rouë, ou plutôt la distance du centre des aubes à l'axe de la rouë $= r$ pieds, la circonférence du cercle sera $= 2\pi r$ pieds; & comme chaque point de cette circonférence doit parcourir



rir $\frac{1}{2}e$ pieds par seconde, la circonférence entière fera décrite en $\frac{6\pi r}{e}$ secondes, & ce sera le tems d'une révolution de la rouë. Par conséquent à cause de $\pi = 3,14159$ chaque révolution de la rouë se doit achever en $\frac{18, 8\frac{1}{2}r}{e}$ secondes : ce tems fera donc toujours, comme le rayon de la rouë divisé par la vitesse du courant.

§, VII. Lorsqu'on se sert d'un moulin à vent pour mettre la machine en mouvement, il y a aussi un certain degré de vitesse dont les ailes doivent tourner, afin que l'effet devienne le plus grand qu'il est possible ; mais ce degré de vitesse dépend non seulement de celle du vent & de la longueur des ailes, mais encore outre cela de l'angle, que la surface des ailes forme avec la direction du vent, ou avec l'axe autour duquel les ailes tournent, puisqu'il faut toujours, que l'axe soit exactement dirigé vers le vent. On met ordinairement cet angle de $54^{\circ}, 45'$, & c'est en effet celui, où l'impulsion du vent devient la plus forte, tandis que les ailes sont en repos. Mais, dès qu'elles se trouvent elles mêmes en mouvement, & qu'elles échappent en quelque maniere à l'impulsion du vent, la chose n'est plus la même, & on trouve qu'un plus grand angle produit un meilleur effet ; il y a même en France des machines à vent, où cet angle est augmenté jusqu'à 72 degrés. Cependant il n'est pas possible de définir en général la plus avantageuse quantité de cet angle, mais il faut avoir égard à l'opération toute entière de la machine pour déterminer cet angle avec plus de précision. Je remarque seulement, que pour la plupart, cet angle se trouve bien au delà de 60° , & qu'il peut monter même presque jusqu'à 80° ce qu'il faut entendre des extrémités des ailes ; car il est toujours bon que près de l'axe même cette inclinaison ne surpasse pas sensiblement $54^{\circ}, 45'$, de sorte qu'il seroit avantageux de changer cet angle par la longueur des ailes, & de l'augmenter de plus en plus vers leurs extrémités. Mais avant que cette variabilité soit bien établie, je supposerai cet angle



le même par toute la longueur des ailes, que je marquerai par la lettre Φ , dont la valeur sera connue dans toutes les machines actuellement exécutées.

M A X I M E IV.

§. VIII. *Pour qu'un moulin à vent produise le plus grand effet, il faut régler son mouvement en sorte, que la vitesse de l'extrémité de ses ailes soit à la vitesse absolue du vent, à peu près comme la moitié de la tangente de l'angle, sous lequel le vent frappe les ailes, au sinus total.*

Posant la vitesse du vent $= e$, en sorte que e marque l'espace que le vent parcourt en une seconde, j'ai trouvé dans mes recherches précédentes, que la vitesse des ailes à leur extrémité doit être $= \frac{8 - \sqrt{10}}{9} e \operatorname{tang} \Phi = 0,537525 e \operatorname{tang} \Phi$, ce qui ne diffère pas sensiblement de $\frac{1}{2} e \operatorname{tang} \Phi$. Pour en déterminer le tems d'une révolution entière des ailes, il faut considérer leur longueur que j'ai nommée $= f$; & la circonférence décrite de ce rayon sera $= 2\pi f$, ce qui est le chemin, que les extrémités des ailes doivent parcourir dans une révolution avec leur vitesse de $0,537525 e \operatorname{tang} \Phi$ par seconde. Donc le tems d'une révolution des ailes du moulin à vent sera $= \frac{\pi f}{0,268762 e \operatorname{tang} \Phi}$ secondes, ou bien de $\frac{11,6892f}{e \operatorname{tang} \Phi}$ secondes, d'où l'on voit que plus l'angle Φ , sous lequel le vent frappe les ailes, sera grand, plus aussi vite doit être le mouvement des ailes. Il en est de même, plus la vitesse du vent e sera grande, & partant si le vent devient ou plus fort ou plus foible, il faut que le mouvement des ailes augmente ou diminuë dans la même raison. De là il s'enfuit, que si l'on met l'angle Φ de $54^\circ, 45'$, le tems d'une révolution des ailes sera $= \frac{8,261f}{e}$ secondes. Or si cet angle étoit de 72° , le tems d'une



révolution des ailes devrait être $= \frac{3,798 f}{e}$ secondes ; ou le mouvement du moulin devrait être plus de deux fois autant rapide que dans le cas précédent. Cependant il ne s'ensuit pas de là, que l'effet fera le double, car pour que la machine puisse marcher si vite, il en faut diminuer les obstacles, que la force a à surmonter ; ce qui fera mieux éclairci dans la suite.

§. IX. Ayant réglé le plus avantageusement la vitesse, dont la force qu'on aura choisie, doit agir, il en faut en second lieu considérer la quantité, pour estimer la quantité d'eau, qui en pourra être élevée jusqu'au réservoir dans un tems donné. Par là on fera d'abord en état de connoître, si cette quantité d'eau élevée fera suffisante pour fournir à la dépense, qu'on se fera proposée, ou on en pourra modérer la dépense même. Si l'on se sert d'hommes ou de chevaux, ce sera leur nombre, qui détermine la quantité de la force, puisque la force de chacun est regardée comme connue, & est déjà introduite dans les formules suivantes. Pour ce qui regarde la force de l'eau, elle dépend premièrement de la vitesse, dont elle vient frapper sur les aubes, supposé que la rouë soit encore en repos, puisqu'il s'agit ici de la vitesse absoluë de l'eau ; en second lieu, cette force dépend de la surface des aubes, qui en reçoit les impulsions : or la surface est déterminée par leur largeur & leur hauteur, en cas que l'aube tout entière soit frappée par l'eau. Mais quand ce n'est qu'un trait d'eau, qui choque contre les aubes, sans en remplir toute la surface, on ne doit prendre que la largeur de ce trait au lieu de celle des aubes. Cependant dans ce cas, puisque l'eau est réfléchie, & qu'elle découle sur les aubes vers les côtés, elle y exerce encore une force particulière, dont l'effet de l'impulsion sera augmenté, & l'expérience jointe à la théorie a fait voir, que dans ces cas la force est presque double, de sorte qu'il faut prendre le double de la section du fil d'eau pour ce qui répond dans ce cas à la surface des aubes, pourvû qu'elles soient assés larges, pour recevoir ce
sup-



supplément de force. Car si les aubes n'étoient pas plus larges, que le fil ou trait d'eau, on ne devoit prendre que la simple section, tout comme dans le premier cas, où l'aube tout entière est frappée par l'eau. La force du vent sur les ailes d'un moulin se détermine premièrement par leur nombre, qui est ordinairement de quatre, & de la longueur & largeur de chaque aile : mais ensuite aussi de la vitesse du vent. De plus il entre aussi dans cette détermination l'angle, dont la surface des ailes est inclinée par rapport à l'axe, qui est celui sous lequel le vent y frappe : mais je suppose ici, qu'en chaque cas cet angle est déjà déterminé.

§. X. Comment cette quantité de la force mouvante doit entrer dans le calcul, cela deviendra plus clair par ce que je dirai de la plus grande quantité d'eau, que la force sera capable d'élever à une hauteur donnée. J'entends par cette plus grande quantité d'eau, celle qui seroit élevée effectivement, si la machine étoit dans son dernier degré de perfection, & qu'elle fût délivrée entièrement du frottement & de tous les autres obstacles, qui en diminuent l'effet. Ce n'est donc pas, qu'on puisse jamais espérer d'élever actuellement cette quantité d'eau, que je nomme la plus grande, par une force proposée, mais cette détermination servira à nous faire connoître l'effet du plus haut degré de perfection, & on fera en état de juger par le déchet, qui se trouvera actuellement dans une machine, combien elle est encore éloignée du plus haut degré de perfection : on comprendra aussi, que plus la quantité d'eau élevée à une hauteur donnée par une machine proposée, approchera de la plus grande quantité possible, moins aussi cette machine sera éloignée du plus haut degré de perfection dont elle est susceptible. Je déterminerai donc cette plus grande quantité d'eau pour chaque espèce de forces, dont on voudra se servir à mettre en mouvement la machine, & ensuite je détaillerai les règles, à l'aide desquelles on pourra approcher autant qu'il sera possible, de la plus grande quantité d'eau ; c'est à dire ces règles aboutiront à porter la



machine au plus haut degré de perfection, dont elle est susceptible. Il faut donc regarder la plus grande quantité, que j'assignerai pour chaque force, comme l'asymptote d'une courbe, qu'on ne sauroit jamais atteindre, & encore moins surpasser, mais de laquelle on tâchera d'approcher autant qu'il sera possible. J'exprimerai cette quantité d'eau par le nombre des pieds cubiques, qui seront élevés pendant une heure, & pour cet effet je marquerai toutes les autres mesures en pieds: car on ne pourra donner une mesure plus claire de cette quantité, laquelle semble eussé de beaucoup préférable à celle des pouces, dont les Auteurs hydrauliques se servent ordinairement: cependant il est aisé de réduire l'une à l'autre, en remarquant qu'un pouce d'eau fournit 24 pieds cubiques par heure.

M A X I M E V.

§. II. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qu'un certain nombre d'hommes sera capable d'élever dans une heure à une hauteur donnée, on n'a qu'à multiplier le nombre des hommes par 2700, & à diviser le produit par la hauteur exprimée en pieds: le quotient donnera la quantité d'eau cherchée en pieds cubiques.*

Si nous posons le nombre des hommes, qu'on veut appliquer à la machine $= m$, la hauteur du réservoir au dessus de l'eau, où l'on puise $= g$ pieds, la quantité d'eau qui y sera fournie par heure sera $= \frac{2700m}{g}$ pieds cubiques; supposé que la machine se trouve dans sa plus grande perfection, qu'on ne sauroit jamais atteindre dans la pratique. Ainsi la quantité d'eau qui sera actuellement poussée à la hauteur g par m hommes, sera toujours moindre que $\frac{2700m}{g}$ pieds cubiques par heure: & la machine sera d'autant plus parfaite, plus on approchera de cette quantité. Donc, faisant abstraction de tous les obstacles, dont il est impossible de dégager les machines, il semble qu'un



qu'un seul homme feroit capable d'élever 2700 pieds cubiques d'eau à la hauteur d'un pied pendant une heure, ce qui paroitra contraire à l'expérience, & cela avec raison. Mais il faut se souvenir que dans le calcul, d'où cette détermination découle, j'ai supposé expressément, que la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, est incomparablement plus grande que la hauteur des pompes ou que la levée des pistons. D'où il s'ensuit, que cette règle que je viens de donner ne peut avoir lieu, que lorsque la hauteur g est fort grande par rapport au jeu des pistons: donc, si la hauteur d'un pied n'a pas cette propriété, on ne doit pas être surpris, que la conclusion est étrange. Cependant si l'on construisoit les pompes en sorte, que le jeu de leurs pistons seroit extrêmement petit, comme d'un pouce ou d'un demi, il n'y a aucun doute, que l'expérience ne fut assez bien d'accord avec la Théorie; surtout si l'on considère, que la quantité d'eau indiquée est la plus grande possible, & que le déchet causé par les imperfections de la machine est d'autant plus considérable, plus la hauteur du réservoir sera petite; puisque le frottement est presque le même, tant pour les grandes hauteurs que pour les petites.

M A X I M E VI.

§. XII. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau qu'un certain nombre de chevaux est capable d'élever à une hauteur donnée par heure, on n'a qu'à multiplier le nombre des chevaux par 36000, & à diviser le produit par la hauteur donnée en pieds: le quotient exprimera la quantité cherchée d'eau en pieds cubiques.*

Donc si m marque le nombre des chevaux, qu'on veut mettre en œuvre, & g la hauteur du réservoir au dessus du niveau d'eau d'où les pompes puisent, de sorte que g soit exprimée en pieds, la plus grande quantité d'eau élevée par heure fera de $\frac{36000m}{g}$ pieds cubi-

ques: ou divisant ce nombre par 24 on saura que cette quantité d'eau



élevée contient $\frac{1500m}{g}$ pouces d'eau, selon les mesures reçues parmi les

Ecrivains hydrauliques. Si nous comparons cette quantité d'eau avec celle qu'un pareil nombre d'hommes est capable d'élever par heure à la même hauteur, nous trouverons le rapport comme 40 à 3, de sorte que 3 chevaux sont capables de produire le même effet que 40 hommes, ou un cheval vaut plus que 13 hommes. Car on compte ordinairement que, sans avoir égard à la vitesse, la force d'un cheval vaut celle de 7 hommes; & puisqu'un cheval peut agir avec une double vitesse le moment de son action en devient à peu près 14 fois plus grand. On jugera par là aisément combien d'hommes ou de chevaux doivent être employés pour élever une quantité d'eau proposée à une hauteur donnée par heure: comme si l'on vouloit élever à une hauteur de 100 pieds, mille pieds cubiques d'eau par heure, en employant des hommes, il faudra égaler $\frac{2700m}{100}$ à 1000, d'où l'on tire le nombre

d'hommes requis pour cela $m = \frac{1000}{27} = 37$ à la force desquels sera

à peu près équivalente celle de 3 chevaux. Cette force seroit suffisante, si la machine, dont on se sert, étoit dans son plus haut degré de perfection; mais comme il est impossible d'arriver jamais à ce point, on voit bien qu'il faut augmenter la force trouvée pour élever en effet autant d'eau qu'on souhaite; & cette augmentation doit être d'autant plus grande, plus la machine, qu'on construira, sera encore éloignée du dernier degré de perfection.

M A X I M E VII.

§. XIII. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qu'une rouë frappée par un courant d'eau est capable d'élever à une hauteur donnée par heure: il faut multiplier la surface d'une de ses aubes par le cube de la vitesse absolüe de l'eau, & outre cela par le nombre $8\frac{1}{2}$: le produit*



duit étant divisé par la hauteur du réservoir donnera la quantité d'eau élevée par heure exprimée en pieds cubiques ; supposé que la vitesse de l'eau soit exprimée par le nombre de pieds qu'elle parcourt par seconde, & que tant la hauteur du réservoir, que la surface de l'aube, soit aussi donnée en pieds.

Posant la largeur de la rouë ou celle des aubes = f pieds, & la hauteur de chaque aube = h pieds, la surface d'une aube fera de fh pieds quarrés : soit outre cela e l'espace, que le courant d'eau parcourt par seconde avec sa vitesse absoluë dont elle rencontre la rouë ; & que la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée soit de g pieds. Cela posé, la plus grande quantité d'eau, qui pourra être élevée par heure sera de $\frac{128}{15} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$ pieds cubiques, où le coefficient $\frac{128}{15}$ est à peu près $8 \frac{1}{2}$.

Je suppose ici, comme il arrive ordinairement, que ce n'est qu'une seule aube qui reçoit à la fois l'impulsion complete de l'eau, ou perpendiculairement : or si l'eau frappe à la fois sur plusieurs aubes, il faut réduire la force de l'impulsion à celle qu'elle exerçoit en frappant perpendiculairement une seule aube, & en chercher la surface convenable, pour la mettre à la place de fh . Or si la rouë est poussée par le courant d'une riviere cette réduction n'a guères lieu, puisque ce n'est alors qu'une seule aube qui en reçoit à la fois l'impulsion complete de l'eau. Mais si la rouë n'est mise en mouvement que par un trait d'eau, qui tombe ou choque contre ses aubes, alors, comme j'ai déjà remarqué, il faut prendre pour fh , non tant la largeur des aubes, que celle du trait d'eau qui les frappe sans les remplir ; & dans ce cas si les aubes sont assés larges, on pourra prendre pour fh le double de la section du trait d'eau à cause de l'augmentation de la force, comme j'ai montré cy-dessus.

§. XIV. Il est ici fort important de remarquer que la quantité d'eau élevée est comme le cube de la vitesse de l'eau, de sorte que si la vitesse du courant devenoit deux fois plus grande, on seroit capa-



ble d'élever une octuple quantité d'eau, & une vitesse triple en fourniroit une quantité 27 fois plus grande. D'où l'on voit qu'il est toujours de la dernière importance de procurer à l'eau la plus grande vitesse qu'il est possible, dans l'endroit où elle frappe les aubes. Or il y a deux moyens d'arriver à ce but : le premier est de rétrécir autant qu'il est possible, le lit de la rivière à l'endroit où l'on veut pratiquer la rouë, afin que la quantité d'eau qui doit passer par là, soit obligée de passer avec d'autant plus de vitesse. Le second moyen est de conduire depuis une longue distance l'eau par un canal horizontal jusqu'à la rouë, pour lui donner subitement toute la chute, qu'elle auroit acquise par tout cet intervalle. De là on comprend qu'il sera toujours avantageux de conduire l'eau en forte, qu'elle frappe les plus basses aubes de la rouë, puisque plus la profondeur, à laquelle on peut conduire l'eau est grande, plus aussi elle acquerra de vitesse. Or, quoiqu'on n'ait pas de l'eau en abondance, & que la largeur du trait, qui choque contre les aubes, devienne plus mince, plus il acquiert de vitesse, de sorte que la section que donne alors la valeur de fh , diminuë en raison de la vitesse, la quantité d'eau qui en sera élevée, croitra pourtant encore en raison quarrée de la vitesse, de sorte que le profit sera néanmoins très considérable. Lorsque la chute de l'eau est assés grande, on la fait tomber sur les aubes, qui se trouvent au milieu de la rouë, & qui sont creuses, pour que l'eau y puisse séjourner, & contribuer par son propre poids au mouvement de la rouë. Mais, quoique par ce moyen la force acquerre quelque augmentation, il sera souvent douteux, si l'augmentation ne seroit pas plus grande, si l'on conduisoit l'eau jusqu'au fonds de la rouë, pour y faire frapper les aubes avec plus de vitesse, sans que son poids contribuë quelque chose à faire tourner la rouë. Cela sera du moins toujours plus avantageux, si la rouë est fort haute, vû qu'on pourroit procurer alors à l'eau une beaucoup plus grande vitesse, en la conduisant jusqu'aux aubes les plus basses.



§. XV. Puisque fh marque la surface des aubes, & e la vitesse de l'eau, ou l'espace qu'elle parcourt par seconde, le volume efh , exprimera la quantité d'eau qui frappe la rouë pendant une seconde, & partant $3600efh$ marque la quantité d'eau, qui découle sous la rouë pendant une heure, & laquelle est uniquement employée à faire tourner la rouë : Donc la quantité d'eau qui fait tourner la rouë, est à la quantité d'eau, qui peut être élevée par cette action à la hauteur g comme $3600efh$ à $\frac{128}{15} \cdot \frac{e^3fh}{g}$, c'est à dire comme 1 à $\frac{8}{3375} \cdot \frac{ee}{g}$. Soit k la hauteur, de laquelle l'eau en tombant pourroit acquérir sa vitesse e , de sorte que k marque la chute de l'eau, & il sera $ee = 62 \frac{1}{2} k$. Donc la quantité d'eau qui fait tourner la rouë avec la vitesse e due à la hauteur k , fera à la quantité d'eau qui sera élevée par ce moyen à la hauteur g , comme 1 à $\frac{4k}{27g}$. Et partant si l'eau, qui fait tourner la rouë, tombe de la même hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée par les pompes, la quantité d'eau qui fera tourner la rouë fera à la quantité d'eau refoulée à la même hauteur comme 1 à $\frac{4}{27}$, ou l'eau qui tombe de cette hauteur étant toute employée à faire jouer la machine, ne sera capable d'élever à la même hauteur qu'environ la septième partie, & cela même quand la machine se trouveroit dans son dernier degré de perfection. D'où l'on peut juger combien les forces de la Nature perdent étant appliquées aux machines pour produire quelque effet. Car toute la quantité d'eau que nous supposons tomber de la hauteur g , auroit en elle-même assez de force pour remonter à la même hauteur, au lieu que si l'on employe cette force à faire agir des pompes, elle n'est capable de pousser à la même hauteur qu'environ la septième partie. D'où l'on a lieu de soupçonner avec raison, qu'on pourroit tirer un beaucoup plus grand profit de la force d'un courant, qu'on ne fait ordinairement, en la faisant agir sur une rouë.



M A X I M E VIII.

§. XVI. Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qui sauroit être élevée à une hauteur donnée par un moulin à vent, il faut multiplier la surface d'une de ses ailes tant par le cube de la vitesse absolüe du vent, que par le cube du sinus de l'angle sous lequel le vent frappe les ailes ; la trentième partie de ce produit étant divisée par la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, en marquera la quantité qui sera élevée par heure. La vitesse du vent étant exprimée par le nombre de pieds, que le vent parcourt par seconde ; & le sinus total étant supposé = 1.

Soit f la longueur de chacune des ailes prise depuis l'axe jusqu'à leur extrémité, & h la largeur des ailes. De plus soit Φ l'angle dont la surface des ailes est inclinée à l'axe, lequel est celui, sous lequel le vent frappe les ailes ; & que e marque l'espace, que le vent parcourt par seconde ; or je suppose que ces quantités f , h , e , soient exprimées en pieds de même que la hauteur g , à laquelle l'eau doit être élevée. Cela posé, j'ai trouvé que la plus grande quantité d'eau, qui puisse être

élevée à cette hauteur, sera par heure = $\frac{4(68 + 5\sqrt{10})}{81 \cdot 125} \cdot \frac{e^3 f h \sin \Phi^3}{g}$

pieds cubiques, ce qui se réduit à $\frac{10}{302} \cdot \frac{e^3 f h \sin \Phi^3}{g}$ où à

$\frac{1}{30} \cdot \frac{e^3 f h \sin \Phi^3}{g}$ à peu près, d'où l'on voit comme auparavant, qu'un

vent deux fois plus rapide produit un effet 8 fois plus grand. On devroit croire de cette formule, qu'on gagneroit la plus grande quantité d'eau, si l'on faisoit l'angle Φ droit : mais il faut remarquer, que plus l'angle Φ approche de 90° , plus devient-il difficile d'approcher la machine de son plus haut degré de perfection, & que si l'on faisoit cet angle droit, la machine demeureroit toujours infiniment éloignée de sa perfection, c'est à dire, on ne seroit pas même en état d'élever une seule goutte d'eau par son moyen : ce qui est assez clair de soi-même, puisque le vent ne seroit pas alors capable d'imprimer au moulin le moindre mouvement.

§. XVII.



§. XVII. Pour qu'on puisse plus aisément appliquer la formule trouvée en tout cas, où l'angle Φ , sous lequel les ailes se présentent à la direction du vent, est donné, j'ajouterai une table, qui marquera pour chaque valeur de cet angle la plus grande quantité d'eau, qui pourra être élevée à la hauteur donnée.

Si l'angle du vent sur la surface des ailes est	La plus grande quantité d'eau que le moulin est capable de fournir par heure sera en pieds cubiques.	Si l'angle du vent sur la surface des ailes est	La plus grande quantité d'eau que le moulin est capable de fournir par heure sera en pieds cubiques.
54, 45'	$\frac{10}{555} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	72, 0	$\frac{10}{351} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
56, 0'	$\frac{10}{530} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	74, 0	$\frac{10}{340} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
58, 0	$\frac{10}{495} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	76, 0	$\frac{10}{331} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
60, 0	$\frac{10}{465} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	78, 0	$\frac{10}{323} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
62, 0	$\frac{10}{439} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	80, 0	$\frac{10}{316} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
64, 0	$\frac{10}{416} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	82, 0	$\frac{10}{311} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
66, 0	$\frac{10}{397} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	84, 0	$\frac{10}{307} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
68, 0	$\frac{10}{379} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	86, 0	$\frac{10}{304} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
70, 0	$\frac{10}{364} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$	88, 0	$\frac{10}{302} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$
	72, 0	90, 0	$\frac{10}{302} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$



D'où l'on voit que c'est toujours un profit très considérable, si l'on fait cet angle de 70 ou 72 degrés au lieu de 54°, 45', & que l'avantage ne seroit que fort médiocre, si l'on vouloit augmenter cet angle au delà de 72 ; outre les autres inconveniens, qu'il ne seroit plus possible de surmonter.

§. XVIII. De là on voit, que de quelque force qu'on se serve pour élever de l'eau, la quantité d'eau qui en peut être élevée à une certaine hauteur, est toujours réciproquement proportionnelle à cette hauteur, pourvu que cette hauteur ne soit pas trop petite, comme j'ai déjà remarqué. Donc, si une force donnée est capable d'élever une certaine quantité d'eau à une hauteur donnée, la même force ne fournira que la moitié à une hauteur double, & seulement le tiers à une hauteur qui est trois fois plus grande. Ainsi, si l'on fait la quantité d'eau qu'une force est capable d'élever dans un tems donné à une certaine hauteur, on en connoitra d'abord la quantité d'eau, que la même force pourra élever dans le même tems à une hauteur quelconque. Cela doit s'entendre lorsque la force agit avec le plus grand avantage, ou avec le degré de vitesse, que j'ai assigné cy-dessus, & que la machine qui fait agir les pompes se trouve dans son dernier degré de perfection. Dans cette vuë il n'importe si les tuyaux, par lesquels l'eau est poussée en haut, montent perpendiculairement, ou selon une obliquité quelconque, ou qu'ils soient courbés: or il est évident, que lorsqu'ils montent perpendiculairement, leur longueur étant alors égale à la hauteur même du réservoir, fera la plus petite qu'il soit possible, & que leur longueur doit surpasser d'autant plus la hauteur du réservoir, plus ils montent obliquement, ou qu'ils forment de courbure dans leur conduite. Ces dernières circonstances, quoique d'ailleurs fort nuisibles dans la construction de la machine, ne contribuent rien à diminuer la plus grande quantité d'eau, qui peut être élevée: car si la machine étoit entièrement délivrée de tous les autres empêchemens, dont je parlerai dans la suite, elle fourniroit toujours la même quantité
d'eau



d'eau, soit que les tuyaux montans fussent perpendiculaires, ou qu'ils montassent selon une obliquité ou courbure quelconque. Mais l'inconvénient causé par cette obliquité consiste en ce qu'il est alors beaucoup plus difficile d'approcher la machine de l'état de perfection, & que quelques soins qu'on se donne pour la rendre parfaite, elle en demeurera d'autant plus éloignée, plus les tuyaux montans seront obliques ou courbés ; ou plus le chemin fera long, par lequel l'eau doit être poussée, avant qu'elle se dégorge dans le réservoir.

§. XIX. Par rapport aux tuyaux montans il est fort essentiel de savoir combien ils sont pressés par l'eau, qui est poussée par eux. Si l'eau étoit en repos, il est clair que la pression dans les tuyaux seroit exprimée par la hauteur de l'eau, qui se trouveroit actuellement au dessus dans le réservoir, tout comme on est accoutumé d'estimer la pression de l'eau dans l'Hydrostatique. Or, si l'eau est en mouvement, la pression ne suit plus cette loi, & il peut arriver qu'elle devienne plus grande ou plus petite ; c'est à dire elle peut être égale à une colonne d'eau ou plus haute ou plus basse : car quelle que soit la pression dans l'état de mouvement, on la peut toujours réduire à l'état de repos, & assigner la hauteur d'une colonne d'eau, par laquelle les tuyaux se trouveroient également pressés. C'est donc ainsi par la hauteur d'une colonne d'eau, qu'on exprime la pression de l'eau dans les tuyaux, soit que l'eau soit en repos ou en mouvement, & de cette manière on désigne la pression dans chaque endroit des tuyaux montans ; & par là on est en état de régler l'épaisseur des tuyaux, pour qu'il soyent assés forts à soutenir la pression, à laquelle ils sont actuellement assujettis. C'est ordinairement au plus bas endroit, où les tuyaux souffrent la plus grande pression ; & quand on trouve, par exemple, que cette pression vaut la hauteur de 100 pieds, on comprend que les tuyaux doivent être assés forts pour soutenir le poids d'une colonne d'eau de 100 pieds de hauteur ; & par là on jugera de quelle épaisseur on doit faire les tuyaux, pour qu'ils puissent résister à cette pression sans qu'ils crévent. Il est aussi évident, que la pression, quelque grande



qu'elle soit en bas des tuyaux montans, deviendra dans les endroits plus élevés, successivement plus petite, jusqu'à ce qu'elle évanouît entièrement au sommet des tuyaux, où l'eau se dégorge dans le réservoir, de sorte qu'à l'extrémité supérieure les tuyaux n'ont plus à soutenir aucune force. Et partant, puisque la force des tuyaux dépend de leur épaisseur, il faut qu'ils soient le plus épais en bas, & la plus petite épaisseur sera suffisante pour le bout supérieur, supposé que la largeur des tuyaux montans ne soit pas trop variable, puisqu'on fait, qu'une plus grande largeur demande une plus grande épaisseur, quoique la pression soit la même.

§. XX. L'état de perfection de la machine, que j'ai eu en vue jusqu'ici, pour connoître la plus grande quantité d'eau, qu'elle est capable d'élever, est encore doué de cette propriété, que les tuyaux montans soutiennent la même pression, que si l'eau étoit en repos : c'est à dire, la pression en chaque endroit des tuyaux est exprimée par la hauteur, dont le sommet des tuyaux où l'eau est dégorgée se trouve élevée au dessus de cet endroit, tout comme si l'eau étoit en repos. Ainsi la plus grande pression se rencontre au plus bas endroit des tuyaux montans, où ils reçoivent l'eau immédiatement des pompes, supposé que ces tuyaux ne s'abaissent point depuis plus bas ; & il est clair que dans les pompes mêmes doit régner ce même degré de pression, auquel les tuyaux montans sont assujettis à leur jointure avec les pompes ; d'où l'on peut juger de quelle force devroient être les corps de pompes, s'il étoit possible de porter la machine au plus haut degré de perfection. Mais il faut remarquer que, lorsque la machine se trouve éloignée de cet état de perfection, ce qui arrive toujours, la pression qui agit en dedans des pompes & des tuyaux montans, est toujours plus grande, que la hauteur de l'eau qui se trouve au dessus. Ainsi la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, étant posée $= g$, cette hauteur exprimeroit la pression de l'eau dans les pompes & au bas des tuyaux montans : mais en effet, quelque machine qu'on construise pour
mettre



mettre les pompes en action, la pression dans ces endroits sera plus grande que cette hauteur g , & plus l'état de la machine s'écartera de l'état de perfection, plus aussi surpassera la véritable pression cette hauteur g . Or connoissant la pression des tuyaux montans en bas, qui est toujours la plus grande, elle devient depuis en montant de plus en plus petite, & évanouit enfin toute à fait à leur sommet; de sorte que la pression en bas fera à la pression dans un autre endroit quelconque à peu près en raison de la hauteur actuelle de l'eau, qui est au dessus. Cette proportion approche d'autant plus de la vérité, moins la machine sera éloignée de l'état de perfection; car, si elle s'en écarte très considérablement, la diminution de la pression en montant devient plus irrégulière, & dépend aussi de la largeur des tuyaux, de même que de leur obliquité.

M A X I M E IX.

§. XXI. *La quantité d'eau qu'une machine agitée par une force donnée élèvera actuellement à une certaine hauteur, est à la plus grande quantité indiquée cy-dessus, comme est cette hauteur à la pression, que les tuyaux montans soutiennent actuellement en bas, ou à la pression de l'eau dans les pompes.*

Posant g la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée, & que λg exprime la pression, que les pompes & les tuyaux montans soutiennent actuellement; ce coefficient λ seroit égal à l'unité si la machine étoit délivrée de toutes imperfections. Mais plus la machine sera éloignée de l'état de perfection, plus ce coefficient λ surpassera l'unité, ou plus la pression de l'eau dans les pompes surpassera la hauteur g , de l'eau qui se trouve actuellement au dessus. Or dans cette même raison que la pression augmente, sera diminuée la quantité d'eau élevée actuellement; de sorte que si M marque la plus grande quantité d'eau, que la machine étant portée à son dernier degré de perfection, seroit capable d'élever à la hauteur g , la quantité d'eau que cette machine fournira ac-



tuellement à la même hauteur fera $= \frac{1}{\lambda}$ M. Donc, plus une machine fera éloignée de l'état de perfection, elle fournira non seulement une moindre quantité d'eau à la hauteur proposée, mais aussi tant les pompes que les tuyaux montans auront à soutenir une plus grande pression, de sorte que la partie de la force, qui n'est pas employée à l'élévation de l'eau, ne fait qu'augmenter la pression, & travaille par conséquent à la destruction de la machine. L'imperfection de ces sortes de machines est donc accompagnée d'un double desavantage ; l'un, qu'une telle machine ne fournit pas tant d'eau, qu'elle feroit capable de fournir si elle étoit plus parfaite : & l'autre qui n'est pas souvent moins considérable, est que les pompes & les tuyaux montans sont assujettis à une plus grande pression, de sorte qu'il peut arriver, que des tuyaux crévent à cause de l'imperfection de la machine, qui auroient eu assez de force pour soutenir la pression, si la machine étoit moins imparfaite. D'où l'on voit, combien il est important de procurer à la machine le plus haut degré de perfection, dont elle est susceptible.

§. XXII. Pour ramener donc une telle machine à son plus haut degré de perfection, on n'a qu'à la disposer en sorte, que la pression, que les pompes & les tuyaux ont à soutenir, devienne la plus petite qu'il est possible, c'est à dire, que la pression des pompes & des tuyaux dans leur plus bas endroit, surpasse aussi peu qu'il est possible la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée ; car par ce même moyen on mettra la machine en état de fournir une d'autant plus grande quantité d'eau. Tout revient donc à construire la machine en sorte, que la valeur de λ devienne la plus petite, ou qu'elle surpasse l'unité d'autant plus qu'il soit possible. Or la valeur de λ dépend des quantités suivantes : Premièrement de la hauteur g , à laquelle l'eau doit être élevée : En second lieu de la longueur des tuyaux montans, qui soit $= l$, laquelle marque le chemin, que l'eau doit parcourir actuellement depuis sa sortie des pom-



pompes jusqu'au réservoir. En troisième lieu, la valeur de λ dépend de la plus grande quantité d'eau, qui seroit élevée par heure dans l'état de perfection, & qui sera trouvée dans chaque cas par les règles précédentes. Soit donc cette plus grande quantité d'eau élevée par heure $\equiv M$ pieds cubiques, laquelle étant introduite dans les formules, que j'ai trouvées dans mes recherches précédentes, nous dispensera de considérer encore séparément chaque espèce des forces, qu'on employe à mettre la machine en mouvement. Quatrièmement, la valeur de λ dépend aussi de la largeur des tuyaux montans, que je supposerai la même par toute la longueur l : soit donc cette largeur ou amplitude des tuyaux montans $\equiv cc$ pieds quarrés, ou cc marquera leur largeur moyenne, s'ils ne sont pas partout de la même amplitude. Cinquièmement, il entre aussi dans la détermination de λ le tems d'une révolution de la rouë principale, à laquelle la force mouvante est immédiatement appliquée: soit donc ce tems d'une révolution de la rouë principale $\equiv \theta$ secondes. Enfin sixièmement il y entre aussi la vitesse, dont chaque pompe agit par rapport au mouvement de la rouë principale: pour cet effet je supposerai que chaque pompe jouë μ fois pendant chaque tour de la rouë principale, c'est donc à dire, pendant le tems de θ secondes, qui a été déterminé pour chaque espèce des forces dans les maximes premières.

§. XXIII. Ces six quantités étant regardées comme connues, la valeur de λ en sera déterminée par la formule suivante :

$$\lambda = \frac{1}{2} + V \left(\frac{1}{4} + \frac{M\mu l}{125.225.\theta cc g} \right)$$

& après avoir trouvé la valeur de ce nombre λ , la quantité d'eau, qui sera actuellement élevée à la hauteur g , fera $\equiv \frac{1}{\lambda} M$; & la pression, que tant les pompes que les tuyaux en bas auront à soutenir, sera exprimée par la hauteur $\equiv \lambda g$. Or λ est toujours plus grand que l'unité,



nité, & partant il faut tâcher d'arranger la machine en sorte, que λ surpasse le moins qu'il est possible l'unité : afin que tant le déchet dans la quantité d'eau élevée, que le surcroit de la pression, devienne le plus petit. Comme il est toujours possible de rapprocher la valeur de λ fort près de l'unité, de sorte que l'excès ne soit qu'une fraction fort

petite, posons $\lambda = 1 + \frac{1}{\alpha}$, & puisqu'il sera à peu près $\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{1}{\alpha}$,

la quantité d'eau élevée par heure sera $= \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) M$, & partant le

déchet causé par l'imperfection de la machine importera $\frac{1}{\alpha} M$: mais

la pression sera $= g + \frac{1}{\alpha} g$. Posant donc $1 + \frac{1}{\alpha}$ pour λ , il sera

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha} = V \left(\frac{1}{4} + \frac{M \mu l}{125 \cdot 225 \theta \text{ ccg}} \right) \text{ \& partant}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha\alpha} = \frac{M \mu l}{125 \cdot 225 \theta \text{ ccg}} = \frac{1}{\alpha - 1} \text{ à peu près.}$$

Donc, pourvû que α soit un nombre médiocrement grand, il sera

$$\alpha = 1 + \frac{125 \cdot 225 \theta \text{ ccg}}{M \mu l}.$$

En considérant cette formule on pourra toujours arranger les élémens, qui y entrent, en sorte que le nombre α devienne d'une grandeur donnée, ou que le déchet dans la quantité d'eau élevée actuellement devienne si petit, qu'on souhaite. Par exemple, si l'on vouloit, que le déchet n'importât que la dixième partie de la plus grande quantité

possible M , on auroit $\alpha = 10$, & il faudroit faire en sorte que $\frac{3125 \theta \text{ ccg}}{M \mu l}$

devint



devint égale à 1 : si cette formule pouvoit être renduë encore plus grande, il vaudroit mieux, puisque le déchet seroit d'autant plus petit.

§. XXIV. Il s'agit en chaque cas de rendre la valeur de cette formule $\frac{3125 \theta cc g}{M \mu l}$ aussi grande qu'il est possible ; & si l'on souhaite que le déchet dans la plus grande quantité d'eau M ne surpasse pas la dixième partie, il faut qu'il soit $\frac{3125 \theta cc g}{M \mu l} > 1$. Or, si l'on veut éta-

blir quelque terme fixe, il semble qu'on puisse se servir de celui-cy, de sorte qu'on estime une machine trop imparfaite, qui ne fournit qu'une quantité d'eau, dont le déchet est plus grand que la dixième partie de la plus grande quantité, qui répond au plus haut degré de perfection ; & qu'on ait lieu de juger une machine assez parfaite, dont le déchet est moindre que cette dixième partie. Car, étant déjà parvenu à ce degré de perfection, il ne vaudra pas souvent la peine de faire des changemens considérables dans la machine pour rendre le déchet plus petit : & partant on pourra pour la pluspart être content, de porter les machines à ce degré de perfection, que le déchet n'importe que la dixi-

me partie ; ce qui arrive lorsque la valeur de la formule $\frac{3125 \theta cc g}{M \mu l}$

devient = 1. On n'aura donc qu'à disposer la machine en sorte, que cette formule ne devienne pas plus petite que l'unité. Or on voit d'abord qu'il sera d'autant plus difficile d'arriver à ce but, plus la quantité M, qui convient à l'état de perfection, sera grande ; & ce n'est pas de ce côté-là, qu'il faut tâcher d'augmenter la valeur de cette formule, en diminuant la quantité d'eau M, puisque c'est le but principal, d'augmenter cette quantité autant qu'il est possible. Il ne faudra donc se tenir qu'aux autres lettres, qui entrent dans cette formule, pour



leur procurer de telles valeurs, que celle de la formule même ne tombe pas au dessous de l'unité. Or, si l'on ne vouloit rien changer dans les autres élémens μ , θ , cc & $\frac{g}{b}$, pendant que la quantité d'eau M feroit augmentée, le déchet croitroit doublement, car d'un côté le nombre α deviendrait plus petit, & partant la fraction $\frac{1}{\alpha}$, qui marque le déchet, plus grande: & de l'autre côté le déchet importerait une plus grande partie de la plus grande quantité M. Ainsi plus la quantité d'eau absoluë M fera grande, plus aussi fera-t-on obligé d'arranger les autres élémens en sorte, que la valeur de α devienne d'autant plus grande. Pour cet effet il faut observer les maximes suivantes.

M A X I M E X.

§. XXV. *Le déchet de la plus grande quantité d'eau, qui répond au dernier degré de la perfection de la machine, sera d'autant plus diminué, plus le tems du jeu des pompes sera long, ou plus l'action des pompes sera lente.*

Puisque dans la formule trouvée θ marque le tems en secondes pendant lequel la rouë principale fait une révolution, & μ indique le nombre de fois, que chaque pompe joue pendant ce même tems θ , il est clair, que $\frac{\theta}{\mu}$ exprime le tems, pendant lequel chaque pompe acheve son jeu, ou qu'elle aspire & refoule une fois. D'où il est clair, que plus ce tems $\frac{\theta}{\mu}$ fera grand, dans la même raison fera aussi diminué le déchet de la plus grande quantité d'eau M. De sorte que plus on aug-
mentera



mentera ce tems, plus aussi la quantité d'eau, que la machine élèvera actuellement, approchera de la plus grande quantité d'eau, qui répond au plus haut degré de perfection ; & par conséquent la machine deviendra d'autant plus parfaite. Or, pour rendre ce tems plus long, comme il renferme deux élémens θ & μ , on parviendra à ce but, si l'on augmente le tems θ autant qu'il est possible, & qu'on diminue en même tems le nombre μ . Mais la vitesse avec laquelle agit la force, qui est appliquée à la rouë principale, étant déjà déterminée, il est clair que la première condition ne sauroit être remplie autrement, qu'en constituant le rayon de la rouë principale aussi grand qu'il est possible : & pour satisfaire à l'autre condition, on disposera la machine en sorte, que les pompes ne jouënt que fort peu de fois pendant chaque révolution de la rouë principale, ou qu'elles ne jouënt même qu'une fois pendant une ou plusieurs révolutions ; dans ce dernier cas μ fera ou $= 1$ ou égale à une fraction. D'où l'on voit qu'il n'est pas absolument nécessaire d'allonger le tems θ en aggrandissant la rouë principale ; car quelque petit que soit ce tems θ on pourra diminuer le nombre μ autant que le tems $\frac{\theta}{\mu}$ devienne aussi long qu'on voudra. Ainsi il faut regarder les autres circonstances, pour procurer le plus convenablement au tems $\frac{\theta}{\mu}$ la plus grande valeur, qu'on voudra lui donner.

M A X I M E XI.

§. XXVI. *La quantité d'eau, qu'une machine élèvera actuellement, approchera d'autant plus de la plus grande quantité, qui a été fixée cy-dessus, plus on fera larges les tuyaux montans, par lesquels l'eau est voussée dans le reservoir.*



La largeur des tuyaux montans a été posée $\equiv cc$, & en regardant la formule précédente il est clair, que plus cette largeur sera grande, plus aussi deviendra grande la valeur du nombre α , & partant le déchet $\frac{1}{\alpha} M$ deviendra d'autant plus petit. J'ai supposé que les

tuyaux montans sont par tout de la même largeur, mais il n'importe si l'on trouve bon de leur donner de différentes largeurs dans leur route, & dans ces cas cc marquera une largeur moyenne. Mais il faut bien remarquer, qu'il ne faut pas prendre pour cc un milieu arithmétique, car cc tiendra beaucoup plus des plus petites largeurs, que des plus grandes, de sorte que si dans un seul endroit la largeur des tuyaux étoit infiniment petite, la valeur de cc en deviendroit aussi infiniment petite, quelques larges que fussent d'ailleurs ces tuyaux. Ainsi il faut bien prendre garde de ne rendre nulle part ces tuyaux trop étroits, & de leur donner plutôt partout la plus grande largeur, que les autres circonstances le permettent. Car, pour trouver la vraie valeur de cc , si les largeurs des tuyaux sont différentes, comme xx , yy , zz , il faut

prendre le milieu arithmétique entre $\frac{1}{xx}$, $\frac{1}{yy}$, $\frac{1}{zz}$, & ce milieu fera

la valeur de $\frac{1}{cc}$. Il arrive quelquefois qu'on établit deux rangs de

tuyaux montans, dans ce cas cc fera la somme des largeurs de ces deux rangs, comme si la largeur des tuyaux d'un rang étoit de 4 pouces quarrés, & celle de l'autre rang de 5 pouces quarrés, la valeur de cc seroit de 9 pouces quarrés. Mais il faut se souvenir, que la valeur de cc doit être exprimée en pieds quarrés, ainsi un pied quarré contenant 144 pouces quarrés, la valeur de cc seroit dans ce cas \equiv

$$\equiv \frac{9}{144} \equiv \frac{1}{16}.$$



M A X I M E XII.

§. XXVII. *La quantité d'eau, qu'une machine élèvera aétuellement, approchera d'autant plus de la plus grande quantité possible, plus les tuyaux montans approcheront dans leur route de la position perpendiculaire, ou plus ils monteront perpendiculairement.*

Nommant la hauteur perpendiculaire, à laquelle l'eau doit être élevée $= g$, & la longueur des tuyaux montans $= l$, nous voyons que plus la fraction $\frac{g}{l}$ fera grande, plus aussi augmentera la valeur de α , & plus aussi le déchet deviendra petit, à peu près dans la même raison. Or, si les tuyaux ne montent pas perpendiculairement, leur longueur l est toujours plus grande que la hauteur g , & il n'est pas possible que la fraction $\frac{g}{l}$ surpasse jamais l'unité, qui est sa plus grande valeur possible. Donc la plus avantageuse situation des tuyaux est, lorsqu'ils montent perpendiculairement, de sorte qu'il soit $l = g$; ce qui arrive, lorsqu'on établit la machine perpendiculairement au dessous du réservoir, afin que l'eau puisse être conduite perpendiculairement en haut sans aucun détour. C'est donc toujours un desavantage considérable de pratiquer la machine, qui fait agir les pompes, à une grande distance du réservoir. Car, quoiqu'on puisse redresser ce défaut en rendant tant le jeu des pompes plus lent, que la largeur des tuyaux plus grande, on trouve souvent de grandes difficultés dans l'exécution de ces expédiens : surtout lorsque la quantité d'eau, qu'on est en état d'élever, est fort grande. Mais outre cela, de si longs tuyaux exigent de très grandes dépenses, dont on se peut dispenser en approchant la machine du réservoir, autant qu'il est possible. Ainsi, si l'on se sert de la force d'hommes ou de chevaux ou du vent, rien n'empêche



qu'on approche assés la machine du réservoir, & ce n'est qu'un courant d'eau, dont on veut profiter pour mettre la machine en mouvement, qui puisse souvent obliger d'établir les pompes à une grande distance du réservoir, mais dans ce cas l'avantage du courant redresse suffisamment les inconvéniens causés par cet éloignement.

§. XXVIII. Si nous supposons donc, que les tuyaux montent perpendiculairement, de sorte que $l = g$, nôtre formule se change-

ra en $\frac{3125 \theta cc}{M\mu}$, dont la valeur doit être $= 1$, si l'on se propose

que le déchet ne soit que la dixième partie de la quantité d'eau absoluë M , qui répond au plus haut degré de perfection. Posons donc que $l = g$, ou que les tuyaux montans soient conduits perpendiculairement, & qu'on veuille disposer la machine en sorte, que le déchet soit la dixième partie, de sorte que la quantité d'eau élevée par heure

soit $= \frac{9}{10} M$, où M marque la plus grande quantité d'eau, qui

seroit élevée, si la machine étoit délivrée de toutes les imperfections, & dans ce cas la pression, que les pompes & les tuyaux en bas au-

ront à soutenir sera $= 1 \frac{1}{10} g$ à peu près, g marquant l'élévation

du réservoir : ou plutôt, puisque $\alpha = 10$, la quantité d'eau élevée

par heure sera $= \frac{10}{11} M$, de sorte que le déchet n'importe qu'une

onzième partie. Pour cet effet donc il faut disposer la machine en

sorte qu'il devienne $\frac{3125 \theta cc}{M\mu} = 1$, d'où si, outre la quantité abso-

luë M , est donnée la largeur des tuyaux cc . on en déterminera le tems d'un



d'un jeu des pompes $\frac{\theta}{\mu} = \frac{M}{3125 cc}$. Comme il est supposé dans

cette formule que la largeur des tuyaux cc est donnée en pieds quarrés, & qu'on est plutôt accoutumé de l'exprimer en pouces quarrés, si nous supposons que cette largeur soit donnée en pouces quarrés,

dont le nombre soit cc , le tems du jeu des pompes fera $= \frac{144 M}{3125 cc}$

secondes, & si le tems du jeu des pompes est donné qui soit $= t$ se-

condes, la largeur des tuyaux fera $cc = \frac{144 M}{3125 t}$. De là j'ai calculé

la Table suivante, qui marque, tant pour chaque quantité absoluë d'eau M , que pour chaque tems du jeu des pompes, la largeur en pouces quarrés qu'il faut donner aux tuyaux montans, pour que le déchet dans la quantité d'eau élevée actuellement n'importe que l'onzième partie : supposé que les tuyaux montent perpendiculairement depuis les pompes jusqu'au réservoir.

Table



Table qui marque la largeur des tuyaux montans en pouces quarrés,
Tems du jeu des Pistons donné en Secondes,

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,46	0,23	0,15	0,12	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05
20	0,92	0,46	0,31	0,23	0,18	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09
30	1,38	0,69	0,46	0,35	0,28	0,23	0,20	0,17	0,15	0,14
40	1,84	0,92	0,61	0,47	0,37	0,31	0,27	0,23	0,20	0,19
50	2,31	1,15	0,77	0,58	0,46	0,38	0,33	0,29	0,26	0,23
60	2,77	1,39	0,92	0,70	0,55	0,46	0,39	0,36	0,30	0,27
70	3,23	1,62	1,07	0,82	0,64	0,54	0,46	0,42	0,35	0,32
80	3,69	1,58	1,22	0,94	0,73	0,62	0,53	0,48	0,40	0,37
90	4,15	2,08	1,37	1,06	0,82	0,70	0,60	0,53	0,46	0,41
100	4,61	2,30	1,54	1,15	0,92	0,77	0,66	0,58	0,51	0,46
200	9,22	4,60	3,08	2,30	1,84	1,54	1,32	1,16	1,02	0,92
300	13,83	6,90	4,62	3,45	2,76	2,31	1,98	1,74	1,53	1,38
400	18 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{4}$	6	4 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{3}{4}$	3	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	2	1 $\frac{3}{4}$
500	23	11 $\frac{1}{2}$	8	6	5	4	3 $\frac{1}{2}$	3	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$
600	27 $\frac{1}{2}$	14	9 $\frac{1}{2}$	7	5 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	4	3 $\frac{1}{2}$	3	2 $\frac{3}{4}$
700	32	16	11	8	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	4	3 $\frac{1}{2}$	3
800	36 $\frac{1}{2}$	18	12 $\frac{1}{2}$	9	7 $\frac{1}{2}$	6	5	4 $\frac{1}{2}$	4	3 $\frac{1}{2}$
900	41	21	14	10 $\frac{1}{4}$	8 $\frac{1}{4}$	7	5 $\frac{3}{4}$	5	4 $\frac{1}{2}$	4
1000	46	23	15 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{4}$	7 $\frac{3}{4}$	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{3}{4}$	5	4 $\frac{1}{2}$
2000	92	46	31	23	18 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	13	11 $\frac{1}{2}$	10	9
3000	138	69	46 $\frac{1}{2}$	34 $\frac{1}{2}$	28	23	19 $\frac{1}{2}$	17	15	13 $\frac{1}{2}$
4000	184	92	62	41	37	31	26	23	20	18 $\frac{1}{2}$
5000	230	115	77	58	46	39	33	29	26	23
6000	276	138	92 $\frac{1}{2}$	69 $\frac{1}{2}$	55	47	39 $\frac{1}{2}$	35	31	27 $\frac{1}{2}$
7000	322	161	108	81	64 $\frac{1}{2}$	54	46	41	36	32
8000	369	185	123 $\frac{1}{2}$	92 $\frac{1}{2}$	73	62	52 $\frac{1}{2}$	46	41	36 $\frac{1}{2}$
9000	415	208	139	104	82 $\frac{1}{2}$	70	59	52	46	41
10000	461	230	154	115	92	77	66	58	51	46
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

La plus grande quantité d'eau élevée par heure en pieds cubiques.



la quantité absolüe d'eau avec le tems du jeu des pistons étant donné.

Tems du jeu des Pistons donné en Secondes,

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02
20	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05
30	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,09	0,08	0,08	0,07	0,07
40	0,17	0,16	0,15	0,13	0,12	0,12	0,11	0,11	0,09	0,09
50	0,21	0,20	0,18	0,17	0,16	0,15	0,14	0,13	0,12	0,12
60	0,25	0,24	0,22	0,21	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14
70	0,29	0,28	0,26	0,24	0,21	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16
80	0,33	0,32	0,29	0,27	0,25	0,23	0,21	0,20	0,19	0,19
90	0,38	0,35	0,32	0,30	0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,21
100	0,42	0,39	0,36	0,33	0,31	0,29	0,27	0,26	0,24	0,23
200	0,84	0,78	0,72	0,66	0,62	0,58	0,54	0,52	0,48	0,46
300	1,26	1,17	1,08	0,99	0,93	0,87	0,81	0,78	0,72	0,69
400	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	1	1	1	1	1
500	2 $\frac{1}{4}$	2	2	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$
600	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	2	2	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$
700	2 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	2	2	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$
800	3	3	2 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	2	2	1 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{3}{4}$
900	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	3	3	2 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	2	2
1000	4 $\frac{1}{4}$	4	3 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{4}$	3	2 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$
2000	8 $\frac{1}{2}$	8	7 $\frac{1}{2}$	7	6 $\frac{1}{2}$	6	5 $\frac{1}{2}$	5	5	4 $\frac{1}{2}$
3000	13	12	11	10 $\frac{1}{2}$	10	9	8	7 $\frac{3}{4}$	7 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$
4000	17	15 $\frac{1}{2}$	14	13 $\frac{1}{2}$	13	12	11	10 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{3}{4}$	9 $\frac{1}{2}$
5000	21	19	18	17	16	15	14	13	12	12
6000	25	23	22	20 $\frac{1}{2}$	19	18	17	15 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	14
7000	29 $\frac{1}{2}$	27	26	24	22	21	19	18	17	16 $\frac{1}{2}$
8000	33	31	29	27 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{1}{4}$	21	20 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	18
9000	37 $\frac{1}{2}$	35	32	30 $\frac{1}{2}$	28 $\frac{1}{2}$	27	25	23	22	20 $\frac{1}{2}$
10000	42	38 $\frac{1}{2}$	35 $\frac{1}{2}$	33	31	29	27 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{4}$	23
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



§. XXIX. De cette table on voit que, quelque grande que soit la quantité d'eau élevée par heure, des tuyaux médiocrement larges peuvent suffire, pourvû qu'on ne rende point le jeu des pistons trop rapide. Car si la quantité d'eau fournie par heure étoit de 10000 pieds cubiques, ce qui est presque la plus grande quantité d'eau qu'aucune machine fauroit fournir par heure, & que le jeu des pistons s'achevât en 15 secondes, ou que chaque pompe jouât 4 fois pendant une minute, la largeur des tuyaux montans ne devra pas surpasser 31 pouces quarrés, ce qui sera la largeur d'un tuyau d'environ $6\frac{1}{2}$ pouces de diametre. Ainsi ce n'est pas ordinairement de ce côté-cy, que les machines sont défectueuses, & il n'arrivera presque jamais, qu'on voudroit employer des tuyaux plus étroits dans une telle machine : & partant il sera pour la plupart très praticable, de rendre les machines encore plus parfaites, tant en élargissant les tuyaux montans, qu'en ralentissant le tems du jeu des pistons au delà du contenu de cette table, de forte que par ce moyen le déchet, qu'on souffre dans la quantité d'eau élevée, devienne encore plus petit que la dixième ou onzième partie. Mais il faut se souvenir que cette table suppose, que l'eau monte perpendiculairement par les tuyaux montans ; or si les circonstances ne permettent pas cette condition, & qu'on soit obligé de donner aux tuyaux montans beaucoup plus de longueur, qu'il n'y a de hauteur, les tuyaux doivent être autant de fois plus larges, que cette table exige, en raison de la longueur des tuyaux à leur hauteur. Ainsi si la machine devoit fournir 500 pieds cubiques par heure, & que la longueur des tuyaux / fût 30 fois plus grande que la hauteur g , la largeur des tuyaux doit être 30 fois plus grande, que la table ne marque. Si l'on vouloit par exemple, que dans ce cas les pompes jouassent 4 fois pendant une minute, ou que le tems de leur jeu fût de 15 secondes, la largeur des tuyaux montans devoit être de 30. $1\frac{3}{4}$ pouces quarrés, ou de 46 pouces quarrés : leur diametre devoit donc être presque de 8 pouces. C'est donc dans de tels cas principalement, qu'il faut prendre des précautions, que le déchet ne devienne trop grand.

§. XXX.



§. XXX. Mais ayant observé toutes ces maximes, pour que la machine approche si fort de son dernier degré de perfection, que les circonstances le permettent, il reste encore le point le plus essentiel dans la construction de la machine ; c'est de régler les mesures des pompes en sorte, que la force soit capable d'imprimer à la machine précisément le même mouvement, qui est le plus avantageux. Pour ce qui regarde le tems du jeu de chaque pompe, il doit déjà être déterminé par les maximes précédentes, & sachant déjà d'avance le tems d'une révolution de la rouë principale, il est aisé d'arranger les parties de la machine en sorte, que chaque pompe acheve son jeu dans le tems fixé. Mais il s'agit présentement de déterminer tant la largeur des pompes, que la levée de leurs pistons de maniere, que la force, qu'on applique à la machine en agissant avec la vitesse la plus profitable, soit capable de mettre les pompes en mouvement, & d'en surmonter exactement la résistance. Car on comprendra aisément, que si la résistance des pompes étoit, ou trop grande, ou trop petite, la force principale devoit imprimer à la rouë un mouvement ou moins ou plus vite, que celui, qui est le plus avantageux. Or les pompes ne fourniront la quantité d'eau, que nous venons d'assigner, que lorsque la force étant appliquée à la machine & agissant avec le degré déterminé de vitesse, est capable d'entretenir les pompes dans leur action ; & quand la force opère, ou avec une plus grande vitesse, en rencontrant moins de résistance, ou avec une plus petite, en rencontrant plus d'obstacles, dans l'un & l'autre cas la quantité d'eau, qu'elle fournira dans le réservoir, sera moindre, que si le mouvement étoit bien réglé. Si l'on ne prend pas garde à cette circonstance, on pourroit même risquer, que la machine ne produisit aucun effet ; car si l'on faisoit les pompes trop larges, ou qu'on fit la levée des pistons trop grande, il pourroit arriver, que la force employée ne seroit pas même capable de mettre les pompes en mouvement, ou qu'elle ne pousseroit l'eau dans les tuyaux montans qu'à une certaine hauteur, sans être capable de la pousser plus loin ; de sorte



que la machine feroit alors réduite en repos, ne pouvant point surmonter les obstacles, que l'action des pompes oppose.

§. XXXI. Soit $2n$ le nombre des pompes, qui doivent être mises en action; je suppose ce nombre pair, puisqu'il y a en ordinairement toujours deux accouplées ensemble, qui agissent alternativement, de sorte que pendant qu'une attire l'eau par aspiration, l'autre la refoule. Soit de plus aa la largeur intérieure de chaque corps de pompe, exprimée en pieds quarrés, & que b marque la hauteur, à laquelle le piston est levé à chaque jeu; ainsi aab marquera la quantité d'eau, qui sera refoulée par chaque pompe dans le tems $\frac{\theta}{\mu}$: & puisque dans ce tems chaque pompe refoule une fois, toute la quantité, qui sera poussée dans le tuyau montant par toutes les $2n$ pompes dans le tems de $\frac{\theta}{\mu}$ secondes, sera $= 2naab$. Par conséquent la quantité d'eau refoulée dans une heure, ou dans 3600 secondes, sera $= \frac{3600\mu}{\theta} \cdot 2naab$, qui doit être égale à la quantité déterminée cy-dessus $\frac{M}{\lambda}$, d'où nous obtiendrons $\frac{M}{\lambda} = \frac{7200n\mu aab}{\theta}$ & partant $aab = \frac{M\theta}{7200n\mu\lambda}$. Donc posant le tems d'un jeu des pistons $\frac{\theta}{\mu} = t$ secondes, nous aurons $aab = \frac{Mt}{7200n\lambda}$. où $\frac{M}{\lambda}$ marque la quantité d'eau, qui sera refoulée actuellement par heure. Pourvû donc qu'on règle tant la largeur des pompes, que la levée des pistons en sorte, qu'il soit $aab = \frac{Mt}{7200n\lambda}$, la force sera capable en agissant avec la vitesse la

plus



plus avantageuse, de faire jouer les pompes, & de fournir par heure dans le réservoir la quantité d'eau $\frac{M}{\lambda}$, dont on connoit déjà la valeur

par les règles précédentes, aussi-bien que du tems t . Il est évident que cette équation ne détermine que la valeur de aa , ou celle de b , & il reste libre de prendre l'une ou l'autre à plaisir. Supposons donc que la largeur des pompes soit donnée, & on trouvera la levée requi-

se des pistons ; $b = \frac{Mt}{7200n\lambda aa}$, qui sera exprimée en pieds. Or

si la largeur des pompes aa est donnée en pouces quarrés, il fera $b = \frac{Mt}{50n\lambda aa}$ pieds, & si l'on veut avoir aussi la levée b en pouces,

elle fera $= \frac{6}{25} \cdot \frac{M}{\lambda} \cdot \frac{t}{naa}$ pouces, ou bien $b = \frac{12}{25} \cdot \frac{M}{\lambda} \cdot \frac{t}{2naa}$

pouces, dont le contenu sera expliqué dans la maxime suivante.

M A X I M E X I I I.

§. XXXII. *Qu'on multiplie la quantité d'eau, que la machine sera capable de fournir par heure, & laquelle est donnée en pieds cubiques, par le tems d'un jeu des pompes donné en secondes : qu'on divise ensuite ce produit par le nombre de toutes les pompes, & le quotient encore par la largeur d'une pompe donnée en pouces. Ce nouveau quotient étant multiplié par la fraction $\frac{1}{2} \frac{2}{5}$ donnera la juste levée des pistons exprimée en pouces.*

Puisque $2naa$ est la largeur de toutes les pompes prises ensemble, on n'aura qu'à diviser le premier produit par cette largeur totale, & ce quotient multiplié par $\frac{1}{2} \frac{2}{5}$ donnera la levée des pistons, que la meilleure construction de la machine exige. Si l'on veut que cette levée soit fort grande, on n'aura qu'à prendre la largeur des pompes



d'autant plus petite, & si l'on veut que la levée soit fort petite, il faudra à proportion augmenter la largeur des pompes: cette condition paroît la plus convenable, puisque j'ai déjà remarqué que le calcul suppose, que la levée des pistons soit extrêmement petite par rapport à la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée. D'ailleurs on a trouvé moyen, si la levée n'excede pas un demi-pied ou environ, de construire les pompes en forte, que le piston n'y rencontre aucun frottement. On couvre le corps de pompe d'un cuir, dont le bord est affermi à la pompe; ce cuir est lâche, & son milieu peut être baissé & levé par quelque espace. Donc, si la tige agit sur ce cuir, la capacité de la pompe en sera alternativement augmentée & diminuée, sans qu'il y entre du frottement. Il n'y a aucun doute que cette découverte ne puisse être portée à un plus haut degré de perfection; & alors on pourra s'en servir avec le plus grand avantage, puisqu'on peut rendre la levée des pistons aussi petite qu'on voudra. Le profit qu'on en tirera, sera d'autant plus considérable, puisque dans les pompes ordinaires, une grande partie de la force qui agit sur le piston n'est employée qu'à vaincre le frottement, d'où résulte nécessairement une diminution fort considérable dans la quantité d'eau, qui est élevée.

§. XXXIII. Or le déchet de la plus grande quantité d'eau possible, que la machine fourniroit dans son état de perfection, & pour la diminution duquel je viens de donner des règles, ne provient, ni du frottement, ni d'autres empêchemens, auxquels la machine est assujettie; mais ce déchet est uniquement causé par la force, que la propulsion de l'eau dans les tuyaux exige. On ne sera pas donc surpris, si la machine même oppose encore d'autres obstacles, par lesquels l'action de la force mouvante sera diminuée; & partant pour trouver la véritable quantité d'eau, que la machine fournira par heure, il ne suffit pas de diviser la plus grande quantité possible M par le nombre λ , mais il en faut outre cela retrancher une partie à cause du frottement & des autres obstacles, que la machine oppose à l'action de la force.

Car



Car une partie de la force mouvante étant employée à vaincre ces obstacles, ce n'est que le reste de cette force, qui est employée à l'élevation de l'eau, & de là vient que dans la détermination de la quantité d'eau M on ne peut pas considérer toute la force qui est appliquée à la machine, mais il en faut rabattre la partie, qu'il faut pour vaincre tous les obstacles. Lorsqu'on fait cette diminution d'abord, avant que de chercher la quantité d'eau M , il est clair qu'on la trouvera plus petite dans la même raison, qu'on aura diminué la force mouvante. Par là il est clair qu'il faudra diminuer d'une certaine partie la quantité d'eau M , qu'on aura trouvée par les règles données cy-dessus, & ce sera alors cette quantité diminuée M , qui étant divisée par le nombre λ donnera la véritable quantité d'eau, qui sera élevée par heure : & ce sera aussi cette quantité déjà diminuée, dont il faudra se servir tant dans la formule, d'où l'on tire la valeur du nombre λ , que principalement dans celle qui sert à régler les mesures des pompes & leur levée. Pour ce qui regarde la lettre λ , sa valeur deviendra un peu plus petite, en y introduisant la valeur diminuée de M , & partant le déchet calculé cy-dessus proviendra plus petit, ce qui étant favorable à la construction de la machine, nous pourroit dispenser de cette diminution de la quantité M , tandis qu'il s'agit de trouver la lettre λ , mais dans le réglément de la pompe il est absolument essentiel, d'y prendre la véritable quantité d'eau, que la machine sera capable de fournir.

§. XXXIV. Entre les obstacles de la machine dont l'action de la force mouvante est diminuée, je remarque premièrement la force qui est requise pour attirer l'eau dans les pompes par aspiration, dont je n'ai pas tenu compte dans le calcul, d'où j'ai tiré les formules précédentes. Puisque l'action de chaque pompe s'acheve en deux tems, dans l'un desquels l'eau est attirée dans le corps de pompe, & dans l'autre elle est refoulée dans les tuyaux montans, chaque opération demande une force particulière ; & comme il y a toujours deux pompes accouplées ensemble, qui agissent alternativement, de sorte que pendant que l'une



l'une aspire, l'autre refoule, une partie de la force, qui agit sur les pompes, sera toujours employée à l'aspiration, qu'il faut retrancher de la force totale, pour avoir celle, qui refoule l'eau dans les tuyaux montans, & par laquelle on doit estimer la quantité d'eau, qui sera actuellement élevée. Or il est clair que l'aspiration demande une d'autant plus grande force, plus sera grande la hauteur, à laquelle l'eau doit monter par cette action, & partant la force qui est employée à cet effet ne peut pas être regardée comme perdue, puisque par elle l'eau est déjà élevée à une certaine hauteur, qui étant une partie de la hauteur entière, à laquelle l'eau doit être élevée, l'effet de l'autre partie de l'action, dont l'eau est refoulée, en sera diminué. Donc, si nous posons la hauteur, à laquelle l'eau est élevée par aspiration = γ , & la hauteur à laquelle elle doit être refoulée = g , il faut partager la force totale en deux parties, qui soient en raison de γ à g , dont la première sera employée à aspirer & l'autre à refouler. Ce ne sera donc

que la partie $\frac{g}{g + \gamma}$ de la force totale, qui est employée à refouler

l'eau dans les tuyaux montans, & à la dégorger dans le réservoir. Et partant ayant trouvé par les règles données cy-dessus, la plus grande quantité d'eau M , qui a été déterminée de la force entière, & de la hauteur g , à laquelle l'eau doit être refoulée, il faut diminuer cette quantité M en raison $g + \gamma$ à g , de sorte que dans la suite du calcul,

on doit écrire $\frac{g}{g + \gamma} M$ au lieu de M : ou bien cette quantité se

trouvera d'abord du moment de mouvement de la force mouvante en le divisant par toute la hauteur $g + \gamma$, dont le réservoir est élevée au dessus du niveau de l'eau, d'où les pompes puisent par aspiration.

§. XXXV. Le second obstacle, & qui est ordinairement le plus considérable, est le frottement, auquel non seulement toutes les parties de la machine sont assujetties, tantôt plus, tantôt moins, mais c'est principalement le mouvement des pistons, qui s'en trouve arrêté.

Car



Car les pistons faits à la maniere ordinaire devant exactement remplir la cavité des pompes, pour ne laisser aucun passage à l'eau, il est impossible qu'ils se meuvent dans les pompes, sans rencontrer un très grand frottement ; d'où il arrive nécessairement qu'une partie considérable de la force mouvante est uniquement employée à surmonter la résistance de tous ces frottemens tant de la machine que des pistons ; & cette partie de la force ne peut être regardée que comme absolument perdue, puisqu'il n'en résulte rien, qui puisse d'un autre côté avancer l'ouvrage. Pour connoître la partie de la force mouvante, qui est requise pour vaincre le frottement, on n'a qu'à ouvrir toutes les soupapes des pompes, afin que la machine étant mise en mouvement, n'ait rien ni à aspirer ni à refouler, & alors on trouvera aisément par expérience la force, qui sera capable de mettre la machine en mouvement. Cette force étant trouvée, il faut regarder l'endroit de la machine, où elle est appliquée, & la multiplier par la vitesse, que cet endroit aura, lorsque la machine se trouvera dans son juste mouvement ; ce produit que je nommerai le moment du frottement, sera le moment de force requis pour vaincre le frottement, qu'il faudra par conséquent retrancher du moment de la force totale. Si l'on exprime la force, qu'il faut pour vaincre le frottement, par le volume d'une masse d'eau, dont le poids est égal à cette force, ce volume étant exprimé en pieds cubiques, & que la vitesse soit exprimée par le nombre de pieds, qu'elle fait par seconde, soit Φ le produit de cette force par la vitesse, de sorte que Φ marque le moment du frottement : & puisque le moment de la force totale est égal à $\frac{Mg}{3600}$, il en faut retrancher ce moment de frottement Φ , d'où à cause du frottement on doit soustraire la quantité $\frac{3600 \Phi}{g}$ de la plus grande quantité d'eau M , qu'on aura trouvée par les premières règles. Par conséquent dans les formules, dont nous nous sommes servis jusqu'ici, au lieu de M il faut écrire



$M = \frac{3600 \Phi}{g}$, & cela avant la diminution, qu'on fera suivant le paragraphe précédent, puisqu'il s'agit ici du moment de la force totale, auquel est égale la quantité $\frac{Mg}{3600}$, prenant la valeur de M selon les Maximes V, VI, VII & VIII.

M A X I M E X I V .

§. XXXVI. *Le frottement des pistons dans les pompes deviendra d'autant plus petit, plus on augmente la largeur des pompes.*

Je ne m'arrête pas ici au frottement, qui se trouve dans le mouvement des rouers & des essieux, dont la machine est composée, puisque c'est un objet, qui est commun à toutes les machines, & que les moyens pour diminuer cette partie du frottement sont assés connus. Or le frottement que les pistons ont à essuyer dans les pompes est particulier à cette sorte de machines dont il s'agit ici, & pour estimer la quantité de ce frottement entant qu'il dépend de la largeur de la pompe, si nous posons la largeur $= aa$, de sorte que a soit proportionel au diametre de la pompe, & la levée du piston $= b$, la partie intérieure de la pompe qui est frottée par le piston sera comme ab , & à cette expression sera proportionel à peu près le frottement. Mais la capacité de la pompe aab , est une quantité donnée par la quantité d'eau qui est attirée & refoulée à chaque jeu de la pompe. Posant donc cette quantité $aab = C$, le frottement du piston sera comme $\frac{C}{a}$, &

partant réciproquement proportionel au diametre de la pompe. Donc puisque nous sommes les maitres de faire les pompes aussi larges, que nous voulons, pourvu que nous réglions la levée des pistons b convenablement à la Maxime précédente, il sera toujours avantageux de rendre les pompes aussi larges qu'il est possible, puisque par - ce moyen le
frotte-



frottement deviendra beaucoup plus petit. Or plus nous élargissons les corps de pompes, plus la levée des pistons deviendra petite, & par ce moyen nous arrivons à cette espece des pompes, dont j'ai parlé cy-dessus, qui peuvent être entièrement délivrées de tout frottement, où le piston leve & abaisse alternativement un diaphragme de cuir étendu dans le corps de pompe, sans que le piston touche aux parois de la pompe : de sorte que dans ce cas le piston ne rencontre d'autre résistance, que celle qui vient de la roideur du cuir, qui est incomparablement plus petite, que le frottement des pistons dans les pompes ordinaires : ce qui doit très considérablement augmenter la quantité d'eau, que la machine fera capable d'élever.

§. XXXVII. En faisant usage de cette Maxime, on sera en état de réduire le moment du frottement, que j'ai nommé Φ , à une fort petite quantité, de sorte que la valeur de M n'en sera diminuée que fort peu. Mais outre ces deux causes, par lesquelles cette quantité absolue d'eau M doit être diminuée, il y en a encore une troisième, qui n'est pas souvent moins considérable que la résistance du frottement, & je ne me souviens pas, qu'aucun Auteur y ait fait attention. C'est qu'on suppose dans la détermination de l'effet de la machine, qu'elle marche toujours d'un mouvement uniforme, de sorte qu'aucune partie de la force mouvante ne soit employée à accélérer le mouvement des parties de la machine, mais que toute la force soit employée à vaincre les obstacles qui s'opposent au mouvement uniforme de la machine. De là on comprend aisément, que si la machine étoit réduite en repos par quelque cas que ce soit, il faudroit quelque force pour imprimer à la machine de nouveau le mouvement dont elle doit marcher, & que cette force ne contribueroit rien à l'élevation de l'eau ; & cette force fera d'autant plus considérable, plus la masse de la machine, qui doit être accélérée, sera grande, & plus le tems sera court, où cette accélération se doit achever. Donc, si le mouvement de la machine, qui doit mettre les pompes en action, n'étoit pas uniforme, mais qu'il



fût tantôt plus vite, tantôt plus lent, ou même tantôt réduit en repos, une bonne partie de la force mouvante seroit dépenfée à imprimer aux parties de la machine les accélérations, dont elles auront befoin. Il est bien vrai, que la force profiteroit quelque chose pendant les retardations, mais comme nous avons vû, que pour que la force mouvante produife le plus grand effet possible, il faut qu'elle agiffe avec un certain degré de vitesse, toute inégalité, qui se trouve dans son mouvement diminuera toujours de foi-même l'effet, quand même les accélérations réitérées ne demanderoient pas une partie de la force mouvante. Ainsi, plus le mouvement de la machine sera inégal, plus en sera diminué l'effet, ou la quantité absoluë d'eau, indiquée par la lettre M; de laquelle il faudra par conféquent retrancher, outre l'effet du frottement $\frac{3600 \Phi}{g}$, encore une partie, qui réfulte de l'inégalité du mouvement.

§. XXXVIII. Or il est impossible que le mouvement des pistons foit uniforme, car soit qu'ils montent, ou qu'ils descendent, au premier instant leur vitesse est toujours évanouiffante, & chaque montée aussi-bien que chaque descente des pistons commence toujours par l'état derepos, & va ensuite en accélérant, jusqu'à ce qu'ils soient parvenus au bout le plus haut ou plus bas. Ainsi le mouvement des pistons est d'autant moins uniforme, plus il sera rapide, ce qui nous fournit un nouveau motif de rendre le jeu des pompes aussi lent qu'il est possible, outre celui, sur lequel est fondée la Maxime X. Or cette inégalité du mouvement des pistons entraîne nécessairement une inégalité dans le mouvement de la rouë principale à laquelle est appliquée la force mouvante; & c'est à cette inégalité, qu'il faut principalement avoir égard, car plus elle sera grande, plus aussi sera considérable le déchet dans la quantité d'eau élevée, qui en sera causé. Cette inégalité du mouvement de la rouë principale, causée par celle des pistons, dépend de la maniere dont on fait agir cette rouë sur les pistons; & si l'on dispose la machine en sorte, qu'un roüet mis en mouvement par la rouë principale engraine



engraine dans les tiges des pistons, de maniere que la vitesse des pistons tienne toujours le même rapport à celle de la rouë, il est clair que le mouvement de la rouë principale sera assujetti aux mêmes inégalités que celui des pistons ; & toutes les fois que les pistons commencent à monter ou à descendre, la rouë sera réduite en repos, & partant la force mouvante agira fort inégalement, & souffrira par conséquent une perte très considérable. Cette maniere de faire agir les pompes est donc la plus desavantageuse, & elle le deviendroit encore davantage, si toutes les pompes ne commençoient pas à monter ou à descendre dans le même instant ; car alors le mouvement de la rouë seroit réduit à zero le plus souvent, & si le nombre des pompes étoit fort grand, & qu'elles parvinssent à leur plus haut ou plus bas terme en différens instans, il seroit presque impossible de mettre la machine en mouvement, puisqu'elle seroit arrêtée à chaque moment, & partant son effet se réduiroit presque à rien, quelque grande que fût d'ailleurs la force mouvante.

§. XXXIX. 'A cette maniere est donc fort préférable celle, où on se sert de manivelles pour mettre en mouvement les pistons. Car la manivelle étant dans son plus haut ou plus bas point, n'imprime aux pistons qu'un mouvement infiniment petit, quoique la manivelle même tourne d'un mouvement uniforme. Donc par le moyen de ce mechanisme l'inégalité qui se trouve nécessairement dans le mouvement des pistons n'empêchera pas, que le mouvement de la rouë principale ne puisse être uniforme. Il est cependant bien vrai, que la machine étant agitée par une force constante, n'en peut pas recevoir un mouvement uniforme, vû que l'action des pompes oppose tantôt plus tantôt moins d'obstacles, mais l'inégalité qui en résulte sur le mouvement de la rouë, sera beaucoup plus petite, que dans le cas précédent, & la perte, qui en est causée dans la quantité d'eau élevée, ne sera plus considérable. S'il y a plusieurs couples de pompes, qui doivent être mises en action, on pourra encore beaucoup plus diminuer l'inégalité



MAIS le mouvement de la rouë, en y pratiquant plusieurs manivelles, dont chacune fasse jouër une ou quelques couples de pompes, en sorte que les pistons parviennent à leurs plus hauts on plus bas points en différens momens. Car par ce moyen la force mouvante trouvera presque toujours les mêmes obstacles à surmonter, & pourra agir par conséquent à peu près d'un mouvement uniforme, de sorte que dans ce cas on ne perdra presque rien à l'égard des accélérations, qui doivent être produites dans le mouvement de la machine ; & ce ne fera que les pistons & leurs tiges, qui exigeront une petite partie de la force mouvante, pour leur imprimer alternativement l'accélération du mouvement, pendant qu'ils agissent. Ainsi il n'y a point de doute, qu'on ne puisse arranger les manivelles & leur action sur les pistons en sorte, qu'il n'en soit causé presque aucun déchet dans la quantité d'eau que la machine sera capable d'élever ; or c'est un sujet qui mérite d'être examiné & approfondi plus soigneusement, & demande une discussion particulière.

M A X I M E XV.

§. XL. *Ayant fait l'estime du moment de force qu'il faut tant pour vaincre le frottement, que pour produire les accélérations, dont la machine aura besoin, il en faut chercher le rabat, dont on doit diminuer la plus grande quantité d'eau, qui convient à l'état de perfection, ensuite cette quantité doit encore être diminuée à cause de la force, qui est employée à l'aspiration selon les règles expliquées cy-dessus, & ce sera cette quantité doublement diminuée, qu'il faut introduire dans le calcul de la quantité d'eau, qui sera actuellement élevée par heure ; & sur celle-cy on réglera enfin la mesure des pompes & la levée des pistons.*

Si l'on ne faisoit pas attention à la résistance des obstacles que je viens d'expliquer, & qu'on voulût disposer la machine selon les Maximes données dans le commencement, la force proposée seroit trop foible pour faire marcher la machine avec le degré de vitesse qui lui
con-



convient le mieux : il faudroit donc, ou chercher moyen d'augmenter convenablement la force mouvante, ou diminuer le nombre des pompes, qu'on se feroit proposé de faire agir, ou rendre la levée des pistons plus petite. Mais quand on aura bien estimé le déchet qui est causé par ces obstacles, on pourra être assuré du succès de la machine, & que la force mouvante sera capable de lui imprimer le juste degré de vitesse, qu'il faut, pour que la quantité d'eau actuellement élevée soit la plus grande, dont on puisse s'attendre. Et après cette précaution on ne sera pas obligé, après avoir achevé la machine, d'y faire encore des corrections pour remédier aux défauts, dont on ne se fera appercu que trop tard. Mais en tout cas si l'on s'étoit trompé dans cette estime, comme il n'est pas presque possible de la faire si exactement, la meilleure maniere de remédier aux défauts, qui s'y pourroient trouver, sera de faire les manivelles un peu courbées, afinqu'on puisse un peu augmenter ou diminuer la levée des pistons, en fixant les leviers, qui en agitent les tiges, dans un point de la manivelle, ou plus ou moins éloigné de l'axe autour duquel la manivelle tourne. Ces changemens se pourront aisément faire sans rien changer au reste de la machine, & on sera seur que la machine sera dans son état de perfection, lorsqu'elle marche avec le degré de vitesse, qui a été déterminé dans les premieres Maximes.

§. XLI. Si la force, qu'on aura choisie pour mettre la machine en mouvement, est variable, de sorte qu'elle puisse devenir, tantôt plus forte, tantôt plus foible, pour que la machine puisse toujours agir avec avantage, il y faut employer un assés grand nombre de pompes, desquelles on puisse en cas faire agir autant qu'on veut, en laissant chomer les autres. On réglera alors la machine sur la plus grande force, à laquelle elle peut-être exposée, supposant que toutes les pompes soient alors mises en action. Quand depuis la force devient plus petite, on mettra un plus petit nombre des pompes en action, jusqu'à ce que la machine soit capable de marcher avec le juste degré de vitesse.

Car



Car, quelque grande que soit la force, qui agit actuellement sur la machine, si l'on remarque que la machine va trop lentement, on diminuera le nombre de pompes, jusqu'à ce que sa vitesse soit réduite à la juste mesure : on s'apercevra aussi aisément, lorsqu'on aura mis en action trop peu de pompes, car alors la machine ira trop vite. Il est donc absolument nécessaire d'employer un d'autant plus grand nombre de pompes, plus la force, dont on se sert sera variable; ce qui arrive principalement lorsqu'on veut mettre en mouvement la machine par l'action d'un moulin à vent, dont la force évanouit souvent tout à fait. Cependant il ne faut pas pour cela, que le nombre des pompes soit trop augmenté; car il n'est pas absolument nécessaire, que la vitesse de la machine soit précisément la même, qui a été marquée; elle en peut différer assez considérablement, sans que le déchet, qui en résulte, devienne sensible. Ainsi, même pour le vent, une dizaine ou douzaine de pompes fera plus que suffisante, pour profiter de tous les degrés du vent; & si l'on se sert de la force des hommes ou des chevaux, il est toujours bon d'avoir deux ou trois couples de pompes, afin qu'on puisse aussi employer avec avantage un plus petit nombre d'hommes ou chevaux, qu'on se seroit proposé au commencement. Aussi la force d'un courant d'eau est-elle souvent assez variable pour demander quelques couples de pompes, ou du moins outre les principales quelques petites, qu'on pourra faire jouer ou non, selon qu'on le jugera convenable.

