1754

Discussion plus particulière de diverses manières d'elever de l'eau par le moyen des pompes avec le plus grand avantage

Leonhard Euler

DISCUSSION
PLUS PARTICULIERE
DE DIVERSES MANIERES D'ELEVER DE L'EAU
PAR LE MOYEN DES POMPES AVEC LE PLUS GRAND AVANTAGE,

PAR M. EULER.

I.

Dans mon Mémoire precédent, que je lûs fur cette matiere d'élever de l'eau par le moyen des pompes, j'ai borné mes recherches aux forces, qui agiffent immédiatement fur les piftons des pompes, desquelles j'ai déterminé premièrement le tems, que les piftons mettent à achever leur jeu, enfuite la quantité d'eau, qui en fera fournie au réfervoir, & enfin la preffion, que le tuyau montant doit foutenir. Or on fe fert ordinairement de quelque machine pour mettre les pistons en mouvement, la machine même étant agitée par des forces qu'on tire des efforts, ou des hommes, ou des animaux, ou du courant d'une riviere, ou du vent, ou enfin d'autres efforts, dont les corps naturels font revêtus. Il faut donc bien diftinguer entre la force, par l'opération de laquelle la machine même eft mife en mouvement, & entre la force, qui agit immédiatement fur les piftons, & qui réfulte de la premiere, étant ou plus grande, ou plus petite felon la difpofition de la machine. Car on fçait qu'on peut toujours arranger chaque machine en forte, qu'une force quelconque foit en équilibre avec une autre force, quelque grande ou petite qu'elle foit.

II. Donc, pour mieux distinguer ces deux forces, je nommerai celle, qui est appliquée à la machine même pour la mettre en mouvement, la force absolue, & l'autre qui en résulte sur les pistons, pour les faire jouër, tiendra lieu du fardeau, qui doit être mis en mouvement. Car c'est presque toujours le but de toutes les machines, que par le moyen d'une force donnée on fasse mouvoir un fardeau donné; & il est clair, que dans les machines, dont on se sert pour faire jouër les pompes, la force absolue doit vaincre la résistance des pistons, de sorte que c'est la force requise pour faire jouër les pistons, qu'il faut considérer comme le fardeau. Ayant donc déterminé dans mon Mémoire précédent ce fardeau, ou la force qui doit agir sur les pistons en chaque cas, je rechercherai ici les forces absolues, qui sont capables de vaincre ce fardeau.

III. Cette recherche sera donc le principal objet de la construction des machines, qui sont destinées à élever de l'eau par le moyen des pompes: car on y doit principalement regarder la force absolue, qui étant appliquée à la machine la met en mouvement; puisqu'il n'est guéres souvent en nôtre pouvoir d'augmenter cette force au delà d'un certain degré: mais on est obligé de profiter de cette force, telle que les circonstances la fournissent, & de tâcher d'en tirer le plus grand avantage, qui soit possible. Voilà donc la principale question, que j'aurai ici en vuë: La force absolue étant donnée, d'arranger la machine avec les pompes & le tuyau montant, en sorte que la plus grande quantité d'eau en soit élevée dans le reservoir, qu'il est possible? On comprend aisément que la résolution de cette question est de la plus grande importance dans la pratique, & que sans elle il est impossible de réüssir dans ces sortes d'entreprises.

IV. Or il ne suffit pas de considérer ici la force absolue en elle-même par rapport à sa quantité; il faut aussi avoir égard à la vitesse dont elle agit; de laquelle dépend la vitesse du mouvement de toute la machine, & par consequent aussi celle des pistons, par l'action desquels l'eau l'eau est élevée. Car tandis que la force absolue est en repos, & qu'elle ne tient qu'en équibre le fardeau, toute la machine demeurera dans une inaction, & ne produira aucun effet. Donc, puisque la machine doit être mise en mouvement, il faut absolument, que la force agisse avec une vitesse, afin que les pistons en obtiennent un mouvement convenable pour pousser l'eau par le tuyau montant dans le réservoir.

V. Mais, de quelque nature que soit la force absolue, sa quantité dépend aussi de la vitesse, avec laquelle elle agit. Car, si l'on se sert des hommes ou des animaux pour faire jouër la machine, on voit bien, que plus ils seront obligés d'aller vite, & moins ils seront capables d'exercer des forces sur la machine: & si la machine dans l'endroit, où les hommes ou les animaux lui sont appliqués, alloit si vite, qu'ils auroient toute la peine de la suivre avec leurs corps, ils n'y pourroient plus exercer aucune force. Or on sait que les hommes & les animaux ne sont susceptibles que d'un certain degré de vitesse, & partant les forces, qu'ils sont en état d'appliquer à la machine, seront d'autant plus petites, plus leur mouvement approchera de ce degré de vitesse. Il en est de même des forces, qu'on tire du courant d'une riviere, ou du vent, qui seront toujours plus petites, plus la machine ira vite: mais je me propose d'examiner cette diminution plus soigneusement dans la suite.

VI. De quelque force naturelle donc, qu'on se serve pour mettre la machine en mouvement, il faut d'abord avoir égard à la vitesse, avec laquelle elle agit, puisque c'est de là principalement, que dépend aussi la quantité de cette force. Cette vitesse sera celle, qu'aura la machine dans l'endroit, où la force lui est appliquée, & sachant la vitesse de la machine dans un endroit, on saura les degrés de vitesse, avec lesquels toutes les autres parties de la machine se meuvent, & par conséquent aussi celle des pistons, ou de la force, qui y agit immédiatement. Car, de quelques roües & lanternes que la machine soit composée, on sait toujours le mouvement rélatif de toutes les parties entr'elles, de

sorte

forte que fi la viteffe d'un feul point de la machine eft connuë, on fera en état d'en déterminer les viteffes de tous les autres points, & par conféquent le mouvement de toute la machine.

VII. Pour faciliter l'application à la pratique, j'exprimerai chaque viteffe par le chemin, qu'elle fait dans le tems d'une feconde, & j'exprimerai ce chemin de même que toutes les grandeurs, qui entrent dans le calcul, en pieds de Rhin. Soit donc α la viteffe de la force abfolue qui agit fur la machine, où α marquera le nombre des pieds, que cette force parcourra dans une feconde: & la force même, qui dépend auffi de cette viteffe foit $= F$; qui foit exprimée par le poids d'une maffe d'eau, dont le volume eft donné en pieds cubiques. Enfuite foit K la force, qui agit immédiatement fur chaque pifton, & que β marque la viteffe de cette force, ou l'efpace qu'elle parcourt dans une feconde; cette viteffe fera déterminée par la hauteur & le tems du jeu de chaque pifton. Or je fuppofe qu'il n'y a que deux pompes dans la machine, qui jouënt alternativement, de forte que pendant, qu'une attire l'eau par afpiration, l'autre refoule; & par conféquent qu'il n'y ait jamais plus d'une force K, qui agit à la fois, quoiqu'il y ait deux pompes. Mais, s'il y a plufieurs couples de pompes, dont la machine feroit garnie, j'ai montré dans mon Mémoire precédent, comment on peut réduire ce cas, à celui d'une feule couple.

VIII. Afin que la force abfolue F avec la viteffe α faffe mouvoir la force K avec la viteffe β, il eft évident en quel endroit de la machine il faut appliquer les piftons; car ce fera là, où la viteffe de la machine eft à celle où la force abfolue eft appliquée comme β à α. Si la machine étoit un fimple effieu à deux bras, & que la force F fut appliquée à un de ces bras, & que l'autre agît fur les piftons, la longueur du premier devroit être à celle de l'autre comme α à β. Et fi la machine eft plus compofée, on connoitra d'abord en confidérant la conftruction, lequel de fes points fe mouvra avec la viteffe β, pendant que le point, qui foutient la force F, fe meut de la viteffe α. Et en géné-

ral

ral la raison des vitesses α & β étant donnée il sera aisé d'arranger la machine en sorte, & de l'appliquer tellement aux pistons, que leur vitesse tienne à celle de la force mouvante cette raison.

IX. Pour trouver le rapport entre les forces F & K, avant que la machine se trouve dans son mouvement, il faut que la force F soit plus grande, qu'il ne faut pour soutenir le fardeau K en équilibre; puisque la production du mouvement dans la machine même demande une partie de la force. Mais, dès que la machine est réduite en un état uniforme de mouvement, pour la conserver dans cette uniformité, il suffit que la force F soit aussi grande, qu'il faut pour l'état de l'équilibre, en faisant abstraction du frottement, dont il n'est pas difficile de tenir compte, en augmentant dans le calcul le fardeau K d'une partie, qui répond à la quantité du frottement. Par cette considération le fardeau K, qui doit être mis en mouvement, sera plus grand que la force, qui agit sur les pistons immédiatement, & il le faut encore augmenter de la force, qui est requise pour faire monter l'autre piston, pendant que celui sur lequel agit la force, est poussé en bas. Or il ne sera pas difficile d'estimer en chaque cas proposé cette augmentation de la force K.

X. Puisque donc, lorsque la machine se trouve entierement dans son jeu, la force F doit tenir à K la même raison, que dans le cas d'équilibre, le principe général de toutes les machines nous fournira cette raison. Car en vertu de ce principe il faut, que la force F multipliée par le chemin, qu'elle parcourt, si l'on conçoit la machine en mouvement, soit égale au fardeau K multiplié par le chemin, qu'il parcourt en même tems. Donc, puisque le fardeau K doit parcourir le chemin β pendant que la force F parcourt le chemin α, il faut qu'il soit $K\beta = F\alpha$. Je nommerai ce produit d'une force par le chemin, qu'elle parcourt dans une seconde, son moment de mouvement, de sorte que $F\alpha$ soit le moment de mouvement de la force F, & $K\beta$ celui de la force ou du fardeau K: il faut donc, que les momens de mouvement de la force &

du fardeau ſoyent égaux entr'eux; ce qui eſt une loi générale pour toutes les machines, de quelque nature qu'elles ſoient.

XI. Ayant donc conſidéré dans mon Mémoire précédent, non ſeulement la force K qui agit ſur les piſtons, & qui tient ici lieu du fardeau, mais auſſi le tems pendant lequel les piſtons achevent leur jeu, avec l'etenduë de ce jeu, on en déterminera le chemin que les piſtons, & partant auſſi la force K, doit parcourir dans une ſeconde. Ce chemin étant nommé $= \beta$, on connoitra le moment de mouvement de la force mouvante, pour qu'elle ſoit capable de faire jouër les piſtons avec cette viteſſe déterminée. Donc, ſi la viteſſe α eſt donnée par la nature des forces, qu'on veut employer à ce deſſein, on trouvera la quantité de la force F même, qui ſera $F = \frac{K\beta}{\alpha}$: pourvu qu'on ajoute à la force K, tant la réſiſtance du frottement de toute la machine, que la force, qu'il faut pour élever les piſtons.

XII. Avant que d'introduire la force abſolue F avec ſa viteſſe α dans le calcul, il ſera à propos de rapporter le réſultat des calculs de mon Mémoire précedent. Là ayant nommé :

1. Le diametre de chaque pompe $= a$.
2. La hauteur, qui eſt celle du jeu des piſtons $= b$.
3. Le diametre du tuyau montant $= c$, que je ſuppoſe partout de la même largeur.
4. La hauteur du réſervoir au deſſus des pompes $= g$.
5. La longueur du tuyau de conduite $= l$.
6. La force qui agit ſur chaque piſton $= K$.
7. Le tems du jeu des piſtons $= t$ ſecondes.
8. La quantité d'eau élevée dans une heure $= M$.
9. La preſſion, que le tuyau ſoutient en bas $= p$.

j'ai trouvé les équations ſuivantes:

$t =$

$$t = \frac{0,4484\,aa\sqrt{bl}}{c\sqrt{(K-\frac{1}{4}\pi aag)}} \text{ ſecondes}$$

$$M = 12611\,c\sqrt{\frac{b}{l}}\,(K-\tfrac{1}{4}\pi aag)$$

$$p = \frac{4K}{\pi aa}$$

où π marque la circonférence d'un cercle dont le diametre $= 1$.

XIII. La moitié du tems t étant employée à monter les piſtons par l'eſpace b, & l'autre moitié pour les faire deſcendre par le même eſpace, il eſt clair que la force K parcourra dans le tems de t ſecondes l'eſpace de $2b$ pieds: donc dans une ſeconde cette force parcourt l'eſpace de $\frac{2b}{t}$ pieds. Ainſi ce que j'ai nommé cy-devant $\mathfrak{G}$ ſera à preſent $= \frac{2b}{t}$: & partant ſi la force, qui agit ſur la machine deſtinée à faire jouër les pompes, eſt nommée $= F$, & la viteſſe de cette force $= \alpha$, nous aurons cette équation $F\alpha = \frac{2Kb}{t}$; qui donne $K = \frac{F\alpha t}{2b}$; d'où nous connoiſſons la force K qui agit immédiatement ſur les piſtons.

XIV. Puiſque K eſt plus grande que $\frac{1}{4}\pi aag$, la formule $p = \frac{4K}{\pi aa}$ ſera plus grande que la hauteur du réſervoir g, & partant le tuyau de conduite portera en bas un plus grand poids que celui d'une colomne d'eau de la hauteur $= g$. Comme la connoiſſance de cette preſſion eſt un article eſſentiel dans la conduite des eaux, pour qu'elle tombe plus clairement ſous les yeux, je mettrai $p = \lambda g$, de ſorte que λ ſoit un nombre plus grand que l'unité, marquant combien de fois la preſſion du tuyau montant en bas eſt plus grande, que la ſimple hauteur de la colomne d'eau g. On aura donc $\lambda = \frac{4K}{\pi aag}$; & ſi nous remettons pour K sa valeur trouvée $\frac{F\alpha t}{2b}$, nous aurons $\lambda = \frac{2F\alpha t}{\pi aabg}$.

XV. Les valeurs de M & t, que j'ai déterminées dans le Mémoire precédent, étant multipliées ensemble, donnent

$$Mt = 12661.\ 0,4484\, aab = 5654,8\, aab\,;$$

or de la formule precédente il est $aab = \frac{2F\alpha t}{\pi\lambda g}$, d'où nous tirons $Mt = \frac{11309,7\, F\alpha t}{\pi\lambda g}$, & à cause de $\pi = 3,14159$, il sera $Mt = \frac{3600 F\alpha t}{\lambda g}$ ou $M = \frac{3600 F\alpha}{\lambda g}$. Cette formule est fort remarquable, puisque nous en connoissons d'abord la quantité d'eau élevée dans une heure, sachant seulement le moment de mouvement de la force mouvante $F\alpha$, avec la pression, que le tuyau de conduite doit soutenir en bas, laquelle est toujours plus grande que la hauteur g. Donc la hauteur g à laquelle l'eau doit être élevée, étant donnée, la quantité d'eau sera d'autant plus grande, plus le moment de mouvement de la force mouvante sera grand, & plus on diminuë la pression de l'eau dans le tuyau. La diminution de la pression étant en elle-même déjà un grand avantage, puisqu'on y peut employer des tuyaux moins forts, elle est outre cela jointe avec un profit très réel, parce que par ce moyen la quantité d'eau élevée se trouve augmentée.

XVI. Ayant $K = \frac{1}{4}\lambda\pi aag$, il sera $\sqrt{(K - \frac{1}{4}\pi aag)} = \sqrt{\tfrac{1}{4}(\lambda-1)\pi aag}$, & cette valeur étant substituée dans celle de t nous aurons :

$$t = \frac{0,4484\, aa\sqrt{bl}}{c\sqrt{\tfrac{1}{4}(\lambda-1)\pi aag}} = \frac{0,8968\sqrt{aabl}}{c\sqrt{(\lambda-1)\pi g}},$$

or il est $aab = \frac{2F\alpha t}{\pi\lambda g}$, d'où nous obtiendrons:

$t =$

$$t = \frac{0,8968\sqrt{2F\alpha t l}}{\pi c g \sqrt{\lambda(\lambda-1)}} \text{ \& partant } \sqrt{t} = \frac{0,8968\sqrt{2F\alpha l}}{\pi c g \sqrt{\lambda(\lambda-1)}},$$

& de là nous aurons : $t = \frac{0,16297 F\alpha l}{\lambda(\lambda-1)ccgg}$.

Ensuite il sera $aab = \frac{0,32594 FF\alpha\alpha l}{\pi\lambda\lambda(\lambda-1)ccg^3} = \frac{0,10375 FF\alpha\alpha l}{\lambda\lambda(\lambda-1)ccg^3}$.

Enfin la vitesse des pistons ou de la force K sera

$$\beta = \frac{2b}{t} = \frac{2\lambda(\lambda-1)bccgg}{0,16297F\alpha l} = \frac{12,272\lambda(\lambda-1)bccgg}{F\alpha l},$$

& la pression sur le tuyau en son plus bas endroit vaudra la hauteur $p = \lambda g$.

XVII. Donc si la hauteur g du réservoir au dessus des pompes est donnée, avec la longueur du tuyau de conduite l, & qu'on veuille employer pour l'élévation de l'eau la force F avec la vitesse α; on saura d'abord la quantité d'eau elevée dans une heure $M = \frac{3600F\alpha}{\lambda g}$ pieds cubiques; & afin que cette quantité devienne la plus grande, qu'il est possible, il faut prendre pour λ un nombre, qui excede tant soit peu l'unité: & la pression dans le tuyau en bas vaudra la hauteur $p = \lambda g$. Ensuite il faut régler les diametres des pompes a, & du tuyau montant c avec la hauteur des pompes b ensorte, qu'il soit $aabcc = \frac{0,10375FF\alpha\alpha l}{\lambda\lambda(\lambda-1)g^3}$; où si l'on regarde a comme connuë, on aura $bcc = \frac{0,10375FF\alpha\alpha l}{\lambda\lambda(\lambda-1)aag^3}$. Cette valeur étant remise dans celle de β, la vitesse des pistons proviendra $\beta = \frac{1,2732F\alpha}{\lambda aag}$; & partant le rapport de cette vitesse à celle de la premiere force mouvante α sera $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1,2732F}{\lambda aag}$.

XVIII. Si nous regardons la viteſſe des piſtons β comme donnée nous aurons $F\alpha = \frac{\lambda \beta a a g}{1,2732}$. Cette valeur étant ſubſtituée dans l'équation precédente, donnera $bcc = \frac{0,064 \beta\beta a a l}{bccg}$, d'où nous tirerons :

$$\lambda = 1 + \frac{0,064 \beta\beta a a l}{bccg}.$$

Donc, puiſqu'il faut tâcher de rendre la valeur λ auſſi petite qu'il ſera poſſible, on voit, qu'on ſatisfera à cette condition, en augmentant autant qu'il ſe peut, tant la hauteur des pompes b que la largeur du tuyau montant; & en diminuant la viteſſe des piſtons β, avec le diametre des pompes a & la longueur du tuyau l, or ce ſont les mêmes conditions, qui ſont renfermées dans les régles étalées dans le Mémoire precédent.

XIX. Pour la pluſpart il arrive, que la force F qui agit ſur la machine, eſt variable, devenant tantôt plus grande tantôt plus petite; cependant la machine demeure la même par rapport à ſa diſpoſition, & partant auſſi le rapport des viteſſes α à β. Il ne reſte rien à changer dans la machine, que le nombre des pompes qu'on fait jouër, & ce changement ſe réduit à la quantité aa, qui exprimant la ſomme des amplitudes de toutes les pompes qui ſont miſes en jeu, croitra ou décroitra à meſure qu'on augmente ou diminue le nombre des pompes. Soit donc $\beta = i\alpha$, & pendant que $F\alpha$ change, voyons quels changemens il faut faire dans aa & dans le nombre λ. Nous aurons donc. $aa = \frac{1,2732 F}{\lambda i g}$, & $\lambda(\lambda - 1) = \frac{0,0815 F \alpha \alpha i l}{bccg^2}$, d'où nous tirons :

$\lambda = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{0,0815 F \alpha \alpha i l}{bccg^2}\right)}$, ou à peu près; ſi λ ne differe pas beaucoup de l'unité, il ſera: $\lambda = 1 + \frac{0,0815 F \alpha \alpha i l}{bccg^2}$,

d'où

d'où l'on voit, que ſi la force mouvante devient plus petite, la valeur de λ, & auſſi celle de aa, proviendra plus petite.

XX. Dans ces cas donc, où la force mouvante eſt variable, on n'aura qu'à arranger la machine en ſorte, que lorsque la force eſt la plus grande, la valeur de λ, & partant auſſi la preſſion ſur le tuyau, ſoit aſſes petite, car ſi enſuite la force mouvante devient plus petite, & qu'on diminue convenablement le nombre des pompes, de ſorte que leur nombre ſoit à peu près comme la force mouvante F, la preſſion ſur le tuyau deviendra plus petite, & on aura encore moins à craindre que les tuyaux crévent. Auſſi alors la quantité d'eau élevée ſera-t-elle à proportion plus grande à cauſe de la diminution du nombre λ. Mais ſi l'on ne diminuë pas le nombre des pompes, qui ſont miſes en jeu, à meſure que la force mouvante décroit, elle ne ſera plus capable de faire mouvoir la machine avec la juſte viteſſe α, mais ſi le nombre des pompes eſt trop grand, le mouvement de la machine deviendra plus lent, & il pourroit même arriver, que la force ne fut plus capable de mouvoir la machine. Il eſt donc fort néceſſaire dans ces cas, de multiplier le nombre des pompes, afin qu'on ſoit le maitre d'en faire jouër autant qu'on juge à propos.

XXI. Puisque donc le nombre $i = \frac{\beta}{\alpha}$ doit demeurer conſtant, à quelque variation ſoit ſujette la force mouvante F & ſon moment de mouvement $F\alpha$, cette force étant ſuppoſée donnée on déterminera la conſtruction de la machine, qui doit être employée à élever de l'eau, par les formules ſuivantes :

$$\text{I.} \quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{0{,}0815\, F\alpha\alpha i l}{bccg^2}\right)},$$

où il faut tacher de régler les quantités b, c, i, l, entant qu'elles ſont en nôtre pouvoir, en ſorte que la valeur de λ devienne la plus petite, qu'il ſoit poſſible. Enſuite, ſi le nombre de toutes les pompes, qu'on veut faire jouër, lorsque la force mouvante eſt la plus grande, eſt

poſé

posé $= 2n$, ou qu'on veuïlle alors employer n paires de pompes, le diametre de chacune étant $= a$, il faut écrire dans nos formules précédentes naa au lieu de aa, & ayant déjà déterminé la valeur de λ pour la plus grande force mouvante F, on aura pour le diametre des pompes cette seconde équation

$$\text{II.}\quad aa = \frac{1,2732\,F}{\lambda ing}, \text{ ou } a = \sqrt{\frac{1,2732\,F}{\lambda ing}}.$$

XXII. Ayant déterminé toutes ces quantités, qui renferment la construction de la Machine, puisque le diametre des pompes a est invariable, il faut que le nombre λn soit toujours proportionnel à la force F, ou si le nombre λ est très à peu près $= 1$, ce nombre n sera proportionnel à F. Donc, lorsque la force mouvante F diminuë, il faut diminuer le nombre des pompes, qu'on fait agir dans la même raison, ce qui se pourra pratiquer d'autant plus aisément, plus le nombre de toutes les pompes sera grand. Or, quoiqu'on ne puisse toujours estimer si exactement les changemens, qui arrivent dans la force F, il ne sera pas difficile de trouver pour chaque tems le juste nombre des pompes, qui doivent jouër. Car sachant la vitesse, avec laquelle la machine doit agir, ou tourner, quand on voit qu'elle tourne ou trop vite ou trop lentement, on augmentera ou diminuera le nombre des pompes, jusqu'à ce que le mouvement de la machine acquerre à peu près le juste degré de vitesse.

XXIII. Toutes ces choses étant réglées, on saura combien d'eau sera fourni dans le réservoir pendant une heure, car cette quantité est $M = \frac{3600\,F\alpha}{\lambda g}$, & la pression de l'eau sur le tuyau montant dans son plus bas endroit sera exprimée par la hauteur $p = \lambda g$; d'où résulte une double raison, qui oblige de rendre la valeur du nombre λ aussi petite qu'il sera possible. Or le tems que chaque piston met à achever son jeu, qui a été nommé $= t$ seconde, se trouvera de la formule

$6 =$

$\mathfrak{G} = \frac{2b}{t} = i\alpha$ d'où l'on voit que ce tems sera $= \frac{2b}{i\alpha}$ secondes. Enfin la force qui agit immédiatement sur chaque piston, sera $K = \frac{1}{4}\lambda\pi aag = \frac{F}{in}$; puisqu'il doit être $nK\mathfrak{G} = F\alpha$, & qu'il est $\mathfrak{G} = ia$; & de là on tire la plus avantageuse construction de toute la machine, & on en connoit en même tems l'effet, qu'elle produira.

XXIV. Pour augmenter autant qu'il est possible la quantité d'eau, qui sera élevée, il faut tâcher de rendre le moment de mouvement de la force mouvante F aussi grand qu'il est possible. Donc, de quelque force naturelle qu'on veuïlle se servir pour mettre la machine en mouvement, comme ces forces deviennent d'autant plus petites, plus sera grande la vitesse, avec laquelle elles doivent agir, il faut chercher ce degré de vitesse, d'où résulte le plus grand moment de mouvement de la force; car il se trouve ici toujours un *maximum*, auquel il est fort important d'avoir égard. Et ayant trouvé cette vitesse il faut disposer la machine en sorte, que son endroit, où la force est appliquée, se puisse mouvoir précisément, ou à peu près, avec ce même degré de vitesse: & c'est à quoi aboutissent les autres déterminations, que je viens de trouver. Il s'agit donc d'examiner les diverses especes de forces naturelles, pour en découvrir leur plus grand moment de mouvement.

1. *De la force des hommes.*

XXV. On comprendra d'abord, qu'on ne peut rien décider avec précision sur cet article, puisque les hommes different trop entr'eux tant par rapport à leurs forces, qu'au degré de vitesse, dont ils sont capables. Cependant regardant la chose en général, la réflexion suivante ne manquera pas de nous fournir quelques lumieres, pour se servir avec avantage de la force des hommes. Soit f la force, dont un homme est capable d'agir sur une machine étant en repos, & Φ la

 plus

plus grande viteſſe dont il peut marcher, l'un & l'autre ſans qu'il ſe fatigue trop. La lettre Φ marque ici le chemin, qu'il peut parcourir par ſecondes; de ſorte que ſi l'homme eſt obligé de marcher avec cette viteſſe, il ne ſoit plus capable d'exercer aucune force, tous ſes efforts ſe conſumant en ſa courſe. Que ω marque un autre degré de viteſſe moindre que Φ, & que p ſoit la force, dont il peut encore agir ſe mouvant avec cette viteſſe ω; il s'agit de déterminer le rapport des forces f & p, ſachant celui des viteſſes Φ & ω.

XXVI. D'abord il eſt clair que la détermination de la force p doit avoir ces conditions :

1. Que ſi $\omega = o$ il devienne $p = f$
2. ſi $\omega = \Phi$ il devienne $p = o$.

Comme il n'eſt pas poſſible de trouver cette détermination par l'origine des forces humaines, on pourra ſe contenter d'une formule aſſés ſimple, qui ſatisfaſſe à ces deux conditions. Or la recherche des forces de l'eau ſemble confirmer cette formule : $p = f\left(1 - \frac{\omega}{\Phi}\right)^2$, & il ſemble même que cette formule s'accorde aſſés bien avec les expériences, entant qu'on peut tirer quelques concluſions. Ainſi un homme étant d'un côté capuble de la force f étant en repos, & de l'autre côté de la viteſſe Φ, cet homme étant mû avec la viteſſe ω ſera en état d'exercer une force $= f\left(1 - \frac{\omega}{\Phi}\right)^2$.

XXVII. Le moment de mouvement donc de la force d'un homme, qui marche avec la viteſſe ω, ſera $= f\omega\left(1 - \frac{\omega}{\Phi}\right)^2$; lequel devenant $= o$, tant ſi $\omega = o$, que ſi $\omega = \Phi$, il eſt clair que ce mouvement deviendra le plus grand dans un certain cas. Pour trouver ce cas, ou le degré de viteſſe auquel répond le plus grand moment de mou-

mouvement, on n'a qu'à differentier la formule $f\omega\left(1-\frac{\omega}{\Phi}\right)^2$, en ne ſuppoſant que la viteſſe ω variable, & mettre le differentiel égal à zero, ce qui donne, $fd\omega\left(1-\frac{\omega}{\Phi}\right)^2-2\frac{f\omega d\omega}{\Phi}\left(1-\frac{\omega}{\Phi}\right)=0$, d'où nous tirons $1-\frac{\omega}{\Phi}-\frac{2\omega}{\Phi}=0$, ou $\omega=\frac{1}{3}\Phi$. Pour obtenir donc le plus grand moment de mouvement, il faut que l'homme marche avec le tiers de la plus grande viteſſe dont il eſt capable, & alors ſa force p ſera $=\frac{4}{9}f$, & le moment de mouvement $=\frac{4}{27}f\Phi$.

XXVIII. Pour réduire cela à la pratique, autant que la variabilité des circonſtances le permet, on peut ſuppoſer qu'un homme en repos peut exercer un effort de 60 livres, ſans qu'il ſe fatigue trop, & qu'il peut parcourir un chemin de 6 pieds par ſecondes; de ſorte que $f=60$ ℔ & $\Phi=6$ pieds. Donc, pour employer la force d'un homme le plus avantageuſement à une machine, il faut qu'il faſſe en marchant 2 pieds par ſeconde, & alors la force vaudra $\frac{4}{9}$. 60 ℔ $=26\frac{2}{3}$ ℔, qui étant réduite au poids d'un volume d'eau, à raiſon de 70 ℔ le pied cubique, cette force ſera $\frac{8}{21}$ pied cubique. Nous pourrons donc ſuppoſer que la force d'un homme, lorſqu'il eſt employé le plus avantageuſement, c'eſt à dire, lorſque ſa viteſſe eſt de 2 pieds par ſeconde, vaut le poids de $\frac{3}{8}$ d'un pied cubique d'eau.

XXIX. Donc, ſi le nombre des hommes, qu'on veut employer à une machine, eſt poſé $=m$, & que ces hommes marchent en mouvant la machine d'une viteſſe de 2 pieds par ſecondes, leur force qui a été nommée $=$ F ſera $F=\frac{3m}{8}$ pieds cubiques d'eau. Puiſque donc leur viteſſe eſt de deux pieds par ſecondes, on aura $\alpha=2$, & le moment

ment

ment de mouvement de cette force sera $F\alpha = \frac{3}{4}m$. Par conséquent, si la machine pour élever de l'eau doit être mise en mouvement par des hommes dont le nombre soit $= m$, & la vitesse de chacun de 2 pieds par seconde, la quantité d'eau qui en sera élevée dans une heure sera $M = \frac{2700\,m}{\lambda g}$. Or comme une partie de la force doit être employée à vaincre le frottement & à élever les pistons pour attirer l'eau par aspiration, la quantité M sera plus petite, ou il faudra outre le nombre d'hommes m encore employer quelques uns exprés pour vaincre les obstacles.

XXX. Pour ce qui regarde la force requise pour l'elevation de l'eau dans les pompes, il est aisé de conclure par la formule trouvée, que cela dépend de la hauteur des tuyaux aspirans, par lesquels l'eau doit monter pour entrer dans les pompes. Donc, si l'on augmente la hauteur g, qui a exprimé jusqu'ici la hauteur du réservoir au dessus des pompes, encore de la hauteur des tuyaux aspirans, la formule $M = \frac{3600\,F\alpha}{\lambda g}$, renfermera tant la hauteur, à laquelle l'eau doit être refoulée, que celle, par où il faut monter pour entrer dans les pompes. Ainsi, si l'on prend g pour marquer toute la hauteur du réservoir au dessus du niveau d'eau, d'où les pompes puisent, on n'aura plus besoin d'avoir égard à la force, qui est requise pour attirer l'eau dans les pompes : & alors ce sera le seul frottement qui causera quelque déchet dans la force mouvante. Mais, quand il s'agit de déterminer la pression de l'eau dans le tuyau montant, il ne faut donner à g, que la hauteur du réservoir au dessus du plus bas endroit du tuyau.

XXX. Substituant donc dans nos formules l'action de m hommes pour F & 2 pieds pour α, nous aurons.

$$\text{I.}\quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{0{,}1222\,mil}{bccgg}\right)},$$

&

& posant le nombre de toutes les pompes, qui sont en action $= 2n$, le diametre de chacune a sera

$$\text{II.}\quad a = \sqrt{\frac{0{,}4774\,m}{\lambda i n g}},$$

où à cause de $\alpha = 2$, la vitesse des pistons sera $= 2i$ pieds par seconde, & le jeu de chacun s'achevera en $\frac{b}{i}$ secondes. La force qui agira immédiatement sur chaque pompe sera : $K = \frac{3m}{8in}$; & la pression, que le tuyau doit soutenir en bas vaudra la hauteur $= \lambda g$, prenant pour g la hauteur du réservoir au dessus de cet endroit. Ces formules serviront donc à disposer la machine ensorte, qu'on tire le plus grand avantage des hommes qu'on veut mettre en action.

2. *Da la force des chevaux.*

XXXII. On déterminera de la même maniere l'action la plus avantageuse, qu'on sauroit tirer de la force des chevaux : car si f marque la force, dont un cheval est capable de tirer étant en repos, & Φ la vitesse avec laquelle il peut courir sans se fatiguer trop ; la force, qu'il sera en état d'exercer, lorsqu'il marche avec une vitesse quelconque ω, sera exprimée par $f\left(1-\frac{\omega}{\Phi}\right)^2$, & le moment de mouvement de cette force $f\omega\left(1-\frac{\omega}{\Phi}\right)^2$, qui deviendra le plus grand lorsque $\omega = \frac{1}{3}\Phi$; & alors la force d'un cheval sera $= \frac{4}{9}f$, & son moment $= \frac{4}{27}f\Phi$. Or on peut supposer que la force d'un cheval vaut 7 fois la force d'un homme, & partant 420 livres ; & que sa plus grande vitesse Φ est environ 12 pieds par seconde. Donc, pour que son action soit la plus grande, il faut qu'il marche avec une vitesse de 4 pieds par seconde, & alors sa force sera $= 186\frac{2}{3}$ ℔, ou $2\frac{2}{3}$ pieds cubiques d'eau.

XXXIII. Soit m le nombre des chevaux, qu'on veut employer pour mettre la machine en mouvement, & il faudra régler ce mouvement en ſorte, que chaque cheval parcoure 4 pieds par ſeconde, ou qu'il ſoit $\alpha = 4$. Enſuite la force de tous ces chevaux ſera $F = \frac{8}{3} m$: & le moment de mouvement $F\alpha = \frac{32}{3} m$. Donc la quantité d'eau, qui ſera élevée par heure ſera $M = \frac{3600 \cdot \frac{32}{3} m}{\lambda g} = \frac{38400 m}{\lambda g}$, & la viteſſe des piſtons étant $4i$ pieds par ſeconde, on aura

$$\text{I.} \quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{3,4773\, mil}{bccgg}\right)}.$$

Le nombre des pompes, qui ſont en action, étant poſé $= 2n$, le diametre de chacune ſera

$$\text{II.} \quad a = \sqrt{\frac{3,3952\, m}{\lambda ing}}.$$

& le tems du jeu de chaque piſton de $\frac{b}{2i}$ ſecondes. Enfin la preſſion que le tuyau aura à ſoutenir en bas ſera exprimée par la hauteur λg.

3. *De la force d'un courant d'eau.*

Fig. 1. XXXIV. Soit A B C D E &c. la rouë, qui tourne autour de ſon axe O, garnie des aubes Aa, Bb, Cc, &c. qui reçoivent ſucceſſivement les impulſions du courant d'eau lm: & que cette rouë par ſon mouvement faſſe agir la machine en queſtion. Soit m le centre des efforts de l'eau ſur l'aube Aa, qui tombera à peu près dans ſon milieu, & qu'on nomme

1. Le rayon de la rouë jusqu'à ce centre $Om = r$.
2. La hauteur des aubes $Aa = h$.
3. La longueur des aubes, ou la largeur de la rouë $= f$, de ſorte que la ſurface de chaque aube ſoit $= fh$.
4. Que la viteſſe de la rouë au point m ſoit $= v$ pieds par ſeconde.
5. Et la viteſſe du courant d'eau $lm = e$ pieds par ſeconde.

Que

Que l'aube Aa ſoit dans la ſituation verticale, & que l'eau ne frappe alors que cette aube, les voiſines Hh, Bb étant elevées au deſſus de la ſurface de la riviere.

XXXV. Cela poſé, la viteſſe rélative de l'eau ſur l'aube ſera de $e - v$ pieds par ſeconde, qui ſoit la viteſſe duë à la hauteur u. Donc, puisque la hauteur de 15,625 pieds donne une viteſſe de 31,25 pieds par ſeconde il ſera: $(e-v)^2 : u = 31{,}25^2 : 15{,}625$,

d'où nous aurons $u = \frac{15{,}625\,(e-v)^2}{31{,}25\,.\,31{,}25} = \frac{(e-v)^2}{62{,}5} = \frac{2}{125}(e-v)^2$

Or la force de l'eau ſur cette aube eſt égale au poids d'un volume d'eau $= fhu = \frac{2fh}{125}(e-v)^2$, d'où le moment de mouvement de cette force ſera $= \frac{2fhv}{125}(e-v)^2$: lequel deviendra le plus grand qu'il eſt poſſible, ſi $v = \frac{1}{3}e$. Donc, pour jouïr de cet avantage, il faut diſpoſer la machine en ſorte, que la rouë tourne avec un tel mouvement, que ſa viteſſe au centre des aubes m ſoit le tiers de la viteſſe du courant d'eau de la riviere: & alors la force de l'eau qui agit ſur la rouë ſera $= \frac{4}{9}\,.\,\frac{2eefh}{125} = \frac{8}{1125}eefh$.

XXXVI. Si donc nôtre machine eſt miſe en mouvement par une telle rouë, nous aurons la force $F = \frac{8}{1125}eefh$, & la viteſſe de la rouë à la diſtance O$m = r$ du centre ſera $= {}_3 e$ qui eſt la valeur de α, de ſorte que $\alpha = \frac{1}{3}e$, &. $F\alpha = \frac{8}{3375}e^3fh$. Donc la quantité d'eau, qui pourra être élevée dans une heure par cette machine, ſera $M = \frac{8\,.\,3600}{3375\lambda g}e^3fh$, ou $M = \frac{123}{15}\,.\,\frac{e^3fh}{g\lambda}$. De plus la

vi-

vitesse des pistons étant posée $= \frac{1}{3}\, ie$, la valeur de λ sera :

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{ie^4 fhl}{15529\, beegg}\right)}$$

qu'il faut rendre aussi petite qu'il sera possible. Ensuite posant le nombre des pompes $= 2n$, le diametre de chacune doit être $a = \sqrt{\frac{2eefh}{221\lambda ing}}$. Le tems du jeu de chaque piston sera $= \frac{6b}{ie}$, & enfin la pression que le tuyau montant aura à soutenir en bas sera exprimée par la hauteur, λg.

XXXVII. Une telle machine est pratiquée à Paris, au pont Nôtre-Dame, pour élever de l'eau à la hauteur de 81 pieds au dessus du niveau de la Seine. Il y a deux rouës poussées par le courant de la riviere, dont chacune fait jouër un équipage à part. Ces rouës sont semblables à celle que je viens de considérer ici, & selon la description qu'en donne M. *Belidor*, la hauteur des aubes est de 3 pieds, & la longueur de 18 pieds, en sorte que $h = 3$ & $f = 18$. Ensuite la vitesse de la riviere est estimée de 9 pieds par seconde de sorte que $e = 9$, & la hauteur $g = 81$, à laquelle est égale la longueur des tuyaux montans l, parce qu'ils montent perpendiculairement. Ainsi, si cette machine étoit bien ménagée, elle seroit capable d'elever par heure la quantité de l'eau $M = \frac{4147}{\lambda}$ pieds cubiques, & partant les deux équipages ensemble la quantité de $\frac{8294}{\lambda}$ pieds cubiques, qui sera d'autant plus grande, plus on diminuera la valeur de λ.

XXXVIII. Mais de la maniere que cette Machine est disposée elle ne fournit que 100 pouces d'eau : donc un pouce donnant 28 livres par minute, & 1680 livres par heure, ce qui fait 24 pieds cubiques, toute la quantité d'eau élevée dans une heure par l'action des deux

deux rouës ſera de 2400 pieds cubiques, M. *Belidor*, dans la deſcription qu'il en donne, reconnoit, que cette quantité d'eau eſt trop petite, & qu'on en pourroit bien tirer le double, ſi l'on diſpoſoit la machine plus avantageuſement. Les remarques, qu'il fait ſur ce ſujet ſont fort belles, par leſquelles il montre, que le mouvement des rouës eſt trop lent, étant moindre au centre des aubes, que le tiers de celui de la riviere. Enſuite il propoſe des corrections à faire dans les ſoupapes, pourque le mouvement de l'eau rençontre moins d'obſtacles: & par le moyen de ces corrections il prétend, que la quantité d'eau élevée pourroit être augmentée au delà de 200 pouces.

XXXIX. Or nous voyons de la formule, que je viens de trouver, qu'il feroit poſſible d'augmenter cette quantité encore beaucoup plus conſidérablement, en déterminant les meſures de la machine en ſorte, que la valeur de λ devienne ſi petite qu'elle n'excede que tant ſoit peu l'unité: au lieu que dans l'état actuel, où ſe trouve cette machine, nous voyons que la valeur de λ eſt fort conſidérable étant $= \frac{8294}{2400}$ ou environ $\lambda = 3\frac{1}{2}$, de ſorte que le tuyau montant a à ſoutenir plus que 3 fois la colomne d'eau. D'où l'on voit que cette machine eſt encore fort défectueuſe, puiſqu'elle ne fournit non ſeulement trop peu d'eau, qu'on aura lieu de prétendre, mais que ce défaut même augmente encore ſi conſidérablement la preſſion dans les tuyaux; de ſorte que ce même defaut, qui eſt la cauſe de la diminution de la quantité d'eau élevée, tend encore à la deſtruction de la machine même.

XL. Voyons donc de quelle maniere on pourroit porter cette machine au plus haut degré de perfection, dont elle ſeroit ſuſceptible. Pour cet effet il s'agit de rendre la valeur de λ auſſi petite, qu'il ſera poſſible. Or, puisque $e = 9$, $f = 18$, $h = 3$, $l = g = 81$, il ſera

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{i}{3{,}55\,bcc}\right)}.$$

Pour faire mieux l'application de cette formule, ſuppoſons que pendant chaque tour des rouës, chaque piſton jouë μ fois : donc, puisque le jeu des piſtons s'acheve en $\frac{2b}{3i}$ ſecondes, & que le rayon r étant $8\frac{1}{2}$ pieds, le tour d'une rouë s'acheve en 17,8 ſecondes, on aura $\mu = \frac{26,7}{b} i$, & partant $i = \frac{\mu b}{26,7}$, d'où nous aurons

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu}{95\, cc}\right)}.$$

Le nombre μ étant dans la machine, tantôt 4 tantôt 6, on voit, qu'il ſera toujours avantageux de le diminuer. Or poſons $\mu = 6$, & $cc = 2$, & on aura à peu près $\lambda = 1\frac{3}{100}$, d'où la preſſion dans les tuyaux ſera auſſi petite, qu'on la ſauroit ſouhaiter.

LXI. La quantité d'eau élevée dans une heure par une rouë ſera donc $M = 4026$ pieds cubiques, & celle des deux rouës de 8052 pieds cubiques : or il en faut rabbattre quelque choſe à raiſon de la force requiſe pour vaincre les frottemens, de ſorte qu'il ſemble qu'on puiſſe compter au moins ſur 7200 pieds cubiques, ce qui feroit le triple de ce qu'elle fournit actuellement. Or pour ce qui regarde le diametre des pompes, dont je ſuppoſe le nombre $= 2n$, il ſera à cauſe de $i = \frac{6b}{26,7}$, & $\lambda = 1,03$; $a = \sqrt{\frac{48060}{22763\, nb}} = \frac{1,453}{\sqrt{nb}}$ pieds: ſuppoſons qu'on ne veuïlle appliquer à chaque rouë que deux pompes pour avoir $n = 1$, & le diametre de chacune doit être $a = \frac{1,453}{\sqrt{b}}$. Selon la deſcription b eſt $1\frac{1}{2}$ pied ; donc retenant cette valeur on aura $a = 1\frac{186}{1000}$ pieds. Mais ſi l'on donnoit au jeu des

pis-

piſtons l'étenduë $b = 3$ pieds, il ſeroit $a = \frac{84}{100}$ pieds, ou de 10 pouces à peu près.

XLII. On voit par là, qu'on pourroit encore perfectionner cette machine en pluſieurs manieres differentes, de ſorte qu'on en put toujours tirer le même profit de plus de 7200 pieds cubiques par heure. Comme la rouë tourne à peu près en $18''$, ſix jeux de piſtons dans ce tems ſemblent encore trop vites, & l'ouvrage réüſſiroit peut être mieux, ſi l'on ne faiſoit jouër que quatre fois chaque piſton. On auroit donc $\mu = 4$, $i = \frac{4b}{26,7}$, & $\lambda = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{4}{95cc}\right)}$, qu'on poſe encore $cc = 2$, ou $c = \sqrt{2}$, & il deviendra $\lambda = 1,002$ plus petit que dans le cas précédent, & partant M plus grand, & le diametre de chaque pompe devra être $a = \frac{1,804}{\sqrt{bn}}$. Donc, ſi l'on met l'étenduë du jeu des piſtons $b = 1\frac{1}{2}$ pieds, & qu'on applique à chaque rouë 12 pompes, de ſorte que $n = 6$, on aura $bn = 9$, & partant $a = 0,601$, ou le diametre des pompes ſera de $7\frac{1}{5}$ pouces. Enfin les tuyaux montans ne porteront ſenſiblement plus, que la hauteur de la colomne d'eau, qu'ils contiennent actuellement.

XLIII. Puiſque les formules générales, qui coulent de l'action de l'eau ſur la rouë, deviennent plus faciles à être appliquées à la pratique, ſi au lieu du nombre i nous y introduiſons le nombre des jeux, que chaque piſton acheve pendant un tour de la rouë; ſoit ce nombre de jeux $= \mu$, & puiſque le tems du jeu d'un piſton eſt $\frac{6b}{ic}$ ſecondes, & la circonference de la rouë, qui répond au rayon r eſt $= 2\pi r$, le tems d'une révolution de la rouë ſera $= \frac{6\pi r}{c}$, d'où nous tirons

 $\mu =$

$\mu = \frac{\pi ir}{b}$, & $i = \frac{\mu b}{\pi r}$. Cette valeur étant ſubſtituée, nous aurons :

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu e^4 fhl}{15529\,\pi rccgg}\right)},$$

& $$a = \sqrt{\frac{2\pi reefh}{221\lambda\mu nbg}},$$

& remettant pour π ſa valeur 3,1459, il ſera :

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu e^4 fhl}{48786\,rccgg}\right)},$$

& $$a = 0{,}1686\sqrt{\frac{reefh}{\lambda\mu nbg}},$$

desquelles formules il eſt aiſé de faire l'application pour chaque cas propoſé.

4. *De la force des moulins à vent.*

Fig. 2. XLIV. Que le plan de la planche ſoit perpendiculaire à la quille d'une aile du moulin à vent, & que MLM ſoit la ſection de l'aile dans cet endroit, le point L celle de la quille, & que la ligne LB repréſente la direction de mouvement du point L. Il eſt clair que la direction du vent DL ſe trouvera dans le même plan, & qu'elle ſera perpendiculaire à la ligne LB. Cela remarqué, ſoit la largeur de l'aile dans cet endroit MM $= y$, ſon inclinaiſon à la direction du vent ou l'angle DLM $= \Phi$; ſoit de plus la viteſſe du vent DL $= e$, la viteſſe du point de l'aile L ſelon LB, qui ſoit LF $= v$; & comme l'aile echappe en partie à l'action du vent, on trouve par les régles de mécanique que l'effet feroit le même, que ſi un vent exprimé par la diagonale GL tomboit dans la même direction GL ſur l'aile conſidérée en repos.

XLV. Or il eſt auſſi reconnu, que dans ce cas la force du vent ſera $= GL^2 . \sin GLM^2 . y$. Mais la conſidération du triangle GLH

GLH fournit GL. ſin GLM = GH. ſin LHF = GH ſin Φ. Or ayant LF = v, il ſera FH = $\frac{v}{\text{tang}\,\Phi}$, donc GH = $e - \frac{v}{\text{tang}\,\Phi}$, & partant GL. ſin GLM = e ſin $\Phi - v$ coſ Φ. Par conſéquent la force du vent ſur la ligne MM ſera = $y\,(e \text{ ſin } \Phi - v \text{ coſ } \Phi)^2$, & ſi les lettres e & v marquent le nombre de pieds, qui leur convient par ſeconde, cette force ſera égale au poids d'un volume d'air $= \frac{2}{125}\,y\,(e \text{ ſin } \Phi - v \text{ coſ } \Phi)^2$. Mais comme l'air eſt environ 800 fois plus leger que l'eau, cette force ſe réduira à une maſſe d'eau, dont le volume $= \frac{1}{50000}\,y\,(e \text{ ſin } \Phi - v \text{ coſ } \Phi)^2$ en pieds quarrés, ſuppoſé que la largeur de l'aile MM = y ſoit auſſi exprimée en pieds, car comme nous ne conſidérons qu'une ligne, il manque encore à l'effet une dimenſion pour en avoir trois.

XLVI. Mais la direction de cette force étant perpendiculaire ſur l'aile, elle pouſſera ſelon la direction LN, l'angle BLN étant = DLM = Φ: il faut donc faire la réduction de cette force ſur la direction LB, ſelon laquelle le point L ſe meut, & alors la force du vent, qui ſollicite la ligne MM dans la direction LB ſera $= \frac{y \text{ coſ } \Phi}{50000}\,(e \text{ ſin } \Phi - v \text{ coſ } \Phi)^2$: & ſi nous donnons à cette ligne MM une largeur infiniment petite dx, ſur laquelle le vent agiſſe avec la même force, alors la force, qui en réſulte pour faire tourner l'aile ſelon la direction LB ſera $= \frac{y\,dx \text{ coſ } \Phi}{50000}\,(e \text{ ſin } \Phi - v \text{ coſ } \Phi)^2$ en pieds cubiques d'eau. Cette formule étant trouvée, il ne ſera pas difficile d'en faire l'application à celle, qui agit ſur une aile entiére d'un moulin à vent.

Fig. 5. XLVII. Soit donc OAABB une aile entiere d'un moulin à vent, & O l'axe, autour duquel l'aile tourne, en sorte que l'axe tombe dans la direction du vent. Soit la longueur entiere de cette aile $OCD = f$, & en prenant une partie quelconque $OL = x$, soit la largeur qui y répond $MLM = y$, & l'inclinaison de la direction du vent sur l'élément $MMmm$ soit $= \Phi$. De plus soit u la vitesse de l'aile au point D, & puisque $u : f = v : x$, la vitesse au point L sera $v = \frac{xu}{f}$; donc la force du vent sur l'élément $MMmm = ydx$ selon la direction de son mouvement sera $= \frac{ydx \cos\Phi}{50000}\left(e \sin\Phi - \frac{xu}{f}\cos\Phi\right)^2$ en pieds cubiques d'eau, prenant e pour l'espace en pieds, que le vent parcourt dans une seconde. Cette force élémentaire étant multipliée par la vitesse $\frac{xu}{f}$, que l'aile a dans cet endroit, donnera l'élément du moment de mouvement de la force du vent sur l'aile, qui sera $= \frac{xyudx \cos\Phi}{50000 f}\left(e \sin\Phi - \frac{xu}{f}\cos\Phi\right)^2$.

XLVIII. Soit comme l'on fait ordinairement l'angle Φ par toute la longueur de l'aile le même, & que l'aile ait aussi par tout la même largeur $AA = BB = h$: à cause de $y = h$ l'élément du moment de mouvement sera :

$$\frac{hu \cos\Phi}{50000 f} . xdx\left(ee \sin\Phi^2 - \frac{2eux}{f}\sin\Phi\cos\Phi + \frac{uuxx}{ff}\cos\Phi^2\right)$$

dont l'intégrale sera :

$$\frac{hu \cos\Phi}{50000 f}\left(\tfrac{1}{2}eexx \sin\Phi^2 - \frac{2eux^3}{3f}\sin\Phi\cos\Phi + \frac{uux^4}{4ff}\cos\Phi^2 - C\right)$$

cette constante C doit être telle que posant $x = OC$, l'intégrale évanouïsse. Soit $OC = k$, & cette constante sera :

$C =$

$$C = \tfrac{1}{2}\, eekk \sin\Phi^2 - \frac{2\,euk^3}{3f} \sin\Phi \cos\Phi + \frac{uuk^4}{4ff} \cos\Phi^2 .$$

Posons maintenant $x = OD = f$: & le moment de mouvement sur toute l'aile sera :

$$\frac{hu\cos\Phi}{50000f}\left(\tfrac{1}{2}ee(ff-kk)\sin\Phi^2 - \frac{2eu}{3f}(f^3-k^3)\sin\Phi\cos\Phi + \frac{uu}{4ff}(f^4-k^4)\cos\Phi^2\right)$$

& si le moulin est garni de quatre telles ailes, le moment de mouvement de la force du vent sera :

$$Fa = \frac{hu\cos\Phi}{12500f}\left(\tfrac{1}{2}ee(ff-kk)\sin\Phi^2 - \frac{2eu}{3f}(f^3-k^3)\sin\Phi\cos\Phi + \frac{uu}{4ff}(f^4-k^4)\cos\Phi^2\right).$$

XLIX. Donc, pour que ce moment devienne le plus grand qu'il est possible, on trouvera la vitesse u, dont les ailes doivent tourner à leurs extrémités D. Car prenant les differentiels, en supposant la seule quantité u variable, on aura :

$$\tfrac{1}{2}ee(ff-kk)\sin\Phi^2 - \frac{4eu}{3f}(f^3-k^3)\sin\Phi\cos\Phi + \frac{3uu}{4ff}(f^4-k^4)\cos\Phi^2 = o,$$

d'où l'on tire :

$$u = \frac{ef\tang\Phi}{9(f^4-k^4)}\left(8(f^3-k^3) \pm (f-k)\sqrt{(10f^4+20f^3k+84ffkk+20fk^3+10k^4)}\right).$$

Du signe ambigu $\pm$ il faut que l'inférieur $-$ ait lieu: car le supérieur donne le cas, où l'aile echappe presque tout à fait à l'impulsion du vent, ce qui est un cas où le moment du mouvement devient le plus petit, comme l'autre a lieu si $u = o$. Donc, pour que ce moment soit le plus grand, il faut faire valoir le signe inférieur $-$, de sorte que le signe radical devienne soutractif.

L. Puisque la distance $OC = k$ est ordinairement extrêmement petite par rapport à la longueur entiere des ailes $OD = f$, nous pourrons poser $k = o$, & nous obtiendrons :

$u =$

$$u = \frac{e \,\text{tang}\, \Phi}{9}(8 \pm \sqrt{10})$$

soit pour abréger $\frac{8 \pm \sqrt{10}}{9} = \delta$, de sorte que $u = \delta e \,\text{tang}\, \Phi$, & le moment du mouvement de toute la force du vent deviendra :

$$F\alpha = \frac{\delta e^3 fh \sin \Phi^3}{12500}\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{3}\delta + \tfrac{1}{4}\delta\delta\right) = \frac{\delta e^3 fh \sin \Phi^3}{12500} \cdot \frac{11 \mp 2\sqrt{10}}{81}$$

donc $F\alpha = \frac{68 \mp 5\sqrt{10}}{729} \cdot \frac{e^3 fh \sin \Phi^3}{12500}$,

d'où l'on voit que le signe inférieur donne le plus grand moment du mouvement. Ainsi il faut établir la vitesse de l'extrémité des ailes

$$u = \frac{8 - \sqrt{10}}{9} \cdot e \,\text{tang}\, \Phi = 0,537525\, e \,\text{tang}\, \Phi, \text{ \& l'on aura :}$$

$$F\alpha = \frac{68 + 5\sqrt{10}}{729} \cdot \frac{e^3 fh \sin \Phi^3}{12500} \cdot = \frac{e^3 fh \sin \Phi^3}{108726}.$$

LI. Il semble de là que plus l'angle Φ seroit grand, plus aussi forte seroit l'action du vent, & qu'elle deviendroit la plus grande, si l'angle Φ étoit pris droit ; mais il faut considérer, que la vitesse u deviendroit alors infinie : or on comprend aisément, que ce cas seroit inexécutable, à cause de $\alpha = \infty$ & $F = o$. On prend communément cet angle de $55°$, de sorte que tang $\Phi = \sqrt{2}$, & dans ce cas on aura :

$$u = 0,760018\, e$$

& $$F\alpha = \frac{e^3 fh}{199743}.$$

Or si l'on mettoit $\Phi = 60°$, on auroit :

$$u = 0,93102\, e$$

& $$F\alpha = \frac{e^3 fh}{167395}.$$

Mais

Mais si l'on ne faisoit cet angle Φ que de $45°$, on auroit:

$$u = 0,53752\,e$$

& $$F\alpha = \frac{e^3fh}{307525}.$$

XLII. Supposons donc qu'on employe un moulin à vent pour élever de l'eau à l'aide des pompes, & que le plan des ailes fasse avec la direction du vent un angle $\Phi = 54°, 45'$ ou donc la tangente soit $= \sqrt{2}$. Et puisque la vitesse à la distance $= f$ de l'axe est $= 0,76018\,e$ pieds par seconde, la circonference étant $= 2\pi f$, les ailes doivent faire une révolution entiere en $\frac{2\pi f}{0,76018\,e}$ secondes $=$ $8,2654\,\frac{f}{e}$ secondes. Posons comme auparavant, que pendant une révolution des ailes chaque piston joue μ fois, & le tems du jeu sera $\frac{8,2654f}{\mu e} = t$ secondes, donc $\frac{2b}{i\alpha} = \frac{8,2654f}{\mu e}$, & partant

$$i = \frac{2\mu be}{8,2654\,\alpha f} = \frac{0,24197\,\mu be}{\alpha f}.$$

d'où l'on trouvera les déterminations suivantes,

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{0,01972\,\mu e.\,F\alpha.\,l}{fccgg}\right)}$$

& $$a = \sqrt{\frac{5,2617f.\,F\alpha}{\lambda\mu nbeg}}.$$

LIII. Or dans le cas, que nous supposons, nous avons trouvé $F\alpha = \frac{e^3fh}{199743}$, laquelle valeur étant substituée donne

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \surd\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu e^4 hl}{10128960 ccgg}\right)$$

$$\& \; a = \surd \frac{eeffh}{37962 \lambda \mu n b g} = \frac{ef}{195} \surd \frac{h}{\lambda \mu n b g}$$

D'où l'on déterminera les quantités a, b, c, & μ, en ſorte que la valeur de λ devienne la plus petite. Alors non ſeulement la preſſion ſur les tuyaux en bas, qui vaut la hauteur $= \lambda g$, ſera la plus petite, mais auſſi la quantité d'eau élevée dans une heure $M = \frac{3600 e^3 fh}{199743 \lambda g}$ ſera auſſi la plus grande. Or il ſera $M = \frac{e^3 fh}{55\frac{1}{4} \lambda g}$ pieds cubiques; où il faut ſe ſouvenir, que e marque la viteſſe du vent, f la longueur des ailes, & h la largeur; & que les ailes doivent achever leurs révolutions en $8{,}2654 \frac{f}{e}$ ſecondes.

5. *De l'application la plus avantageuſe des forces d'une nature quelconque.*

LIV. De quelque nature que ſoit la force, par laquelle on veut mettre la machine, qui doit élever de l'eau, en mouvement, il y a toujours un certain degré de viteſſe, ſous lequel le moment de cette force devient le plus grand. Soit donc α ce degré de viteſſe, comme nous avons ſuppoſé jusqu'ici, & F la force même, de ſorte que $F\alpha$ ſoit ce plus grand moment, & que cette force agiſſe, comme il ſe pratique ordinairement, ſur une rouë dont le rayon ſoit $= r$. La circonference ſera donc $= 2\pi r$, que la force décrira en $\frac{2\pi r}{\alpha}$ ſecondes. Que les piſtons des pompes achevent μ jeux pendant chaque tour

tour de la roue, & le tems d'un jeu sera $= \frac{2\pi r}{\mu\alpha}$ secondes. Ce tems ayant été cy-dessus déterminé de $\frac{2b}{i\alpha}$ secondes, nous aurons $\frac{b}{i} = \frac{\pi r}{\mu}$, & $i = \frac{\mu b}{\pi r}$.

LV. Pour la quantité d'eau, qui sera élevée dans une heure elle sera, comme auparavant, $M = \frac{3600\, F\alpha}{\lambda g}$ pieds cubiques, & la pression sur le tuyau en bas $= \lambda g$. Or mettant pour i la valeur trouvée, celle de λ se trouvera par cette formule :

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{0{,}0815\, \mu F \alpha\alpha l}{\pi r ccgg}\right)}$$

& depuis le diametre des pompes sera

$$a = \sqrt{\frac{1{,}2732\, \pi r F}{\lambda\mu n bg}}$$

où $2n$ marque le nombre des pompes. Et si nous posons pour π sa valeur $3{,}14159$ ces formules deviendront

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu F \alpha\alpha l}{38{,}547\, r ccgg}\right)}$$

$$a = \sqrt{\frac{4 r F}{\lambda\mu n bg}} = 2\sqrt{\frac{F r}{\lambda\mu n bg}}$$

ou il sera $aab = \frac{4 F r}{\lambda\mu\, ng}$, quantité proportionelle à la capacité d'une pompe.

LVI. Comme le nombre $1{,}2732$ étant multiplié par π produit exactement 4, il sera à propos de rechercher de même l'origine du nombre 0,0815, pour voir d'un coup d'œil, de quels nombres il eſt réſulté. Or ſi nous remontons ſucceſſivement à la premiére ſource, nous verrons, que tant la réduction du tems en ſecondes que le rapport du diametre à la circonference y concourent. Car les origines ſucceſſives ſe trouvent :

$$\text{I. } 0{,}0815 = \frac{1}{12{,}272}\;;\quad \text{II. } 12{,}272 = \frac{2}{0{,}16297}$$

$$\text{III. } 0{,}16297 = \frac{2.\,0{,}8968^2}{\pi\pi}\;;\quad \text{IV. } 0{,}8968 = 2.\,0{,}4484$$

$$\text{V. } 0{,}4484 = \frac{1800\,\pi}{12611}\;;\quad \text{VI. } 12611 = 2.\,3557\sqrt{\pi}$$

$$\text{VII. } 3557 = \frac{900.\,125}{\sqrt{1000}}\;;\quad \text{VIII. } 900 = \tfrac{1}{4}.\,3600$$

Donc, ſi nous remettons ces valeurs, nous en obtiendrons les valeurs originaires de ces nombres :

$$12611 = \frac{1800.\,125\sqrt{\pi}}{\sqrt{1000}}\;;\ 0{,}4484 = \frac{\sqrt{1000\pi}}{125}\;;\ 0{,}8968 = \frac{2}{125}\sqrt{1000\pi}$$

$$0{,}16297 = \frac{2}{\pi\pi}.\frac{4}{125^2}.\,1000\pi = \frac{8000}{125^2\pi} = \frac{64}{125\pi}\;;\quad 12{,}272 = \frac{125\,\pi}{32}$$

& enfin $0{,}0815 = \dfrac{32}{125\,\pi}$.

LVII. Si donc le moment de la force $F\alpha$ eſt donné, & que chaque piſton faſſe μ jeux, pendant une révolution de la rouë principale, à laquelle la force F eſt appliquée, nous aurons :

I. $\lambda = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{32\mu F\alpha\alpha l}{125\pi\pi r ccgg}\right)}$

II. $a = 2\sqrt{\frac{F r}{\lambda\mu n b g}}$.

III. La preſſion au bas des tuyaux montans $p = \lambda g$

IV. La quantité d'eau élevée par heure $= \frac{3600 F\alpha}{\lambda g}$.

V. Le tems d'un jeu de piſtons ſera $= \frac{2\pi r}{\mu\alpha}$ ſecondes.

Où il faut ſe ſouvenir, que α marque le chemin, que la force F étant appliquée à la diſtance r de la rouë, fait par ſeconde, c eſt le diametre du tuyau montant, g la hauteur du réſervoir à laquelle l'eau doit être élevée, l la longueur des tuyaux de conduite, $2n$ le nombre des pompes, a le diametre de chaque pompe, & b leur hauteur, ou plutôt l'etenduë du jeu des piſtons, toutes ces quantités étant expoſées en pieds de Rhin.

LVIII. Il faut donc ſatisfaire aux conditions marquées dans les *numeros* I & II en y réglant la machine, pour que la force F appliquée à la diſtance r de la rouë principale puiſſe ſe mouvoir avec la viteſſe preſcrite α, & par là imprimer à la machine le mouvement convenable. Or j'ai fait voir, de quelque force qu'on ſe ſerve pour cet effet, que la quantité même de la force dépend du degré de viteſſe, dont elle ſe meut, & qu'il y a un tel degré de viteſſe, auquel répond le plus grand moment de mouvement de cette force, qu'il eſt toujours avantageux d'employer dans la pratique; puiſque par ce moyen on eſt en état d'élever la plus grande quantité d'eau dans un tems donné, pourvu qu'on rende la valeur de λ auſſi petite, qu'il ſera poſſible. Voyons donc par rapport aux differentes eſpeces des forces, quelles ſeront les conditions, ſur lesquelles il faudra régler la machine.

LIX. Suppoſons donc 1°. qu'on veuïlle employer m hommes à la machine, qui appliquent leurs forces à la diſtance r de la roue: & nous avons vû que leur moment ſera le plus grand, ſi leur viteſſe eſt de deux pieds par ſeconde, de ſorte qu'il ſoit $\alpha = 2$, & la force même vaudra $\frac{3}{8}\, m$ pieds cubiques d'eau; il ſera donc $F\alpha = \frac{3}{4}\, m$, & $F\alpha\alpha = \frac{3}{2}\, m$. Pour mettre la machine en état que ces m hommes puiſſent marcher avec la viteſſe $\alpha = 2$, il la faudra régler ſur les conditions ſuivantes:

$$\text{I.}\quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{48\,\mu m l}{125\,\pi\pi r cc gg}\right)}.$$

$$\text{II.}\quad a = 2\sqrt{\frac{3\,mr}{8\,\lambda\mu nbg}} = \sqrt{\frac{3\,mr}{2\,\lambda\mu nbg}}.$$

Et alors il ſera:

la preſſion dans les tuyaux en bas $= \lambda g$

la quantité d'eau fournie par heure $= \dfrac{2700\,m}{\lambda g}$ pieds cubiques

& le tems d'un jeu de piſtons $= \dfrac{\pi r}{\mu}$.

LX. Suppoſons 2°. qu'on veuïlle employer m chevaux pour mettre la machine en mouvement, & leur moment ſera le plus grand, ſi leur viteſſe eſt de 4 pieds par ſecondes. Nous aurons donc $\alpha = 4$ & la force ſera $F = \frac{8}{3}\, m$: ou, de peur que cette force ait été ſuppoſée trop grande, poſons ſeulement $F = \frac{5}{2}\, m$; de ſorte que $F\alpha = 10\, m$ & $F\alpha\alpha = 40\, m$: & la machine doit être réglée ſuivant ces formules:

$$\text{I.}\quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{1280\,\mu m l}{125\,\pi\pi r cc gg}\right)}.$$

$$\text{II.}\quad a = 2\sqrt{\frac{5\,mr}{2\,\lambda\mu nbg}} = \sqrt{\frac{10\,mr}{\lambda\mu nbg}}.$$

Or la machine ſe trouvant dans cet état, les chevaux pourront ſuivre leur mouvement de 4 pieds par ſeconde, & la preſſion dans les tuyaux

en

en bas vaudra la hauteur $=\lambda g$ & la quantité d'eau fournie par heure $=\frac{36000m}{\lambda g}$ & le tems d'un jeu de piſtons ſera $=\frac{\pi r}{2\mu}$ ſecondes. D'où l'on voit qu'un cheval vaut plus que 13 hommes dans cet ouvrage, le reſte étant égal.

LXI. Suppoſons en troiſième lieu, qu'on ſe ſerve de la force d'un courant d'eau, qui vienne frapper ſur une rouë, dont

la longueur des aubes ſoit $=f$ pieds
la hauteur des aubes ſoit $=h$ pieds

& que la viteſſe de la riviere ſoit de e pieds par ſeconde: ſoit le rayon de la rouë juſqu'au centre des forces de l'eau $=r$, & pour que le moment ſoit le plus grand, il faut qu'il ſoit $\alpha=\frac{1}{3}e$, & il ſera

$$F=\frac{8}{1125}eefh;\ \text{donc}\ F\alpha=\frac{8}{3375}e^3fh\ \&\ F\alpha\alpha=\frac{8}{10125}e^4fh.$$

De là les conditions de la machine ſeront:

$$\text{I.}\quad \lambda=\tfrac{1}{2}+\sqrt{\left(\tfrac{1}{4}+\frac{256\mu e^4fhl}{125.10125\pi\pi rccgg}\right)}.$$

$$\text{II.}\quad a=2\sqrt{\frac{8eefhr}{1125\lambda\mu nbg}}\quad \text{ou}\quad a^2b=\frac{32eefhr}{1125\lambda\mu ng}.$$

Et il deviendra $p=\lambda g$, $M=\frac{128}{15}.\frac{e^3fh}{\lambda g}$ pieds cubiques

& le tems d'un jeu de piſtons $t=\frac{6\pi r}{\mu e}$.

LXII. Soit maintenant 4°. la force du vent, qui doive mettre la machine en mouvement, & qu'on ſe ſerve pour cet effet d'un moulin garni de quatre ailes, dont chacune ait f pieds de longueur ſur h pieds de largeur, & que la ſurface des ailes faſſe avec l'axe ou la direction du vent un angle $=\Phi$. Cela poſé, ſi la viteſſe du vent eſt de e pieds par ſeconde, le moment de la force du vent ſera le plus grand, ſi la viteſſe des extrémités des ailes eſt: $=$

$$= \frac{8-\sqrt{10}}{9}\, e \text{ tang } \Phi = 0,537525\, e \text{ tang } \Phi;$$

& alors le moment ſera :

$$F\,\alpha = \frac{68+5\sqrt{10}}{729} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{12500} = \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{108726}.$$

Poſons donc $\alpha = \frac{8-\sqrt{10}}{9}\, e \text{ tang } \Phi = 0,537525\, e \text{ tang } \Phi$,

& le rayon $r = f$, puiſque la viteſſe α répond à ce rayon f, & les formules ſupérieures donneront les conditions requiſes. D'où il s'enſuit que la quantité d'eau fournie dans une heure ſera :

$$M = \frac{4(68+5\sqrt{10})}{81.125} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{\lambda g} = \frac{10}{302} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{\lambda g}.$$

LXIII. Les valeurs de $F\alpha$ & α état multipliées & diviſées enſemble donneront :

$$F\alpha\alpha = \frac{e^4 f h \sin\Phi^4}{202271 \operatorname{cof}\Phi}, \;\&\; F = \frac{eefh \sin\Phi^4 \operatorname{cof}\Phi}{58443}.$$

Donc les conditions du meilleur état de la machine feront :

$$\text{I.} \quad \lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{\mu e^4 h l \sin\Phi^4}{790121\, \pi\pi ccgg \operatorname{cof}\Phi}\right)}.$$

$$\text{II.} \quad a = 2\sqrt{\frac{eeffh \sin\Phi^2 \operatorname{cof}\Phi}{58443\, \lambda\mu n b g}}.$$

Le tems du jeu des piſtons ſera donc :

$$t = \frac{\pi f}{0,26876\, \mu e \text{ tang } \Phi} \text{ ſecondes}, = \frac{11,6892 f}{\mu e \text{ tang } \Phi},$$

d'où l'on pourra en chaque cas propoſé définir la plus avantageuſe diſpoſition de toute la machine.

MAad pag. 184.

Tab. II

Fig. 1.

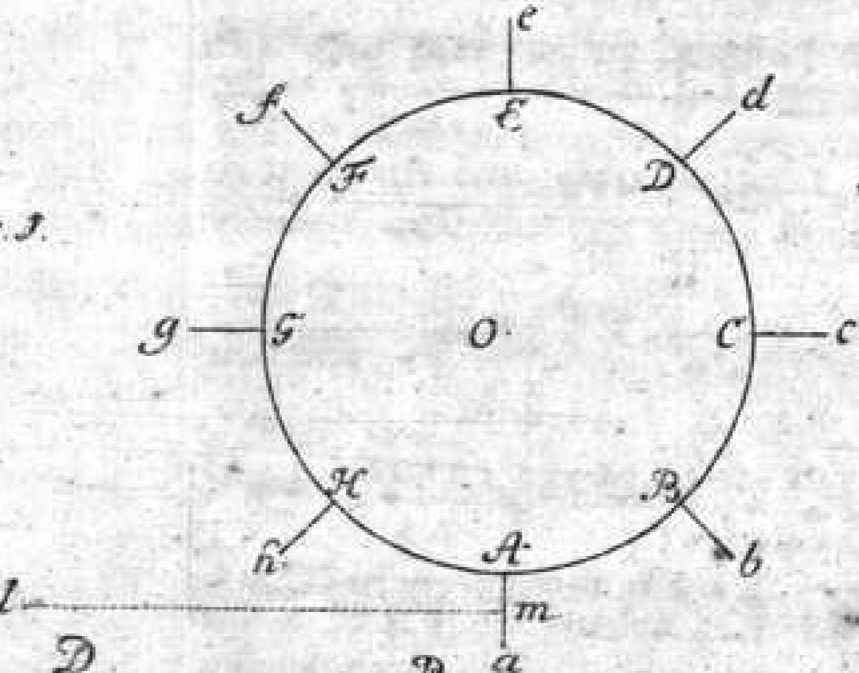


Fig. 2.

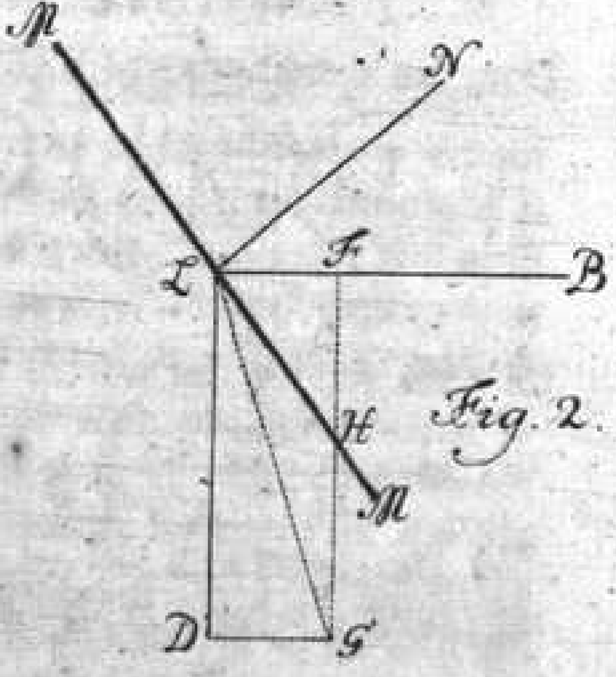
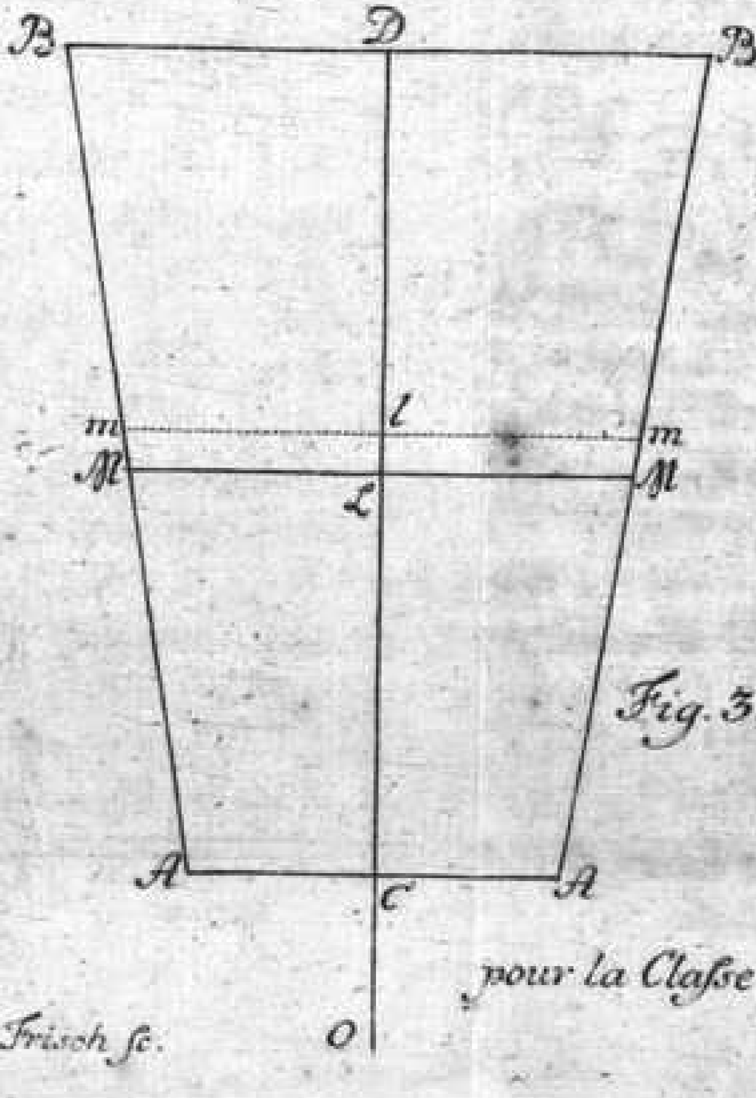


Fig. 3.



pour la Classe des Mathematiques du Tom. VIII.

Frisch sc.