



1750

Sur l'atmosphère de la lune prouvée par la dernière eclipse annulaire du soleil

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

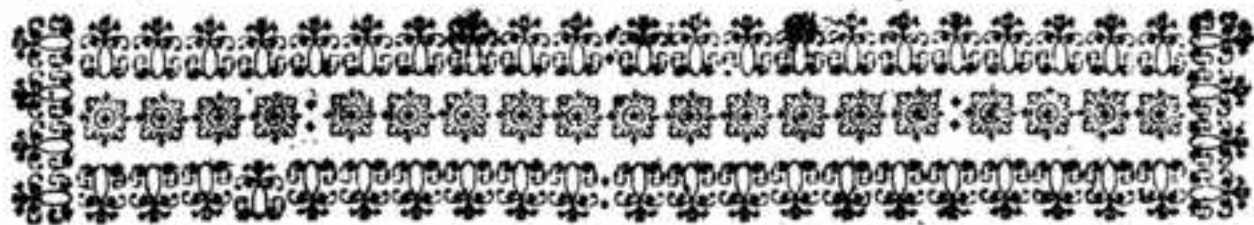
Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Sur l'atmosphère de la lune prouvée par la dernière eclipse annulaire du soleil" (1750). *Euler Archive - All Works*. 142. <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/142>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.



SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE

PROUVEE PAR LA DERNIERE ECLIPSE ANNULAIRE

DU SOLEIL.

PAR M. EULER.

Traduit du Latin.



I.

EN observant les momens de l'Eclipse du Soleil que nous eûmes ici le 25 Juillet 1748. & en rendant compte de mes observations *, je n'avois eu pour but que d'arriver à une détermination plus exacte du véritable mouvement de la Lune & de sa parallaxe. Mais il n'a pas laissé de se présenter dans le cours de l'Observation de cette Eclipse quelques autres Phénomènes remarquables, qui ne dépendoient, ni du mouvement de la Lune, ni de sa parallaxe, mais qui sembloient donner à connoître la réalité de la réfraction des rayons qui rasent les bords de la Lune, & décider cette question agitée depuis long tems parmi les Astronomes; Si la Lune est environnée d'une Atmosphere, ou non? C'est ce qui m'engage à examiner ici plus exactement les phénomènes de cette espece, que j'ai observés pendant cette Eclipse, & à en rechercher les causes.

* Voy *Memoir.* de 1747. p. 250 & suiv.

II. Pour observer cette Eclipse avec plus de succès, & soumettre à la mesure tout ce qu'elle offriroit de remarquable, j'avois préparé dans ma maison une chambre obscure, qui regardoit le Midi, & ayant

ayant dirigé vers le Soleil, par un trou pratiqué à la fenêtre, un tube Astronomique de 9 pieds, je reçus l'image de cet astre sur un papier blanc. J'affermis ce papier perpendiculairement à l'axe de la Lunette à une distance, telle que l'image du Soleil remplit exactement un cercle qui y étoit tracé, & je tirai ce tube jusqu'à ce que l'image fut représentée de la manière la plus distincte sur le papier, & qu'on put discerner clairement toutes les taches du Soleil, dont plusieurs étoient visibles sur son disque. La Machine étoit construite de telle sorte, que tandis que le tube suivoit continuellement le mouvement du Soleil, le papier par un mouvement semblable, conservoit toujours la même distance à l'égard du tube, de sorte que l'image du Soleil demeurait constamment dans le cercle tracé sur le papier.

III. La Machine étant ainsi montée, & l'image du Soleil s'y montrant tout de suite aux yeux, j'attendis l'arrivée de l'Eclipse, dont de petits nuages qui couvroient fréquemment le Soleil ne permirent pas d'observer le commencement. Il restoit même peu d'espérance d'observer les phases suivantes de l'Eclipse, le Ciel se couvrant de plus en plus de nuages. Cependant contre notre attente on put fort bien observer les principales phases, & sur tout l'anneau pendant toute sa durée. Comme les momens en ont été déterminés avec beaucoup de précision par M. Kies, * & qu'il en a fait son rapport à l'Académie, je ne les répéterai pas ici, me bornant uniquement aux choses qui se rapportent au but de ce Mémoire.

* Voy. le Mémoire précédent.

IV. La Lune étant déjà entrée dans le disque du Soleil au delà de la moitié, de sorte que la figure du Soleil paroïssoit déjà semblable à la Lune vers ses quadratures, & que l'angle qui fermoit ses cornes, devenoit fort aigu, je remarquai premièrement que le disque du Soleil ne demuroit plus compris dans le cercle tracé sur notre papier, mais que les pointes des cornes en sortoient, quoique le bord du Soleil le plus éloigné de ces pointes demeurât cependant toujours dans les limites exactes du cercle. Ce Phénomène se présentoit tel qu'on le voit Fig. I. où AEDEA est le cercle tracé sur le papier, & GAGBG la figure du Soleil éclipse, dont les pointes G, G, s'étendoient de part & d'autre au delà du cercle, en sorte que les peti-

tes

tes portions $EF G$ débordoient, tandis que le reste du bord $E A E$ étoit encore dans une exacte congruence.

V. Ces pointes G, G , continuoient à déborder de plus en plus hors du cercle, à mesure que les angles $G \& G$ des pointes devenoient plus aigus, jusqu'à ce qu'enfin ces pointes se réunirent, & le Soleil se montra sous la forme annulaire, où son disque forma sur le papier un cercle beaucoup plus grand, que celui dans lequel il avoit été d'abord exactement renfermé. Vers le milieu de la durée de cet anneau, on voyoit sa figure peinte sur le papier, telle qu'elle est représentée Fig. 2. où $A Z B N$ est le disque du Soleil, dont le point du sommet est en Z , & le point opposé en N , par lequel est menée la droite horizontale $A B$, dont l'extrémité A regarde l'Orient, & l'autre extrémité B l'Occident : $a z b n$ est le disque de la Lune & la droite $E F$ qui passe par les centres $C \& c$ du Soleil & de la Lune, paroît être distante de la verticale $Z N$ d'un angle d'environ 40° , car je n'ai pas pris la mesure exacte de cet angle, étant plus attentif à d'autres phénomènes. La plus grande largeur de l'anneau étoit $F f$, & la moindre $E e$, qui étoit estimée égale à peu près à la quatrième partie de $F f$.

VI. Par le calcul Astronomique j'ai trouvé pour ce tems le demi-diamètre apparent du Soleil $= 952''$ & le demi-diamètre de la Lune $= 898''$; lesquelles mesures, (avant que le disque du Soleil eût souffert la dilatation qui lui arriva vers le tems, où l'anneau commença à se former,) s'accordent assez exactement avec l'observation, en sorte qu'ici la Théorie n'a aucun besoin d'être corrigée. Je conclus outre cela de la durée de l'anneau, que la distance moindre des centres du Soleil & de la Lune devoit avoir été de $53''$ environ; d'où, si l'on suppose que le disque du Soleil n'ait souffert aucun accroissement dans la région $F f$, où étoit la plus grande largeur de l'anneau, puisque nous avons vu que cet accroissement est seulement arrivé dans les endroits, où les bords du Soleil & de la Lune se touchoient réciproquement de plus près, $C F$ étoit $= 952''$, $c f = 898''$ & $C c = 53$, & par conséquent $C f = 845$, & à cause de cela la plus grande largeur de l'anneau $F f = 107''$, ce qui s'accorde assez exactement avec la figure de l'anneau que nous avons tracée.

VII. Il paroît de là, si le disque du Soleil ne s'étoit pas elargi vers la moindre largeur de l'anneau en Ee , quelle auroit dû être cette largeur Ee . Car si on pose $CE = 952''$, à cause de $ce = 898''$ & $Ce = 951''$, la moindre largeur de l'anneau seroit $= 1''$; & cependant elle m'a manifestement paru égale à environ la quatrième partie de la plus grande largeur Ff . La largeur Ee étoit donc à peu près $= 26''$ quoiqu'elle n'eût cependant pas du avoir plus d'une seconde, si le disque de Soleil n'avoit souffert aucune dilatation. A Francfort sur l'Oder M. *Polack* a observé le même phénomène, & la distance des centres du Soleil & de la Lune y étoit encore moindre qu'ici. Car l'anneau y ayant duré 4', j'en conclus que la moindre distance des centres a été d'environ $35''$, la plus grande largeur de l'anneau ayant été $89''$, & la moindre $19''$. Mais la moindre largeur étoit estimée comme sousdouble de la plus grande, & par conséquent de $44''$, en sorte qu'à Francfort de même qu'ici, le disque du Soleil étoit dilaté de $25''$, vers les endroits où la largeur de l'anneau étoit la moindre.

VIII. De là naît donc cette Question: *Quelle a été la cause de la dilatation du disque du Soleil, dans les endroits où le bord de la Lune le touchoit presque intérieurement?* Pour la quantité de cette dilatation, que j'ai estimée $25''$, je ne la crois pas si certaine, qu'il ne puisse s'y être glissé une erreur de plusieurs secondes: car, premièrement la largeur de l'anneau n'a pu être si exactement mesurée; & ensuite les couleurs dont le bord du Soleil & celui de la Lune, étoient constamment revêtus, le premier de violet, & l'autre de rouge, empêchoient de discerner les extrémités de ces bords. Malgré tout cela il ne sauroit demeurer aucun doute, que la moindre largeur de l'anneau n'ait surpassé ici $10''$, & il est à propos d'examiner quelle peut avoir été la cause de sa dilatation.

IX. La Question revient donc à ceci, c'est que nous expliquions, pourquoi l'extrémité du bord du Soleil A , qui étant vu par le rayon, AT , qui frise la Lune au point M devoit paroître contigue de la Lune, n'est pourtant pas vu en A , mais en a , le spectateur étant supposé en T ; de sorte que le lieu apparent de ce point diffère de son vrai lieu de l'angle ATa , que nous avons trouvé de $25''$, quoique nous l'esti-

mions

mions un peu plus petit? C'est en rendant raison de cela, qu'on fera comprendre, comment il peut arriver, que lorsque l'anneau ne devoit plus avoir de largeur, ou presque plus, cette largeur reçoit cependant un accroissement d'autant de secondes, qu'en contient l'angle ATa . Car si le bord du Soleil s'éloigne de cette maniere de celui de la Lune, dont il est tout à fait près, il est clair que c'est la même cause, en vertu de laquelle les cornes du Soleil s'étendent avant & après l'anneau, & qu'il faut que la largeur de l'anneau même souffre une dilatation, dans l'endroit où elle est la moindre.

X. Avant que d'entreprendre l'explication de ce phenomene, il convient d'ecarter d'abord une opinion, qui au premier coup d'oeil n'est pas dénuée de probabilité. Ceux qui ont appris par la description des autres Eclipses annulaires du Soleil, que les deux largeurs de l'anneau, la plus grande & la plus petite, font ensemble une somme, plus grande que la difference entre les diametres apparens du Soleil & de la Lune; ceux, dis-je, auxquels cette observation est connue, ont soupçonné pour l'ordinaire que, dans l'Eclipse annulaire de Soleil, le diametre de la Lune paroît un peu moindre, qu'il ne feroit, si on le voyoit hors du Soleil. Mais de la maniere, dont nous avons procédé à l'observation, il étoit parfaitement clair que la Lune n'avoit point souffert de diminution, mais que c'étoit le Soleil qui avoit reçu quelque accroissement. Car ceux qui pendant l'Eclipse même ont mesuré le diametre de la Lune, l'ont trouvé parfaitement conforme au calcul.

XI. Pour revenir donc à cet aggrandissement du disque du Soleil, observé pendant l'Eclipse annulaire, on s'apperçoit d'abord, & par une legere attention à ce phenomene, que la cause doit en être cherchée dans la réfraction des rayons qui rasent le corps de la Lune. En effet on comprend aisément, que si la Lune étoit environnée de quelque Atmosphere semblable à la notre, il devroit à cause de la réfraction des rayons qui la traversent obliquement, en résulter pleinement le même phénomène, qui consiste dans la déflexion des rayons. Non seulement donc il ne paroît rester aucun doute, qu'on doive attribuer à la Lune une certaine Atmosphere, mais on peut aussi déter-

miner la densité même de cette Atmosphere par la quantité de la réfraction.

Fig. 4.

XII. Soit donc le corps de la Lune EMF ceint d'une Atmosphere déliée PQR, que nous supposerons être de la même densité dans toute sa hauteur, quoique sans doute elle devienne, comme celle de la Terre, toujours plus rare, à mesure qu'elle s'éloigne de la surface, jusqu'à ce qu'enfin elle se confond insensiblement avec l'ether, qui remplit tout l'espace celeste. Car comme nous savons par d'autres phenomenes, que l'Atmosphere de la Lune est très subtile, en comparaison de celle dont la Terre est environnée, nous pourrions négliger sans erreur la diverse rareté qui peut y avoir lieu, suivant les diverses distances de la surface de la Lune. Cela posé, chaque rayon de lumiere qui entre dans l'Atmosphere de la Lune, souffrira une certaine réfraction, après laquelle il traversera l'Atmosphere en ligne droite, & lorsqu'il en sortira de nouveau pour rentrer dans l'ether, il éprouvera une nouvelle réfraction semblable à la premiere.

XIII. Considerons à présent le rayon de lumiere SP, partant du point S, soit que ce soit une Etoile, ou une particule appartenante au Soleil, lequel rayon tombe dans l'Atmosphere de la Lune en P, de maniere qu'après la réfraction il rase la surface de la Lune en M. Le spectateur donc placé au point M de la Lune, n'apperçoit pas à cause de la réfraction le point S dans son vrai lieu, mais en σ , & ce point lui sera représenté dans le Ciel par le rayon MP prolongé après la réfraction. Or comme cette droite MP, parce qu'elle touche la surface de la Lune, représente l'horizon Lunaire, le spectateur placé en M appercevra un point lumineux dans l'horizon, lorsque ce point est encore effectivement caché sous l'horizon à l'angle SP σ ; cet angle SP σ sera donc égal à la réfraction horizontale, que les habitans de la Lune doivent sentir. Appellons donc cet angle SP σ , ou la réfraction horizontale vue dans la Lune $= \alpha$, jusqu'à ce que nous puissions définir sa valeur avec plus de précision.

XIV. De plus, que ce rayon PM traverse toute l'Atmosphere de la Lune, & qu'il souffre une nouvelle réfraction en Q, où il entre
dans

dans l'ether, d'où suivant la ligne droite QT il parvienne jusqu'à la Terre, & frappe l'oeil de l'observateur en T . Cet observateur jugera donc que le point lumineux, d'où ce rayon partoît, est dans la direction prolongée TQ , & par conséquent situé en s . Mais, si la Lune n'avoit pas été placée entre deux, l'observateur auroit apperçu ce même point dans son vrai lieu S . Que si la distance de ce point S est extrêmement grande, eu égard à la distance de la Lune à la Terre, sans cet effet de la Lune, l'observateur T devoit l'apercevoir dans une direction parallèle à la droite PS , laquelle à cause de l'angle PQs égal à l'angle $SP\sigma = \alpha$, sera inclinée à la direction TQ de l'angle double $= 2\alpha$.

XV. Si donc la Lune n'avoit point d'Atmosphère, le point S seroit entièrement invisible pour l'observateur placé en T , & demeureroit caché derrière la Lune à une distance de son bord $= \alpha$. C'est donc l'Atmosphère de la Lune qui rendra ce point S visible, & le montrera à l'observateur T , comme s'il étoit en s ; & comme le bord de la Lune M , à cause du rayon MQT , se rapporte au même point du Ciel s , l'observateur placé en T appercevra un point lumineux S , contigu au bord de la Lune M ; en sorte que la réfraction de l'Atmosphère Lunaire transportera dans le Ciel le point S de son vrai lieu S par l'espace $Ss = 2\alpha$. Donc la vue d'une Étoile, ou d'un autre point lumineux quelconque dans le Ciel, ne nous est dérobée par la Lune, que quand ce point s'est déjà caché derrière elle au delà de l'espace $= 2\alpha$. Tant que cet espace est moindre, le point demeure visible hors du bord de la Lune.

XVI. Mais considérons aussi le cas, où le rayon SP pénétrant par l'Atmosphère de la Lune, ne rase plus son bord, mais passe à une distance donnée MN . Ce rayon souffrira donc une moindre réfraction, tant en P qu'en Q , puisqu'on doit concevoir l'Atmosphère plus rare, à mesure qu'elle s'éloigne de la Lune; néanmoins on pourra également dans cette région plus rare considérer comme une ligne droite la route que le rayon PQ suit en traversant l'Atmosphère. Car un spectateur étant placé à la hauteur MN au dessus de la surface de la Lune, appercevra sans doute une moindre réfraction horizon-

Fig

tales des Etoiles, & c'est à cette refraction que sera égale l'angle $SP\sigma$, par lequel l'astre S paroitra élevé; & parce que le rayon PQ , qui parvient jusqu'à la Terre T , souffre une pareille refraction en Q , l'observateur placé sur la Terre en T verra le point lumineux S situé en s , en sorte que l'intervalle Ss fera égal dans le Ciel au double angle $SP\sigma$.

XVII. Soit la distance MN de la surface de la Lune telle, que l'observateur placé sur la Terre en T la verra sous l'angle x , & comme toute la hauteur MK de l'Atmosphère de la Lune est fort petite, & la refraction même très petite en Q , le lieu apparent s de l'Etoile S lui paroitra distant du même intervalle $= x$ du bord M de la Lune. Mais le vrai lieu de cette Etoile qu'il appercevrait, si la Lune n'avoit point d'Atmosphère, sera plus proche du centre de la Lune de l'intervalle sS , qui se mesure par le double angle $SP\sigma$. Si donc cet angle $SP\sigma$, où la refraction horizontale, qui répond à la hauteur, $MN = x$ au dessus de la surface de la Lune, est posée $= \zeta$, & qu'on verra l'Etoile éloignée du bord de la Lune de l'intervalle $= x$, il faut, pour en inferer le vrai lieu de l'Etoile, approcher le lieu apparent vers le centre de la Lune par l'intervalle $sS = 2\zeta$. D'où, si pour chaque distance x du bord de la Lune on étoit assuré de la refraction horizontale ζ qui y répond, il seroit aisé de déterminer le vrai lieu de chaque Etoile par son lieu apparent.

XVIII. La dilatation de l'anneau Solaire observée à Berlin, donne lieu de conclurre, que comme l'anneau, lorsqu'il étoit le plus étroit, ne devoit avoir qu'une seconde, cette largeur qui étoit prête à s'évanouir a reçu un accroissement de $25''$, environ. Par conséquent si le bord du Soleil, ou quelque Etoile, ont paru à $25''$ de distance du bord de la Lune, la vraie distance doit être estimée tout à fait nulle, à moins que peut être, à cause des raisons déjà indiquées, au lieu de $25''$ il ne faille choisir un moindre nombre, comme 20 ou 15. Alors nous savons par les Observations très abondantes, dont on se sert communément pour combattre l'Atmosphère de la Lune, que dès que la distance d'une Etoile au bord de la Lune surpasse seulement

une



une minute, le changement que la réfraction Lunaire apporte à son lieu, devient tout à fait imperceptible.

XIX. Comme il paroît extrêmement difficile de déterminer par la théorie de la réfraction, l'effet de cette réfraction pour chaque distance du bord de la Lune, parce que la diminution de la densité de l'Atmosphère nous est inconnue, il ne paroît y avoir de meilleur moyen à employer que celui de l'estimation, en cherchant une formule, qui satisfasse le mieux aux phénomènes. Soit donc la distance apparente d'une Etoile quelconque à l'égard du bord de la Lune $= x''$, & l'effet de la réfraction qui répond à cette distance $= z''$, en sorte qu'on obtienne par ce moyen le vrai lieu de l'Etoile, en approchant davantage du centre de la Lune le lieu apparent de z'' . Il faudra donc définir cette correction z par la distance x , de manière qu'en posant $x = 20$, il en résulte aussi $z = 20$; mais qu'au cas que x soit $= 60$, alors la valeur de z devienne si petite qu'on ne puisse presque l'apercevoir; comme si elle étoit de $5''$.

XX. Pour cet effet je prendrai une formule plus étendue, & j'établirai $z = \frac{A}{1 + B \cdot x^n}$, parce que je vois qu'une telle formule est extrêmement commode, lors que la distance x devient considérable, pour faire que la valeur z soit la plus petite possible, pourvu que l'exposant n ne soit que médiocrement grand. Que si l'on prend $n = 2$, & qu'on satisfasse aux deux conditions précédentes, on trou-

vera cette formule, $z = \frac{32}{1 + 0,0015 x x}$, ou $z = \frac{32}{1 + \frac{1}{666} x x}$;

mais si, au lieu de $5''$ que nous attribuons à la distance $x = 60''$, nous

posons $4''$, cela donnera $z = \frac{40}{1 + \frac{1}{400} x x}$. Nous nous servi-

rons donc un peu de cette formule, comme de la plus simple, jusqu'à ce que nous puissions en employer une plus certaine; car, quand même il y auroit de l'erreur, les conclusions qui en seront tirées, ne s'ecar-

s'écarteront pourtant pas de la vérité, d'une manière qui soit sensible.

XXI. C'est donc sur cette formule que j'ai construit la Table suivante, qui pour chaque distance apparente, où un Astre se trouve au bord de la Lune, fournit la correction suivant laquelle cette distance doit être diminuée, pour découvrir la véritable. La distance apparente du bord de la Lune est marquée par x , & la correction, ou l'effet de la réfraction par z .

x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
0''	40''	10''	32''	20''	20''	30''	12''	40''	8''	90''	2''
1	40	11	31	21	19	31	12	45	7	100	2
2	40	12	29	22	18	32	11	50	6	110	1
3	39	13	28	23	17	33	11	55	5	120	1
4	38	14	27	24	16	34	10	60	4	130	1
5	37	15	26	25	15	35	10	65	4	140	1
6	36	16	24	26	15	36	10	70	3	150	1
7	35	17	23	27	14	37	9	75	3	160	1
8	34	18	22	28	13	38	9	80	2	170	$\frac{1}{2}$
9	33	19	21	29	13	39	8	85	2	180	$\frac{1}{4}$
10	32	20	20	30	12	40	8	90	2		

XXII. En suivant donc cette Table, on satisfait non seulement au phénomène de la dernière Eclipsé de Soleil, en sorte que le bord du Soleil est effectivement contigu au bord de la Lune, lorsqu'il paroît en être distant de 20'', mais encore on reconnoît par là que l'effet de la réfraction Lunaire a été imperceptible, avant que la proximité du bord de la Lune ait été au dessous d'une minute. En effet nous avons vu qu'à la distance de 180'', ou 3', l'effet n'alloit pas même à une seconde; & pouvoit par conséquent être compté pour rien; ce qui s'accorde parfaitement avec les Observations. Or comme cette Table indique, que si la distance apparente x évanouit tout à fait, l'effet de la réfraction est 40'', c'est à dire, que le point lumineux est

est effectivement caché à cet intervalle derrière le disque de la Lune : si ce nombre étoit exactement juste, il s'en suivroit que la réfraction horizontale pour les habitans de la Lune est de 20". On comprend donc en même tems, que quand même cette Table renfermeroit quelque erreur, cependant la réfraction horizontale ne s'écarteroit pas beaucoup du vrai.

XXIII. Aussi-tot donc que le bord du Soleil est caché moins de 40", derrière la Lune, il doit nous être visible ; d'où il résulte, que si nous voulons définir une Eclipse annulaire du Soleil par le calcul, le commencement de l'anneau arrivera, avant que la distance des centres devienne égale à l'excès du demi-diamètre du Soleil sur le demi-diamètre de la Lune : & de la même manière, l'anneau disparaîtra un peu après que la distance des centres est devenue égale à la différence des demi-diamètres. C'est à dire, que si l'on prend la parallaxe horizontale dans la Lune de 20", l'anneau devoit paroître aussi-tot que la distance des centres surpasseroit de 40" la différence des demi-diamètres ; & par conséquent l'Eclipse seroit annulaire, quand même la distance des centres ne deviendroit jamais moindre, que la différence des demi-diamètres, pourvu que cette distance ne surpassât pas cette différence de plus de 40". L'Atmosphère de la Lune fait donc qu'une Eclipse, qui sans elle ne seroit pas annulaire, paroît cependant telle ; & que l'anneau dure plus longtems, qu'il ne devoit durer suivant le calcul, en négligeant l'effet de l'Atmosphère de la Lune.

XXIV. L'anneau ne sauroit pourtant paroître durer aussi longtems, que cette réfraction de 40" le demanderoit ; car, de même que l'éclat du Soleil empêche de voir les Etoiles dans le Ciel, il est fort vraisemblable que l'anneau ne sauroit être apperçu du côté où il est trop étroit. En effet, tant que la largeur de l'anneau est extrêmement petite, & ne s'accroît pas au delà de quelques secondes, elle sera invisible, & l'anneau ne se montrera, qu'après avoir acquis une largeur considérable. J'ai aussi observé dans la dernière Eclipse que l'anneau avoit paru tout à coup avec une largeur remarquable, & qu'il ne s'étoit point formé peu à peu & par degrés ; ce qui prouve manifestement, qu'à cause de la lumière du reste du Soleil, cet an-

neau n'a pu devenir visible, qu'après avoir aquis une largeur suffisante pour faire impression sur notre vüe.

XXV. Il convient aussi de remarquer ici, que ceux qui ont regardé directement le Soleil par un tube Astronomique, ont vu plus longtems l'anneau, que ceux qui ont considéré l'Image du Soleil représentée sur le papier. Les premiers l'ont appercû pendant l'espace de 82'', au lieu qu'il s'est à peine montré aux autres pendant une minute entiere. La raison de cette difference vient sans doute de ce que ceux qui regardoient le Soleil, recevoient une plus forte impression de ses rayons, & pouvoient par conséquent remarquer l'anneau, lorsque sa largeur étoit encore fort petite, au lieu que l'Image du Soleil se peignant beaucoup plus foiblement sur le papier, il n'est pas étonnant que l'anneau ait commencé à y paroître plus tard, & ait fini plutôt; puisqu'ayant encore une largeur assez considerable, l'impression qu'en recevoit le papier étoit pourtant trop foible pour être appercüe.

XXVI. C'est aussi pour cela que tant avant qu'après l'anneau, lors que le Soleil paroissoit en croissant, les pointes de ses cornes ne s'exprimoient pas parfaitement sur le papier, mais elles paroissoient obtuses, & comme coupées vers les extremités; phénomène, dont la cause est manifeste par tout ce que nous avons dit. En effet les extremités des pointes G & G (Fig. I.) étoient trop étroites, pour que les rayons qui en partoient, produisissent leur image sur le papier, ou dans l'oeil. Car, dès là que la largeur de cette pointe ne surpasseoit pas le diametre d'une Etoile, qui auroit été invisible dans cet endroit, elle ne pouvoit arriver à l'oeil de l'observateur; & dans l'endroit où l'on voyoit le bout des cornes, il y avoit déjà une largeur assez considerable. Ce phénomène est donc semblable à celui que nous avons rapporté ci-dessus, par rapport à la largeur que l'anneau doit avoir, avant que d'affecter le sens de la vüe.

XXVII. Pour cette cause donc, il ne faut pas placer le commencement de l'anneau à l'instant, où la distance des centres du Soleil & de la Lune excède de 40'' la difference des demi-diametres, si tant est que nous estimions juste la réfraction horizontale dans la Lune
en la

En la faisant de 20'' ; mais le commencement de l'anneau doit être placé où sa largeur devient assez grande , pour surpasser le diamètre des Etoiles invisibles dans cette région. Quant à moi, la largeur de l'anneau, au moment qu'il a paru, ne m'a pas semblé moindre que de 20'' ; d'où l'on peut inferer que l'anneau ne devient visible, que quand sa largeur s'est accrûe au delà de 20'', & qu' alors il commence à se montrer tout à coup avec cette largeur. On ne sauroit pourtant définir ce terme avec certitude, puisqu' à proportion de la bonté du tube par lequel on regarde le Soleil, on apperçoit l'anneau se fermer plutôt, ou plus tard ; & lorsqu'on reçoit l'image du Soleil sur le papier, cette difference s'étend encore plus loin.

XXVIII. Pour définir par le calcul les Eclipses annulaires de Soleil, soit

le demi-diametre apparent du Soleil = a

le demi-diametre apparent de la Lune = b

& la difference des demi-diametres $a - b = d$.

Soit de plus la droite AB la route apparente du centre de la Lune à l'égard du centre du Soleil, qui soit considéré comme immobile en S. Alors la perpendiculaire SL tombant sur AB fournira la moindre distance des centres, qui soit $SL = c$, & cette distance SL sera fort petite, si l'Eclipse est annulaire. Que l'Eclipse commence, lorsque le centre de la Lune parviendra en A, & que la fin tombe en B ; la droite SA aussi bien que SB sera donc égale à la somme des demi-diametres $a + b$; & parceque SL est si petite, la droite même AB, ou la route apparente, que le centre de la Lune décrit depuis le commencement jusqu'à la fin, pourra être censée égale à la somme SA + SB, en sorte que AB soit = $2a + 2b$.

XXIX. Soit de plus t le tems de toute l'Eclipse, & le centre de la Lune peut être supposé parcourir l'espace $AB = 2a + 2b$ d'une maniere uniforme pendant le tems t . Ces choses étant posées, l'anneau commencera à paroître, lorsque le centre de la Lune sera parvenu en M, en sorte que SM soit égal à la difference des demi-diametres $a - b = d$, augmentée d'abord de 40'', & ensuite diminuée de la quantité que doit avoir la largeur de l'anneau, avant que de devenir visible. Si donc nous supposons que l'anneau ne puisse être apperçu,

à moins que sa largeur ne surpasse 20'', le commencement de l'anneau tombera sur M, en sorte que $SM = d + 40'' - 20'' = d + 20''$; & de la même manière, en prenant $SN = d + 20''$, la fin de l'anneau s'accordera avec le lieu du centre de la Lune N. Pourvû donc que $d + 20''$ soit plus grand que $SL = c$, l'Eclipse sera annulaire, c'est à dire, pourvû que la moindre distance des centres SL soit moindre que $d + 20''$.

XXX. On trouvera donc la durée de l'anneau, en cherchant la quatrième proportionnelle aux distances AB , MN & de tems t , Or ML sera $= \sqrt{(d + 20'')^2 - a^2}$, & par conséquent $MN = 2(\sqrt{(d + 20'')^2 - ac})$, d'où si l'on nomme le tems, pendant lequel l'anneau est visible, $= \theta$, on aura

$$2a + 2b : 2\sqrt{(d + 20'')^2 - ac} = t : \theta$$

& par conf. $(d + 20'')^2 tt - ac tt = (a + b)^2 \theta \theta$.

De là, si la durée de l'anneau θ est connue, aussi bien que la durée de l'Eclipse entière t , & les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune a & b , d'où l'on a $d = a - b$, on conclura réciproquement de l'observation de l'Eclipse annulaire la moindre distance des centres du Soleil & de la Lune $SL = c$. Car on aura

$$c = \sqrt{(d + 20'')^2 - (a + b)^2 \frac{\theta \theta}{t t}}$$

XXXI. A présent, si nous voulons appliquer cette formule à la dernière Eclipse annulaire de Soleil, nous avons

le demi-diamètre apparent du Soleil $a = 952''$

le demi-diamètre apparent de la Lune $b = 898''$

& par conf. $a - b = d = 54''$, & $d + 20'' = 74''$.

Ensuite le tems de l'Eclipse entière, recueilli des observations, est 36, 6', & le tems de la durée de l'anneau θ , 22''; d'où résultera $t = 11160''$ & $\theta = 82''$, & à cause de $a + b = 1850$, on trouvera la moindre di-

stance des centres $SL = c = \sqrt{74^2 - \frac{1850^2 \cdot 82^2}{11160^2}} = \sqrt{5291} = 72''$,

44'''. La moindre distance des centres auroit donc été $72\frac{3}{4}$ secondes, que par le calcul j'avois néanmoins trouvée seulement de 51''.

XXXII.

XXXII. Or j'ai fait voir dans ma Dissertation précédente *, où * Voyez. Mem. de 1741 p. 250. & f. j'ai ramené cette Eclipsé au calcul, que la parallaxe de la Lune, telle qu'on la suppose ordinairement dans les Tables, doit être considérablement diminuée, afin que la moindre distance des centres aille à 51'', & il faudroit qu'elle le fut encore beaucoup davantage pour que cette augmentation de la moindre distance des centres parvint jusqu'à 72''. Or, comme les élémens de cette Eclipsé ne paroissent pas différer si considérablement du vrai, il est plus vraisemblable que la différence des demi-diamètres d ne doit pas être augmentée de 20'', mais d'un moindre nombre; ce qui arriveroit, si la réfraction horizontale dans la Lune n'étoit pas mise à 20'', mais seulement à 15''; car alors, au lieu de $d + 20$, il faudroit écrire $d + 10$, ou 64'', d'où résulteroit $e = 62 \frac{1}{2}$ '', en sorte que la distance des centres trouvée par le calcul de 51'' devroit seulement être augmentée de 11 $\frac{1}{2}$ ''; or il est assez probable que les élémens de cette Eclipsé demandent cette petite correction.

XXXIII. Ces argumens établissent donc d'une manière indubitable, que la Lune a aussi une Atmosphere, quoiqu'elle soit peut-être encore plus déliée, que ne l'estiment nos observations. Car le disque du Soleil ayant reçu un accroissement remarquable vers le milieu de l'Eclipsé, quoiqu'on n'ait pas pu le mesurer avec exactitude, ce phénomène ne peut être attribué à aucune autre cause qu'à l'Atmosphere de la Lune. Je ne demande pourtant pas, qu'on fasse trop de fonds sur les déterminations que j'ai données pour la réfraction des rayons qui passent par l'Atmosphere de la Lune; & il est même fort vraisemblable par les observations comparées à la Theorie, que la réfraction horizontale de la Lune, que j'avois mise à 20'', va à peine au delà de 10''; d'où le diametre du Soleil peut recevoir un accroissement de 20''. Mais il est encore moins possible d'établir quelque chose de certain sur la diminution de cette réfraction, d'une manière qui convienne aux rayons qui passent plus loin de la Lune; quoique cette diminution paroisse si grande, que la réfraction devient tout à fait imperceptible, pour les rayons qui traversent l'Atmosphere de la Lune à quelques minutes de distance de son bord.

XXXIV. S'il nous arrivoit d'observer encore une fois une semblable Eclipsé annulaire de Soleil, il faudroit soumettre à une mesure exacte tous les phénomènes que nous fourniroit l'accroissement du disque du Soleil, afin de définir par là non seulement la réfraction des rayons qui rasent le bord de la Lune, mais encore la Loi que suit la réfraction, à l'égard des rayons qui passent plus loin de la Lune. Mais comme il n'est presque pas permis de nous attendre encore à une pareille Eclipsé, il faudra recourir à d'autres phénomènes, qui s'offrent plus souvent à nos regards. De ce genre ceux qui nous paroissent les plus propres au but dont il s'agit, ce sont les occultations des Etoiles fixes par la Lune; car, comme on peut appercevoir une Etoile fixe jusqu'à ce qu'elle devienne contiguë à la Lune, il faudra qu'on remarque dans son lieu quelque changement, qui proviendra de la réfraction Lunaire, pourvu que les instrumens se trouvent assez exacts pour indiquer ces petits détails.

XXXV. Qu'on fasse donc choix d'une Etoile fixe, si voisine de celle qui souffrira l'occultation de la Lune, qu'on puisse les voir toutes deux à la fois par le tube; & que peu de tems avant que l'occultation arrive, on mesure par le moyen d'un excellent Micrometre la distance de ces Etoiles, qui paroît pouvoir se trouver à une seconde près, pourvu que la longueur du tube ne soit pas moindre de dix pieds, & que la distance des Etoiles n'excede pas 15'. De cette maniere, parce que les rayons qui partent de l'Etoile qui va entrer dans l'occultation, ne souffrent encore aucune réfraction, on trouvera la vraie distance de ces Etoiles assez exactement exprimée en secondes. Alors qu'on attende l'occultation, & qu'au moment même où elle arrive, on mesure de nouveau la distance de ces Etoiles, en remarquant la différence entre cette distance actuelle, & celle qui avoit été trouyée auparavant; & de la comparaison de ces distances on conclurra aisément la réfraction horizontale de la Lune, pourvu que le diametre apparent de la Lune ait été connu, aussi bien que sa situation à l'égard des deux Etoiles au moment de l'occultation; & si l'on ne peut déterminer ces choses en même tems par l'observation, il n'y a qu'à les tirer de la Theorie du mouvement de la Lune.

XXXVL En effet, soit la distance vraie des Etoiles $= m''$, que le Micrometre aura indiquée longtems avant l'occultation, & qu'au moment même de l'occultation, l'Etoile qui va la souffrir, paroisse au bord de la Lune au point S; que l'autre Etoile soit en A, & alors supposons que la distance AS de ces Etoiles soit trouvée moindre, en sorte que AS soit $= m'' - \mu''$. De plus, comme par la Theorie le demi-diametre apparent de la Lune est assez exactement donné, & qu'on peut connoître l'angle ASL, ou par la Theorie, ou par la durée de l'occultation, ou de quelque autre maniere; soit cet angle ASL $= \phi$, & parce qu'à cause de la réfraction le lieu de l'Etoile s'éloigne du centre de la Lune, que le vrai lieu de l'Etoile soit dans ce moment en s, on aura As $= m''$, & si At $= As$ on retranche ST $= \mu''$, d'où à cause de l'angle Sst $= 180^\circ - \phi$, on conclurra

$$\text{assez exactement l'effet de la réfraction } Ss = \frac{\mu''}{\cos(180^\circ - \phi)}$$

$$= - \frac{\mu''}{\cos \phi}, \text{ à la moitié duquel la réfraction horizontale de la Lune doit être censée égale.}$$

XXXVII. On fera bien de choisir, pour parvenir à cette fin, les occultations dans lesquelles l'Etoile fixe S entre sous le bord obscur de la Lune, ce qui arrive vers le premier quartier. Car si l'Etoile arrive au bord éclairé de la Lune, sa lumiere est déjà offusquée avant l'occultation par l'eclat de la Lune, de maniere qu'elle disparoit avant le moment de l'occultation, à moins qu'elle ne soit de la premiere grandeur. En effet, quoique dans ce cas le bord de la Lune ne paroisse pas, cependant le moment même de l'occultation indique cet instant, où l'Etoile étoit contiguë au bord de la Lune. Cependant il ne sera pas inutile d'examiner aussi quelquefois l'arrivée des Etoiles au bord éclairé de la Lune, pour connoître par là, s'il y a quelque difference entre la réfraction auprès du bord éclairé, & la réfraction auprès du bord obscur? Car l'Atmosphère de la Lune étant continuellement exposée aux rayons du Soleil du côté de la région éclairée, on a lieu de soupçonner qu'elle est tellement atténuée dans ce sens-là, que

que la réfraction en devient beaucoup moindre. Et c'est peut-être là la cause, qui a empêché de remarquer jusqu'ici cet effet de la réfraction dans les occultations.

XXXVIII. Ensuite une des choses auxquelles il faut apporter le plus de soin, c'est, avant que l'Etoile se cache, de rechercher perpétuellement, & à chaque moment, avec une extrême diligence, sa distance de l'autre Etoile fixe, parce que nous avons prouvé que cette distance doit diminuer peu à peu, avant son arrivée au bord de la Lune. Car, par cette suite d'observations, & en appelant la Theorie au secours, on pourra conclurre pour chaque Observation la distance apparente de l'Etoile au bord de la Lune, & l'on pourra déterminer la réfraction qui lui convient, d'une manière semblable à celle qui j'ai recommandée ci-devant pour le moment même de l'occultation. Et après que plusieurs Observations de cette nature auront été faites avec exactitude, on pourra s'en servir pour corriger la Table donnée au §. XXI. ou plutôt pour en dresser sans peine une nouvelle, à l'aide de laquelle tous les phénomènes, qui naissent de l'Atmosphère de la Lune, pourront dans la suite être assignés avec beaucoup d'exactitude.

XXXIX. On n'a donc pas le moindre sujet de s'étonner que cette célèbre Question, agitée déjà depuis longtems parmi les Astronomes; *Si la Lune a une Atmosphère, ou non?* n'ait pas encore été décidée. Car, quoique les occultations des Etoiles fixes par la Lune arrivent très fréquemment, cependant l'effet de la réfraction est si petit dans les Etoiles fixes elles-mêmes, qui souffrent l'occultation, qu'on ne peut l'appercevoir en aucune manière, à moins que leurs distances n'aient déjà été très soigneusement examinées par d'autres, & qu'on ne les mesure de nouveau avec toute l'exactitude possible, vers le tems même de l'occultation. Or il n'y a peut-être eu encore aucun Astronome, auquel il soit venu dans l'esprit de suivre cette voye pour faire des recherches sur l'Atmosphère de la Lune; ou s'il y en a eu qui soient par hazard tombés sur cette méthode, ils ont été forcés d'abandonner leur travail, faute d'instrumens assez exacts. Je ne sai, si ceux qui voudroient présentement prendre cette peine, ne feroient

feroient pas bien de préférer le Micrometre de feu Mr. *Kirch*, pourvû que les vis se terminent interieurement en pointe, à tous ceux qu'on fait à present avec tant de loin & à grands fraix. Car pourvu que les pointes des vis soyent une fois appliquées aux deux Etoiles, on s'appercevra facilement, si la distance des Etoiles diminuë, & la diminution même se définira avec tout aussi peu de peine par la révolution des vis.

XL. Les principes d'une saine Physique mettent eux mêmes l'Atmosphere de la Lune hors de doute ; mais ce que les Observations nous ont découvert, n'en est pas moins admirable, c'est que cette Atmosphere de la Lune soit d'une si grande tenuité, que son effet est presque imperceptible. Car la réfraction horizontale sur la Terre étant de plus d'un demi degré, si la Lune avoit une pareille Atmosphere, les Astres, en approchant du bord de la Lune, seroient transportés de leur place de plus d'un degré. Mais cet effet surpassant à peine 20'', il faut que l'air de la Lune soit presque 200 fois plus rare que le notre : d'où l'on peut conclurre, ou qu'il ne monte point du tout de vapeurs de la surface de la Lune, ou que la matiere de la Lune est si solide & si sèche, qu'elle n'est presque sujette à aucune évaporation. Aussi par l'usage des longs tubes les Astronomes ont déjà appris, que ces taches obscures dans la Lune, qui sont prises vulgairement pour des eaux & des lacs, doivent plutot être des lieux arides, des cavernes, ou des forets, que des contrées humides.

