



1750

Sur l'accord des deux dernières éclipses du soleil et de la lune avec mes tables pour trouver les vrais momens des pléni-lunes et novi-lunes

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Sur l'accord des deux dernières éclipses du soleil et de la lune avec mes tables pour trouver les vrais momens des pléni-lunes et novi-lunes" (1750). *Euler Archive - All Works*. 141.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/141>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.



SUR L' ACCORD
DES DEUX DERNIERES ECLIPSES DU SOLEIL
ET DE LA LUNE AVEC MES TABLES POUR TROU-
VER LES VRAIS MOMENS DES PLENI-LU-
NES ET NOVI-LUNES,
PAR M. EULER.

* Voy. les
Memoires de
1747. p. 250.
& suiv.



I.

On calcul, que j'ai exposé dans un Mémoire * pré-
cedent, pour l'Eclipse du Soleil, que nous avons
vuë ici le 25 Juillet de cette année 1748, est si bien
d'accord avec les observations du commencement
& de la fin de cette Eclipse, qu'à peine on s'en fauroit promettre un
plus grand. Suivant mes tables j'avois établi le commencement de
cette Eclipse à 10^h, 17', 45'', & la fin à 1^h, 24', 0'': or, quoique le com-
mencement de cette Eclipse ne fut pas appercû, on étoit pourtant as-
sés sûr de le conclure à 10^h, 18' par la phase qui parût à 10^h, 20', & la
fin de cette Eclipse a été remarquée à 1^h, 24', 30''. Nous ne nous som-
mes pas trompés non plus dans l'attente de l'anneau, que j'avois an-
noncé: mais la durée, que j'avois mise à 5', 10'', étoit beaucoup plus
courte, savoir de 1', 20'', ce qui ne paroît pas trop favoriser mes tables,
quoique les autres tables qui passent pour les meilleures, ne montras-
sent cette Eclipse, que partielle, & que leurs erreurs par rapport au
commencement & à la fin montassent à quelques minutes entieres.
Mais, pour ôter ce scrupule par rapport à la durée de l'anneau, je dois
reinar-

remarquer que dans mon calcul j'avois supposé l'elevation du Pole de Berlin de $52^{\circ}, 36'$: Or les dernieres observations, que Mr. Kies vient de faire avec l'excellent Quart de cercle, que Mr. de Maupertuis'a donné à l'Academie ne donnerent cette elevation du Pole que de $52^{\circ}, 31', 30''$, de sorte que j'avois placé Berlin trop vers le Nord de $4', 30''$. On n'a qu'à letter les yeux sur la carte de cette Eclipse, qui a été publiée à Nurnberg, pour s'assurer, que si Berlin étoit situé de $4 \frac{1}{2}'$ plus au nord, la durée de l'anneau auroit été beaucoup plus considerable & qu'elle auroit été assés d'accord avec mon calcul,

II. Pour l'Eclipse de Lune, qui parut entre le 8 & le 9 Dec. mois d'Août, si l'on regarde l'article, qui se trouve à la fin de l'Almanac Astronomique, on remarquera, que les momens de cette Eclipse qui sont allegués sous le titre de mes tables, ne sont pas trop d'accord avec l'observation. Car le commencement y etant marqué à $11^h, 0', 14''$ & la fin à $1^h, 14', 4''$, on a trouvé par l'observation le commencement à $11^h, 5'$ & la fin à $1^h, 18'$: J'avoüe que cette difference anéantiroit tout à fait la bonne opinion de mes tables, que l'accord de l'Eclipse du Soleil auroit pu inspirer: & cela me paroît d'autant plus surprenant, que j'avois rectifié mes tables sur un grand nombre d'Eclipses lunaires. J'ai cru donc avant que de porter un jugement si peu favorable de mes tables, devoir refaire mes calculs, pour voir s'il ne s'y étoit pas glissé quelque faute, ayant fait alors ces calculs à la hâte. En voicy donc le détail de tous mes calculs.

III. Je commence donc par chercher le tems de l'opposition moyenne, qui arrive vers le 8 Août de l'Année 1748. dont le calcul sera suivant mes tables imprimées dans l'Almanac latin pour l'an 1749. comme il suit:

	☽☉ L. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	L. moy: ☽
A 1741, 1j, 20 ^h , 44', 15''	6 9 ^s , 12 ^c , 1', 38''	6 ^s , 3 ^c , 25', 46''	9 ^s , 27 ^c , 15', 46''	3 ^s , 4 ^c , 9', 52''
Ano 7, 13, 3, 52, 28	0 0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
Juill. 25, 17, 8, 21	0 6, 23, 44, 49	6, 23, 44, 14	6, 0, 43, 3	0, 10, 56, 47
Juill. 40, 17, 45, 4	6 4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	4, 26, 59, 49
ou Août 8, 17, 45, 4				10, 7, 10, 3

Car

Car le 4^ome Juillet convient avec le 9^ome Août; mais parceque cette année est bissextile, il en faut retrancher un jour, dont le mois de Février a été allongé. Donc, selon le mouvement moyen, l'opposition arrive à Paris A. 1748 Août 8j, 17^h, 45', 4'' tems moyen: & l'équation du tems étant 5', 0'' à soutraire, le tems de cette opposition moyenne sera à Paris A. 1748 Août 8j, 17^h, 40', 4'', & pour Berlin il y faut ajouter la différence de longitude, qui est 44', 36'', par conséquent cette opposition moyenne a du arriver à Berlin

A. 1748 Août 8j, 18^h, 24', 40'' tems vrai.

IV. Ayant pour ce tems les anomalies moyennes du Soleil & de la Lune, on en déterminera à l'aide des mêmes tables les anomalies excentriques, en y appliquant les équations qui conviennent, & on trouvera

L'anomalie excentrique du Soleil 13, 80, 43', 44''

L'anomalie excentrique de la Lune 6, 23, 25, 27

Et de là on formera aisément les argumens des tables d'équations & les équations mêmes.

Table	Argument	Eq: additives	Eq: soustractives
I	6 ^h , 250, 23', 27	- - - - -	3 ^h , 44'', 18''
II	1, 8, 43, 44	- - - - -	2, 35, 59
III	8, 4, 7, 11	0 ^h , 8', 15''	
VI	5, 16, 39, 43	0, 2, 31	
V	2, 29, 30, 33	- - - - -	0, 1, 1
VI	0, 12, 3, 10	31	
		+ 0, 11, 17	- 6 21, 18
			+ 0, 11, 17

Equation totale à soutraire 6, 10, 1

Il faut donc soutraire 6^h, 10', 1'' du tems de l'opposition moyenne pour avoir le tems de l'opposition vraie dans l'orbite.

Opposition moyenne à Berlin Ann. 1748 Août 8j, 18^h, 24', 40''
otez 6, 10, 1

Opposition dans l'orbite à Berlin Ann. 1748 Août 8, 12, 14, 39
selon le tems vrai.

V. Main-

V. Maintenant je cherche pour ce tems les vrais lieux du Soleil, de la Lune, leurs anomalies excentriques avec le lieu moyen du noeud ascendant.

Tems \mathcal{E} moyenne	Long. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	Long. moy: Ω
ôtez	4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	10, 7, 10, 3
6h, 10', 1''	— 15, 12	— 15, 12	— 3, 21, 26	+ 49
Tems \mathcal{E} de l'orbite	4, 17, 48, 26	1, 9, 4, 39	6, 20, 41, 2	10, 7, 10, 52
Equat:	— 1, 11, 37	— 35, 56	— 1, 10, 18	
	4, 16, 36, 49	1, 8, 28, 43	6, 21, 51, 20	
	Long. vraie ☉	An. exc. ☉	An. exc. ☽	

Donc la longitude vraie du Soleil étant 4, 16, 36', 49
 La longitude de la Lune dans son orbite est 10, 16, 36, 49
 puisque nous savons que dans ce moment le lieu de la Lune dans son orbite differe de 6. lignes de celui du Soleil.

VI. A' présent il s'agit de determiner le vrai lieu du noeud ascendant Ω avec l'inclinaison de l'orbite lunaire à l'ecliptique, ce qui se fera par le moyen des tables de la Lune, que j'ai publiées dans le recueil de mes pieces.

Tables pour le Ω & l'Incl.	Argument	Long. moy: Ω	Inclin.
		10, 7, 10', 52''	
I	6, 21, 51, 20	Eq. + 38	
II	1, 8, 28, 43	Eq. + 4, 30	
☉	4, 16, 36, 49	10, 7, 16, 0	
Ω	10, 7, 16, 0		
III	6, 9, 20, 49	Eq. + 0, 29, 49	50, 16', 39''
		10, 7, 45, 49	
IV	6, 0, 0, 0	Eq. 0, 0, 0	Eq. — 42
V	0, 9, 20, 49	Eq. + 2, 14	Eq. + 36
		10, 7, 48, 3	5, 16, 33
		Long. vraie du Ω	Inclinaison vraie.

Donc la longitude vraie du noeud Ω est 10, 7, 48', 3''
 & l'inclinaison de l'orbite lunaire 5, 16, 33.

VII. Pour avoir tous les élémens, sur lesquels le calcul de l'Eclipse se fonde, il faut encore chercher les diametres apparens, les parallaxes horizontales & les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, ce qui se trouvera aisément par les tables, qu'on a jointes à l'Almanac Astronomique pour l'année 1749. On pourra aussi se servir des formules suivantes, où v marque l'anomalie excentrique de la Lune, & u celle du Soleil. De là on aura :

Le diametre apparent du Soleil $\equiv 1933'' - 32'', 4 \cos u$
 la parallaxe horizontale du ☉ $\equiv 12''$
 le mouvement horaire du ☉ $\equiv 147'', 87 - 4'', 95 \cos u$

Pour la Lune dans les oppositions :

Diam. app. horiz. de la Lune $\equiv 1892'' - 122'' \cos v + 4'' \cos 2v$
 Parallaxe horiz. de la Lune $\equiv 3430 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$
 Mouv. horaire de la Lune $\equiv 2023'', 1 - 258, 3 \cos v + 11, 7 \cos 2v$
 $\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 1, 8 \cos u + 1, 4 \cos(v-u)$

Pour les conjonctions on n'a qu'à retrancher $2''$ pour le diametre apparent, & $3''$ pour la parallaxe & le mouvement horaire.

VIII. Par le moyen de ces formules, puisqu'il y a

$$u = 1, 8, 28, 43 \quad \& \quad v = 6, 21, 51, 20$$

nous trouverons :

Le Diametre apparent du Soleil	$\equiv 1908''$	$\equiv 31', 48''$
La parall. horizont. du Soleil	$\equiv 12''$	
Le mouvement horaire du Soleil	$\equiv 144$	$\equiv 2, 24$
Le Diametre horiz. appar. de la ☾	$\equiv 2008$	$\equiv 33, 28$
La parallaxe horiz. de la Lune	$\equiv 3642$	$\equiv 60, 42$
Le mouvem. horaire de la Lune	$\equiv 2269$	$\equiv 37, 49$

Or le mouvement horaire du noeud est de $8''$

De plus la somme des parallaxes étant $60', 54''$

si l'on en retranche le demi-diametre du Soleil $35', 54''$

on aura le demi-diametre de l'ombre $\equiv 45', 0''$

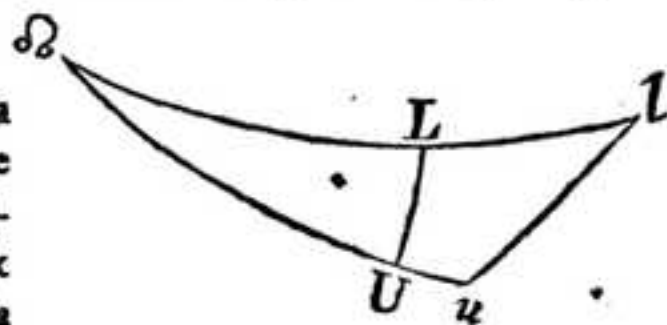
Mais l'atmosphere de la terre augmentant l'ombre autant qu'on peut conclure par les observations, il semble qu'on y doit ajouter $40''$, de sorte que le demi diametre rectifié de l'ombre fera $\equiv 45', 40''$.

XI. Soit

IX. Soit maintenant dans la figure cy - jointe ΩU l'Ecliptique, ΩL l'orbite de la Lune, & Ω le noeud ascendant. De plus, au moment de l'opposition dans l'orbite, soit U le centre de l'ombre & L celui de la Lune, & pour rendre le probleme plus général, soit

$$\Omega U = \Omega L = a$$

lequel arc se trouve si l'on ote la longitude du noeud Ω du lieu de la Lune; & soit ω l'angle de l'inclinaison Ω des deux orbites: & nous aurons par les régles de la trigonometrie sphérique:



$$\cos UL = \cos \omega \sin a^2 + \cos a^2 = \cos \omega \sin a^2 + 1 - \sin a^2$$

Or $1 - \cos \omega$ étant $= 2 \sin \frac{1}{2} \omega^2$, nous aurons

$$2 \sin a^2 \sin \frac{1}{2} \omega^2 = 2 \sin \frac{1}{2} UL^2$$

$$\text{\& partant } \sin \frac{1}{2} UL = \sin a \sin \frac{1}{2} \omega.$$

X. Qu'on cherche à present la distance des centre u , & l , de l'ombre & de la Lune après x heures depuis le moment de l'opposition dans l'orbite. Soit pour cet effet m le mouvement horaire du Soleil ou de l'ombre depuis le noeud, & n le mouvement horaire de la Lune depuis le noeud qu'on aura si l'on ajoute $8''$ au mouvement horaire tant du Soleil que de la Lune trouvé par les tables données oy - dessus: & nous aurons $\Omega u = a + m x$ & $\Omega l = a + n x$. Nommant donc la distance des centre $ul = z$, nous aurons:

$$\cos z = \cos \omega \sin (a + m x) \sin (a + n x) + \cos (a + m x) \cos (a + n x)$$

ou puisque $\sin b \sin c = \frac{1}{2} \cos (b - c) - \frac{1}{2} \cos (b + c)$, & $\cos b \cos c = \frac{1}{2} \cos (b - c) + \frac{1}{2} \cos (b + c)$, cette équation se changera en cette cy:

$$\cos z = \frac{1}{2} \cos \omega \cos (n - m) x - \frac{1}{2} \cos \omega \cos (2a + (n + m) x) + \frac{1}{2} \cos (n - m) x + \frac{1}{2} \cos (2a + (n + m) x)$$

$$\text{ou bien } \cos z = \cos \frac{1}{2} \omega^2 \cos (n - m) x + \sin \frac{1}{2} \omega^2 \cos (2a + (n + m) x)$$

$$\text{ou } 1 - 2 \sin \frac{1}{2} z^2 = \cos (n - m) x - \sin \frac{1}{2} \omega^2 \cos (n - m) x + \sin \frac{1}{2} \omega^2 \cos (2a + (n + m) x)$$



Or $\text{cof}(2a + (n+m)x) = \text{cof} 2a \text{cof}(n+m)x - \text{fin} 2a \text{fin}(n+m)x$
 d'où nous obtiendrons :

$$1 - \text{fin} \frac{1}{2} z^2 = \text{cof}(n-m)x - \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 \text{cof}(n-m)x^2 + \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 \text{cof}(n+m)x - \text{fin} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 \text{fin}(n+m)x$$

Mais les angles $(n-m)x$ & $(n+m)x$ étant très petits il y aura
 $\text{cof}(n-m)x = 1 - \frac{1}{2}(n-m)^2 x x$, $\text{cof}(n+m)x =$

$1 - \frac{1}{2}(n+m)^2 x x$ & $\text{fin}(n+m)x = (n+m)x$, ce qui donne

$$4 \text{fin} \frac{1}{2} z^2 = (n-m)^2 x x + 2 \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 - \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 (n-m)^2 x x - 2 \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 x x \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + 4(n+m)x \text{fin} a \text{cof} a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2$$

$$\text{ou } 4 \text{fin} \frac{1}{2} z^2 = 4 \text{fin} a^2 \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + (n-m)^2 x x \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 x x \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + 4(n+m)x \text{fin} a \text{cof} a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2$$

$$\text{ou } 4 \text{fin} \frac{1}{2} z^2 = (\text{fin} a + (n+m)x \text{cof} a)^2 \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + (n-m)^2 x x \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 - (n+m)^2 x x \text{fin} a^2 \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2$$

XI. La distance des centres $ul = z$ fera la plus petite si l'on pose le différentiel de la valeur de $a \text{fin} \frac{1}{2} z^2 = 0$, ce qui donne

$$(n-m)^2 x \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 x \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 + 2(n+m) \text{fin} a \text{cof} a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2 = 0, \text{ d'où l'on tire}$$

$$x = \frac{-(n+m) \text{fin} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2}{(n-m)^2 \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2}$$

& cette valeur substituée donne :

$$\text{fin} \frac{1}{2} z = \text{fin} a \text{fin} \frac{1}{2} \omega \sqrt{\frac{(n-m)^2 \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 - (n+m)^2 \text{fin} a^2 \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2}{(n-m)^2 \text{cof} \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 \text{cof} 2a \text{fin} \frac{1}{2} \omega^2}}$$

Puisque les termes qui sont multipliés par $\text{fin} \frac{1}{2} \omega^2$ sont extrêmement petits par rapport aux autres, les centres de l'ombre & de la Lune s'approcheront le plus qu'il est possible, x heures après l'opposition dans l'orbite, étant

$$x = \frac{-(n+m) \text{fin} 2a \text{tang} \frac{1}{2} \omega^2}{(n-m)^2} \left(1 - \frac{(n+m)^2 \text{cof} 2a \text{tang} \frac{1}{2} \omega^2}{(n-m)^2} \right)$$

& la distance même des centres $ul = z$ fera.

$$\text{fin} \frac{1}{2} z = \text{fin} a \text{fin} \frac{1}{2} \omega \left(1 - \frac{(n+m)^2 \text{cof} a^2 \text{tang} \frac{1}{2} \omega^2}{2(n-m)^2} \right)$$

XII. Mais

XII. Mais renverfons maintenant le cas, & fupposons que la diftance des centres $u l = z$ foit donnée, & qu'on doive chercher le tems, où les centres fe trouvent à cette diftance. Qu'on cherche

prémierement un angle ϕ , de forte que $\text{cof } \phi = \frac{\text{fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega}{\text{fin } \frac{1}{2} z}$

& remettant dans l'équation la valeur $\text{fin } \frac{1}{2} z = \frac{\text{fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega}{\text{cof } \phi}$

on aura

$$4 \text{ fin } a^2 \text{ fin } \frac{1}{2} \omega^2 \text{ tang } \phi^2 = (n-m)^2 x x \text{ cof } \frac{1}{2} \omega^2 + (n+m)^2 x x \text{ cof } 2 a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega^2 + 2(n+m) x \text{ fin } 2 a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega^2$$

où les deux derniers termes étant fort petits, on aura à peu

près $x = \frac{2 \text{ fin } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega \text{ tang } \phi}{n-m}$. fupposons donc

$$x = \frac{2 \text{ fin } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega \text{ tang } \phi}{n-m} - y, \text{ \& nous aurons.}$$

$$0 = -4(n-m)y \text{ fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega \text{ cof } \frac{1}{2} \omega \text{ tang } \phi + \frac{4(n+m)^2}{(n-m)^2} \text{ fin } a^2 \text{ cof } 2 a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega^2 \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2 \text{ tang } \phi^2$$

$$+ \frac{4(n+m)}{n-m} \text{ fin } a \text{ fin } 2 a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega \text{ fin } \frac{1}{2} \omega^2 \text{ tang } \phi$$

d'où nous tirons

$$y = \frac{n+m}{(n-m)^2} \text{ fin } 2 a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2 + \frac{(n+m)^2}{(n-m)^3} \text{ fin } a \text{ cof } 2 a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^3 \text{ tang } \phi$$

Par conféquent nous aurons enfin:

$$x = \frac{\text{fin } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega}{n-m} \left(2 \text{ tang } \phi - \frac{2(n+m)}{n-m} \text{ cof } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega - \frac{(n+m)^2}{(n-m)^2} \text{ cof } 2 a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2 \text{ tang } \phi \right)$$

XIII. Cette formule par laquelle nous venons d'exprimer la valeur de x , fert à trouver tant le commencement & la fin d'une Eclipe, que l'immersion & l'emersion fi l'Eclipe est totale. Car la tangente de l'angle ϕ fe prend aufi bien négativement qu'affirmativement, de forte que cette formule renferme toujours une double valeur. Or pour trouver les moments du commencement & de la

fin d'une Eclipsé on n'a qu'à mettre z égale à la somme des demi-diametres de l'ombre & de la lune ; & si l'on met z égale à la différence de ces demi-diametres, on trouvera les momens de l'immersion & l'emersion. On verra d'abord si l'un ou l'autre de ces cas est possible ; ce qui arrive si $\sin \frac{1}{2} z \geq \sin a \sin \frac{1}{2} \omega$. Car s'il étoit $\sin \frac{1}{2} z < \sin a \sin \frac{1}{2} \omega$, ce seroit une marque de l'impossibilité, à moins que la différence ne fût si petite, qu'elle pourroit être détruite par les petits termes négligés dans le calcul.

XIV. Faisons maintenant l'application de ces formules à l'Eclipsé de la Lune en question, dont le tems de l'opposition dans l'orbite a été trouvé à Berlin, tems vrai A. 1748 Août 8^j, 12^b, 14['] 39^{''} qui nous sert d'époque : & les valeurs des lettres qui entrent dans le calcul seront :

Lieu de la Lune dans son orbite	10 ^s , 16 ^o , 36 ['] , 49 ^{''}
Lieu du noeud ascendant Ω	10, 7, 48, 3
L'arc $\Omega L = \Omega U =$	0, 8, 48, 46
Donc nous aurons $a =$	8 ^o , 48 ['] , 46 ^{''}
& l'inclinaison ou l'angle $\Omega = \omega =$	5 ^o , 16, 33
$\& \frac{1}{2} \omega =$	2, 38, 16 $\frac{1}{2}$
De là nous aurons $l \sin a =$	9, 1852764
$l \sin \frac{1}{2} \omega =$	8, 6629848
& partant $l \sin \frac{1}{2} UL =$	7, 8482612
Donc $\frac{1}{2} UL =$	24 ['] , 14 $\frac{1}{2}$ ^{''}
& la distance des centres $UL =$	48 ['] , 29
au moment de l'opposition dans l'orbite.	

XV. Le mouvement horaire du Soleil étant $= 144''$ & le mouvement horaire de la lune 2269, nous aurons $m = 152$ & $n = 2277$, & partant $n - m = 2125$, & $n + m = 2429$. De là nous trouverons le moment de la plus grande proximité des centres de l'ombre & de la lune par la formule $x = \frac{(n+m) \sin^2 \omega^2}{(n-m)^2}$ négligeant l'autre terme comme extrêmement petit. Le calcul fera

$l(n+m)$



$$\begin{aligned}
 l(n+m) &= 3, 3854275 \\
 l(n-m) &= 3, 3273589 \\
 l \frac{(n+m)}{n-m} &= 0, 0580686 \\
 l \text{ si } 2a &= 9, 4807506 \\
 l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2 &= 7, 3268903 \\
 l - (n-m)x &= 6, 8657102 \\
 \text{fourtr.} & \quad 4, 6855749 \\
 \text{red. en fecond.} & \quad 2, 1801353 \\
 l(n-m) &= 3, 3273589 \\
 l - x &= 8, 8527764 \\
 x &= -0, 07125 = -4', 275 = -4', 16''
 \end{aligned}$$

$$2a = 17, 36, 32$$

$$l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega = 8, 6634454$$

Donc le tems de la plus grande proximité des centres est à Berlin, tems vrai A. 1748 Août 8j, 12^b, 10', 23''

XVI. Pour la plus petite distance des centres, qui répondra à ce moment, si elle est nommée = z , nous en avons déjà la valeur fort proche = 48', 29''; mais il en faut encore retrancher $\frac{(n+m)^2}{(n-m)^2}$

$$\text{fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega \text{ cof } a^2 \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2$$

donc le calcul est :

$$\begin{aligned}
 l \left(\frac{n+m}{n-m} \right)^2 &= 0, 1161372 \\
 l \text{ si } a \text{ si } \frac{1}{2} \omega &= 7, 8482612 \\
 l \text{ cof } a^2 &= 9, 9896846 \\
 l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2 &= 7, 3268908 \\
 & \quad 5, 6809738 \\
 \text{fourtr.} & \quad 4, 6855749 \\
 & \quad 0, 5953989
 \end{aligned}$$

$$l \text{ cof } a = 9, 9948423$$

à ce log. répond. 4'' à peu près

Donc la plus petite distance des centres est 48', 25'' laquelle étant ôtée de la somme des demi-diametres 45', 40'' + 16', 44'' = 62', 24'' laissera 13', 59'' pour la grandeur de l'Eclipse : qui sera reduire en
doits,

doits, dont 6 égalent le demi-diametre de la Lune, on fera cette regle de trois :

$$16', 44'' (1004) : 6 = 839 : 5, 014$$

La grandeur de cette Eclipsé a donc été de $5 \frac{14}{1000}$ doigts ce qui doit être arrivé à $12^h, 10', 23''$.

XVII. Pour trouver les momens du commencement & de la fin de cette Eclipsé, il faut supposer $z =$ à la somme des demi-diametres,

ou $z = 62', 24''$ & de là chercher l'angle ϕ que $\text{cof } \phi = \frac{\text{fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega}{\text{fin } \frac{1}{2} z}$

Or étant $\frac{1}{2} z = 31', 12''$ nous aurons.

$l \text{ fin } a \text{ fin } \frac{1}{2} \omega$	$=$	7, 8482612
$l \text{ fin } \frac{1}{2} z$	$=$	7, 9578747
$l \text{ cof } \phi$	$=$	9, 8903865
Dom. ϕ	$=$	39°, 1', 8''
& $l \text{ tang } \phi$	$=$	9, 9084037

Comme la valeur de z est composée de trois membres, cherchons en chacun à part, par le calcul qui suit.

$l \text{ fin } a$	$=$	9, 1852764
$l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega$	$=$	8, 6634454
		7, 8487218
$l (n - m)$	$=$	3, 3273589
		4, 5213628
soutr.		4, 6855749
$l \frac{\text{fin } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega}{n - m}$	$=$	9, 8357878
$l \text{ tang } \phi$	$=$	9, 9084037
$l 2$	$=$	0, 3010300
$l \text{ Part. I.}$	$=$	0, 0452215



Part. I.	=	<u>1^h, 1097</u>
$l \frac{\text{fi } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega}{n - m}$	=	9, 8357474
$l \frac{(n + m)}{n - m}$	=	0, 0580686
$l 2$	=	<u>0, 3010300</u>
		0, 1948864
$l \text{ cof } a$	=	9, 9948423
$l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega$	=	<u>8, 6634454</u>
$l \text{ Part. II.}$	=	8, 8531741
Part. II.	=	<u>0, 0713</u>
$l \frac{\text{fi } a \text{ tang } \frac{1}{2} \omega}{n - m}$	=	9, 8357878
$l \left(\frac{n + m}{n - m} \right)^2$	=	0, 1161372
$l \text{ cof } 2 a$	=	9, 9799536
$l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega^2$	=	7, 3268908
$l \text{ tang } \Phi$	=	<u>9, 9084037</u>
$l \text{ Part. III.}$	=	7, 1651731
Part. III.	=	0, 0015

XVIII. Ajoutant ces parties ensemble selon les signes, & donnant à tang Φ une valeur ambiguë, nous trouverons les deux valeurs suivantes pour x .

$$\text{I. } x = 1, 1097 - 0, 0713 - 6, 0015 = + 1, 0369$$

$$\text{II. } x = - 1, 1097 - 0, 0713 + 6, 0015 = - 1, 1795$$

Donc, pour avoir le commencement de l'Eclipse, il faut du tems de l'opposition dans l'orbite soustraire

$$1, 1795^h = 1^h, 10', 770 = 1^h, 10', 46''$$

& pour avoir la fin de l'Eclipse, il faut ajouter à cette même époque

$1, 0369^h = 1^h, 2', 214 = 1^h, 2', 13''$
 Tems de l'opposition, Aout $8^j, 12^h, 14', 39''$
 — $1, 10, 46$
 + $1, 2, 13$

Commencement de l'Eclipse à $11, 3, 53$

Fin de l'Eclipse à $13, 16, 52$

XIX. Recueillons tout ce que nous veüons de trouver ensemble, & nous verrons, que selon mes tables les moments de l'Eclipse ont dû être à Berlin, tems vrai A. 1748. le 8^{me} Août

Le commencement à $11^h, 3', 53''$

La plus grande obscuration à $12, 10, 23$

L'opposition dans l'orbite à $12, 14, 39$

La fin de l'Eclipse à $13, 16, 52$

La grandeur de l'Eclipse $5 \frac{14}{1000}$ Doigts.

& la durée de $2^h, 12', 49''$

A présent on voit que l'accord de ce calcul avec l'observation est si grand, qu'à peine fauroit on s'attendre à une plus grande conformité; vu qu'on n'est pas encore trop certain de l'augmentation de l'ombre, causée par l'Atmosphere de la terre, & ensuite les observations de ces moments mêmes ne sont pas susceptibles d'une telle précision, qu'on n'en pourroit encore douter d'une minute, puisqu'il est extrêmement difficile de distinguer l'observation de l'ombre même, de celle de la penombre.

