

# University of the Pacific Scholarly Commons

Euler Archive - All Works

**Euler Archive** 

1749

## Sur la perfection des verres objectfs des lunettes

Leonhard Euler

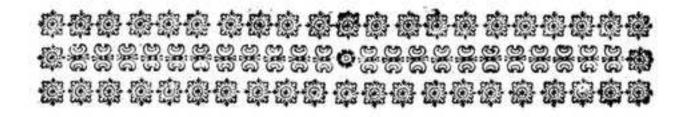
Follow this and additional works at: https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works

Part of the Mathematics Commons
Record Created:
2018-09-25

#### Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Sur la perfection des verres objectfs des lunettes" (1749). *Euler Archive - All Works*. 118. https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/118

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact <a href="mailto:mgibney@pacific.edu">mgibney@pacific.edu</a>.



### SUR LA PERFECTION

DES

#### VERRES OBIECTIFS DES

LUNETTES,

Mr. EULER. PAR

I.

I est reconnu parmi les Astronomes, que les verres objectifs, dont on se sert ordinairement dans les Lunettes, ont ce défaut, qu'ils produisent une infinité de foyers, selon les differens degrés de re-

frangibilité des rayons. Les rayons rouges, comme ils souffrent la plus petite réfraction en passant par le verre, forment leur foyer à une Plus grande distance du verre, que les rayons violets, dont la réfraction est la plus grande. De là vient, que si la lumiere, qui passe par le verre objectif, est composée de plusieurs sortes de rayons, ce n'est plus dans un point que les rayons rompus se rassemblent, comme on suppose communément dans l'Optique; mais le foyer sera étendu par quelque espace, qui sera d'autant plus considérable, plus le foyer fera eloigné du verre objectif.

II. Pour faire sentir mieux ce défaut des verres optiques, soit Fig. I. M N un tel verre quelconque convexe de part & d'autre, & qu'on nomme le rayon de l'arc M A N  $\equiv f$ , & celui de l'arc M B N  $\equiv g$ .

Soit

Soit de plus  $\zeta$ :  $\eta$  la raison de réfraction des rayons, qui passent de l'air dans le verre, & posant la distance de l'objet Ee au verre, EA  $\equiv a$ , la distance du soyer F, ou du lieu, où se forme l'image Ff de l'objet Ee, au verre, c. à. d. la distance BF est trouvée par la theorie de la réfraction  $\equiv \frac{\eta \, a \, f \, g}{(\zeta - \eta) \, a \, (f + g) - \eta f g}$ . Ensuite, si l'on nomme la hauteur de l'objet  $Ee \equiv e$ , la hauteur de l'image, qui sera renversée, se trouvera  $Ff \equiv \frac{\eta \, e \, f \, g}{(\zeta - \eta) \, a \, (f + g) - \eta f g}$ : puisqu'il y aura Ff:  $BF \equiv Ee$ : AE. D'ou l'on voit que la grandeur de l'image Ff varie dans la meme raison, que la distance BF.

IIII. Divisons le numerateur & le dénominateur par yfg, & la distance du foyer sera

$$BF = \frac{a}{\left(\frac{\zeta}{\eta} - 1\right) a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$$

& cette distance sera constante, tant que la raison de réstaction  $\frac{\zeta}{\eta}$  demeurera la même: mais si une partie des rayons suit une autre raison que celle-ci, leur soyer tombera dans un autre point. Pour trouver cette difference, soit F f l'image de l'objet formée par les rayons d'une nature moyenne, R r l'image formée par les rayons rouges, &  $\nabla v$  celle des rayons violets. Cela pose, la formule que je viens de donner, nous sournira la distance BF en supposant  $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{31}{20}$ . Or la distance BR se trouvera en supposant  $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{77}{50}$ , & la distance BV en supposant  $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{78}{50}$ .

IV. Nous aurons donc pour les rayons rouges, les moyens & les violets, ces differentes distances de foyers

Mm 2

Pour

Pour les rayons rouges BR = 
$$\frac{27}{50} a \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right) - 1$$

Pour les rayons moyens BF = 
$$\frac{a}{\frac{1}{20} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$$

Pour les rayons violets B V = 
$$\frac{a}{\frac{28}{50}} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1$$

Que l'objet E e soit comme infiniment éloigné ou a = 00, pour faire l'application aux observations astronomiques, & on aura

Pour les rayons rouges B R = 
$$\frac{50 \text{ } f \text{ g}}{27 \text{ } (f + g)}$$

Pour les rayons moyens B F = 
$$\frac{20}{11} \frac{f g}{(f + g)}$$

Pour les rayons violets B V = 
$$\frac{50}{28} \frac{f g}{(f + g)}$$
.

V. Donc la distance BR sera à la distance BV comme 28 à 27; & partant l'espace VR, par lequel tous les soyers des disserents rayons seront disperses, est la vingt-septieme partie de la distance entiere BV. Par consequent pour un verre, qui a son soyer à 27 pieds de distance, les images formées par les disserens rayons rempliront un espace d'un pied: d'où il s'ensuit nécessairement, que si le verre oculaire represente une de ces images distinctement, les autres doivent causer une d'autant plus grande consusion, plus elles seront éloignées du soyer de l'oculaire, ou plutot, plus cet éloignément sera considérable par rapport à la distance du soyer de l'oculaire, c. à. d. plus l'oculaire sera petit. De là on comprend aisement combien grande doit etre la consusion, si l'on se sert des objectifs de 100 & plusieurs pieds, & on ne sera plus surpris, que de si longues lunettes n'ont pas produit l'esset, dont on s'est attendu.

VI. Outre la confusion de la représentation, qui est inévitable dans ces sortes de verres optiques, il n'y a aucun doute que cette dispersion du foyer par un espace considérable, ne soit une des principales raisons, qu'on ne peut pas joindre à un objectif, dont la distance du soyer est asses grande, un ocuiaire aussi petit qu'on voudroit, pour en rendre l'augmentation de l'objet d'autant plus grande. Car si l'image que l'oculaire doit représenter, est dissus par un espace considérable, on voit bien qu'un sort petit oculaire est tout à fait incapable d'en exciter dans l'œil une sensation perceptible, & il est bien seur, que sans cet inconvenient, on pourroit avec bien du succés emploier des oculaires beaucoup plus petits, qui grossiroient l'image considerablement davantage.

VII. Puisque la diffusion du foyer causée par la diverse refrangibilité des rayons, dépend uniquement, comme nous venons de voir, de la distance de ce foyer; il est impossible d'y apporter aucun remede par le rapport, qu'on pourroit mettre entre les rayons f & g des deux saces du verre. Tous les verres, soit qu'ils soient convexes des deux cotés, ou menisces, seront également assujettis à cet in-

convenient: & pourvû que la quantité  $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$  ou  $\frac{fg}{f+g}$  ait la meme valeur, de laquelle dépend la distance du foyer, la dissufion sera la même. Et partant plus les lunettes seront longues, plus on s'appercevra de ce desaut: ce qui a porté seu Mr. Newton d'abandonner les verres objectifs, & d'introduire à leur place ses miroirs concaves, dont on se sert à present avec tant d'avantage.

VIII. Mais je dois remarquer ici en passant une circonstance importante, que ma formule renferme. C'est que si  $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$   $= 0 \text{ ou } g = -f, \text{ la distance BF} = \frac{a}{\left(\frac{g}{\eta} - 1\right)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$ devient invariable, que sue sue sue subisse la reisen de la

devient invariable, quelque changement que fubisse la raison de la Mm 3 refra-

réfraction  $\frac{\zeta}{\eta}$ . Il est bien vrai, que dans ce cas on aura BF = -a

& que l'image Ff tombe sur l'objet Ee, de sorte qu'un tel verre ne produiroit aucun esset, & les rayons qui passeroient par ce verre ne soussirioient aucune réfraction. Cependant puisque  $g \equiv -f$ , un tel verre sera un menisque MAMNBN, dont la concavité NBN a le meme rayon, que la convexité MAM.

IX. Quoiqu'un tel verre, puisqu'il transmet les rayons fans aucune réfraction, ne soit d'aucun usage dans la Dioptrique, il en peut apporter un asses grand dans la Catoptrique. Car couvrant la surface convexe d'un sond convenable pour en rendre un miroir concave, les rayons qui tomberont sur ce miroir selon la direction de l'axe FA, quoiqu'ils passent par le verre, n'en soussiris représentement l'image dans le soyer F aussi distinctement, que s'ils avoient été réstechis d'un miroir de metal. On trouve cette meme remarque dejà dans les Transactions d'Angleterre de ces dernieres années. Mais il semble qu'on ne se soit pas donné asses de peine pour mettre cette sorte de miroirs en usage, qui seroient sans doute fort préserables à ceux qu'on fait de metal.

X. Mr. Newton a déjà remarqué qu'il s'en faut beaucoup que les miroirs de metal réflechissent à proportion autant de rayons, que les verres en transmettent; desorte que de ce coté - ci les verres retiennent une aussi grande prérogative, que les miroirs l'emportent sur cux à l'egard de la diverse réfrangibilité des rayons: d'où il est aisé de prévoir, que s'il étoit possible de délivrer les verres de ce desaut, leur usage surpasseroit bien loin celui des miroirs; & on pourroit esperer de faire à leur aide des decouvertes beaucoup plus importantes. On voit bien qu'on tomberoit dans une pareille perte de rayons, si l'on vouloit emploier des objectifs colorés, qui ne transmettroient d'autres rayons que ceux de leur couleur: car la perte de tous les autres rayons deviendroit trop considerable, pour qu'on pût se contenter du reste.

XI.C'eft

XI. C'est donc d'une source tout à fait différente, que je tacherai de puiser la perfection des verres objectifs. Mr. Newton a déjà foupçonné que des objectifs composés de deux verres, dont l'espace entre deux fut rempli d'eau, pourroient fervir à perfectionner les lunettes par rapport à l'aberration des rayons, qu'ils fouffrent à cause de la figure spherique des verres. Mais il ne paroit pas, qu'il eût l'idée, que par ce meme moyen il seroit possible de rétrecir l'espace par lequel les foyers des divers rayons se trouvent disperses. Or il m'a d'abord paru trés probable, qu'une certaine combinaison de quelques differens corps transparens pourroit être capable de remedier à cet inconvenient; & je suis persuadé, que dans nos yeux les divertes humeurs s'y trouvent arrangées en forte qu'il n'en réfulte aucune diffusion du fover. C'est à mon avis un sujet tout nouveau d'admirer la structure de l'oeil; car s'il n'avoit été question que de représenter les images des objets, un seul corps transparent y auroit été suffisant, pourvu qu'il ait eu la figure convenable; mais pour rendre cet organe tout accompli, il y faloit emploier plusieurs disferens corps transparens, leur donner la juste figure & les joindre selon les regles de la plus sublime Geometrie, pour que la diverse réfrangibilité des rayons ne troublat point les représentations.

XII. Puisque donc les rayons, qui entrent dans l'oeil, y foussirent quatre résractions, j'en conclus qu'il doit être possible d'arranger tellement quatre surfaces resringentes, que les soyers de toutes sortes de rayons conviennent dans un seul point, à quelque distance que se trouve l'objet. Donc pour trouver cet arrangement, je m'en vai considerer en general quatre surfaces resringentes MAM, NBN, ODO, PCP, qui soient spheriques ayant leurs centres dans la meme ligne droite EI, qui tiendra lieu de l'ave. Je les supposerai dabord toutes convexes vers l'objet E, & je nommerai les rayons de MAM = f, de NBN = g, de OCO = b, & de PDP=k. Soient outre cela leurs distances AB=b, B=c & CD=d: & de plus la raison

de réfraction des rayons, qui passent par la premiere MAM= $\frac{\zeta}{\eta}$ ,

Fig. 3.

de ceux qui passent par la seconde NBN  $= \frac{9}{\theta}$ , par la troisieme

$$OCO = \frac{\theta}{\kappa}$$
, par la quatrieme  $PDP = \frac{\kappa}{\lambda}$ .

XIII. Nous avons donc ici à considérer cinq milieux transparens E A, A B, B C, C D & D I, que je suppose tellement differens entr'eux, que des rayons qui passent du premier E A dans le second A B, le finus d'incidence foit au finus de réfraction comme (à 4; le finus d'incidence au finus de réfraction des rayons, qui passent du second AB dans le troisieme BC comme y à 0: le sinus d'incidence au finus de réfraction des rayons, qui passent du troisieme B C dans le quatrieme CD comme & à x; & enfin le finus d'incidence au finus de réfraction des rayons qui passent du quatrieme CD dans le cinquieme D I comme \* à A. J'ai choifi exprés ces expressions des loix de réfractions, afinqu'on en puisse d'abord tirer la raison de la réfraction, lorsque les rayons passeroient d'un de ces milieux dans un autre quelconque: ainsi si les rayons passoient immediatement du premier milieu E A dans le quatrieme CD, le finus d'incidence feroit au finus de réfraction comme ζ à z: de forte que ces lettres ζ, z θ, z, λ peuvent êtres regardées, comme si elles exprimoient les pouvoirs réfraetifs des milieux EA, AB, BC, CD & D I.

XIV. Soit maintenant E e l'objet, dont les rayons passent par ces cinq milieux disserens, & soit F f l'image de cet objet sormée par les rayons après la premiere refraction, G g l'image formée après la seconde réstaction, II b celle, que sorment les rayons après la troisseme réstaction, & ensin Li l'image, que les rayons representent après avoir sousserent toutes les quatre réstactions. Pour trouver l'endroit & la grandeur de ces images, on sait que la premiere F f tient lieu de l'objet dans la sormaton de la seconde G g, & celle-ci doit être regardée comme l'objet pour trouver la troisseme H b, qui tiendra encore lieu de l'objet pour la derniere I i. D'où l'on voit, que quoiqu'il ne s'agisse que de déterminer la derniere image I i, on est pourtant obligée de chercher toutes les precedentes.

XV. Pour trouver la premiere image Ff, qui est renversée dans la figure, nommant la distance de l'objet Ee à la premiere surface réfringente. M A M c. à. d.  $EA \equiv a$ , on tire des régles de la Dioptrique

A F = 
$$\frac{\zeta \circ f}{(\zeta - \eta) \circ a - \eta f}$$
 & Ff =  $\frac{\eta}{\zeta}$ . A F E A. E.

Soit à present F B  $\equiv b - \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f} \equiv v$ , & v sera

la distance de l'objet F f à la seconde surface N B N, dont la raison de réfraction étant y:  $\theta$  on aura par les memes règles

$$BG = \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} \& Gg = \frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{BG}{FB} \cdot Ff$$

Soit G C =  $c - \frac{\eta v g}{(\eta - \theta) v - \theta g} = x & \text{on trouvers}$ 

$$CH = \frac{\theta x h}{(\theta - \kappa) x - \kappa h} \& Hb = \frac{\kappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{GC} \cdot Gg$$

Enfin mettant HD =  $d - \frac{\theta \cdot x \cdot h}{(\theta - \kappa) \cdot x - \kappa \cdot b} = y$ , on obtiendra

$$DI = \frac{\kappa y k}{(\kappa - \lambda) y - \lambda k} \& Ii = \frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{DI}{HD}. Hb$$

Cette derniere image fera donc debout, si la valeur trouvée  $\frac{\lambda}{\kappa}$ .

 $\frac{D}{H}\frac{I}{D}$ . H b se trouvera positive, mais en cas qu'elle devienne negative, ce sera une marque que l'image est renversée.

XVI. On voit bien que ces dernieres expressions trouvées pour D I & Ii deviendroient extremement compliquées, si l'on vouloit remettre successivement pour y, x & v leurs valeurs. Mais puisque je borne mes recherches à trouver des corps réstingens propres à etre emploiés dans les lunettes, l'épailleur A D peut etre regardée si pe-

tite, qu'elle sera comme rien par rapport aux autres quantités qui entrent dans nos formules. Je supposerai donc  $b \equiv 0$ ,  $c \equiv 0$  & d = 0, & j'aurai

F B=v=-AF; BG= 
$$\frac{\eta g. AF}{(\eta-\theta)AF+\theta g}$$
; Gg=- $\frac{\theta}{\eta}$ .  $\frac{BG}{AF}$ . Ff  
GC=x=-BG; CH=  $\frac{\theta h. BG}{(\theta-\mu)BG+\mu h}$ ; Hh=- $\frac{\mu}{\theta}$ .  $\frac{CH}{BG}$ . Gg

$$G C = x = -BG$$
;  $CH = \frac{\theta h. BG}{(\theta - \varkappa) BG + \varkappa h}$ ;  $Hh = -\frac{\varkappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{BG} \cdot Gg$ 

$$HD=y=-CH; DI=\frac{\frac{\kappa k. CH}{\kappa -\lambda CH+\lambda k}}{(\kappa -\lambda CH+\lambda k)}; Ii=-\frac{\lambda}{\kappa}.\frac{DI}{CH}.Hh$$

D'où nous tirerons d'abord  $Ii = -\frac{\lambda}{n}$ .  $\frac{D}{A}\frac{I}{F}$ . F f, & puisque

$$Ff = \frac{\eta}{\zeta}$$
.  $\frac{AF}{EA}$ .  $Ee$ , il fera  $Ii = -\frac{\lambda}{\zeta}$ .  $\frac{DI}{EA}$ .  $Ee$ .

Et partant l'image I i fera renversée, pourvû qu'elle tombe derriére la derniere furface PDP.

XVII. Remettons fuccessivement les valeurs de AF, BG &

CH, & puisque AF 
$$\equiv \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta) a - \eta f}$$
, nous aurons

$$BG = \frac{\zeta \eta a f g}{\zeta (\eta - \theta) a f + \theta (\zeta - \eta) a g - \eta \theta f g}$$

Frg. 4.

$$CH = \frac{\zeta \eta \theta a f g b}{\zeta \eta (\theta - \kappa) a f g + \zeta \kappa (\eta - \theta) a f h + \theta \kappa (\zeta - \eta) a g h - \eta \theta \kappa f g h}$$

$$\mathbf{D} \mathbf{I} = \frac{\zeta \eta \theta \varkappa a f g h k}{\zeta \eta \theta (\varkappa - \lambda) a f g h + \zeta \eta \lambda (\theta - \varkappa) a f g k + \zeta \varkappa \lambda (\eta - \theta) a f h k + \theta \varkappa \lambda (\zeta - \eta) a g h k - \eta \theta n \lambda f g h k}$$
ou bien

$$\mathbf{D} \mathbf{I} = \frac{\zeta \eta \theta \kappa a f g h k}{\zeta \eta \theta \kappa \eta f g h + \zeta \eta^{g} \lambda \eta f g (k-h) + \zeta \eta \kappa \lambda \eta f k (h-g) + \zeta \theta \kappa \lambda a h k (g-f) - \eta^{g} \kappa \lambda g h k (a+f)}$$

XVIII. Pour approcher davantage de mon dessein : Soit MPPM notre objectif composé de deux verres MM NN & OO PP, entre lesquels l'espace NN OO soit rempli d'eau. L'objet Ee fe trouve

se trouve dans l'air, de meme que l'image Ii, que je represente à l'envers. Donc puisque le premier milieu EA & le dernier DI sont de meme nature, il y aura  $\lambda \equiv \zeta$ , & puisque le second AB & le quatrieme CD sont de verre, il y aura  $\varkappa \equiv \gamma$ . D'où notre sormule trouvée se changera en celle - cy :

DI =  $\frac{y \theta \ a \ f \ g \ h \ k}{\xi \eta \ i f k \ (h-g) + \xi \theta a \ (f g k - f g h + g h k - f h k) + \eta \theta g h \ (a f - a k - f k)}$ Divisions le numerateur & le dénominateur par  $y \theta f g b k$  pour obtenir

DI=
$$\frac{a}{\frac{\dot{\zeta}}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \frac{\dot{\zeta}}{\eta} a \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{k} + \frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1\right)}$$

& puisque I  $i = \frac{DI}{a}$ . Ee, nous aurons

$$Ii = \frac{E e}{\frac{\zeta}{\theta} a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \frac{\zeta}{\eta} a \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1\right)}$$

XIX. Dans ces formules il n'y a que les deux fractions  $\frac{\zeta}{\eta}$  &  $\frac{\zeta}{\theta}$ , qui dépendent de la loi de réfraction; la premiere  $\frac{\zeta}{\eta}$  exprimant la raison de réfraction de l'air dans le verre, & l'autre  $\frac{\zeta}{\theta}$  celle de l'air dans l'eau: Donc si les réfractions sont variables, il n'y aura que ces deux fractions qui en subissent quelque changement. Supposons la raison de réfraction de l'air dans le

verre  $\frac{\zeta}{\eta} = m$  & celle de l'air dans l'eau  $-\frac{\zeta}{\theta} = n$ , pour avoir

$$DI = \frac{a}{na(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + ma(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - a(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k})}$$

$$\& Ii = \frac{E \epsilon}{na(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + ma(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - a(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k})}$$

ou bien en divifant par a en haut & en bas.

$$DI = \frac{1}{n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}}$$

$$E e : a$$

$$n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

$$n(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) = N(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + M(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k})$$

$$= \nu \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \mu\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right)$$
ou bien:
$$(n-N)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + (m-M)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = 0$$

$$\&(\nu-n)$$

& 
$$(v-n)(\frac{1}{g}-\frac{1}{h})+(\mu-m)(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{h}-\frac{1}{k})=0$$

XX. Mais puisque nous supposons que les rayons, pour lesquels nous avons posé les raisons de réfraction m & n sont d'une nature précisement moyenne entre les rouges & les violets, il y aura  $n - N \equiv v - n \& m - M \equiv \mu - m$ ; & partant il suffira pour mon dessein de satisfaire à cette seule équation :

$$(n-N)\left(\frac{1}{g}-\frac{1}{h}\right)+(m-M)\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{g}+\frac{1}{h}-\frac{1}{k}\right)=0$$

Il ne reste donc plus pour parvenir à mon but, que de déterminer generalement la raison de réfraction des rayons rouges, en sachant celle des rayons moyens, ou bien de trouver, quelles sonctions seront les quantités M & N de celles-cy m & n, que je suppose données.

XXII. Il y a plusieurs circonstances, qui déterminent le rapport entre les quantités m & M, de meme qu'entre n & N. Or d'abord il est evident que N doit etre une fonction toute semblable de n, que M est de m. En second lieu, il est clair que si  $m \equiv 1$ , il saut qu'il soit également  $M \equiv 1$ , puisque dans ce cas les deux milieux deviennent égaux, de sorte qu'il n'y aura point de réstaction. Troissiemement, il saut remarquer, que si au lieu de m on met  $\frac{1}{m}$ ,

la fonction M doit se changer en  $\frac{1}{M}$ ; car ce cas est pour le retout des rayons du second milieu dans le premier, qui se fait dans le meme chemin, que le passage du premier dans le second. Et enfin si pour m on mettoit m n, la valeur de M doit devenir  $\equiv$  M N: d'où il s'ensuit en géneral que si l'on pose  $n \equiv m$ , il sera  $N \equiv M$ . Donc connoissant m, M & n, on trouvera  $\alpha \equiv \frac{1}{l m}$  & de là  $N \equiv M$ .

XXIII. Puisque donc dans notre cas nous avons  $m = \frac{31}{20}$ ,  $n = \frac{4}{3}$  &  $M = \frac{77}{50}$ , nous trouverons  $\alpha = \frac{l}{lm} = \frac{1249387}{1903317}$  = 0, 656426, & enfin  $N = M^{\alpha} = 1$ , 32768. De là il fera m = M = c, 01000, & n = N = 0, 00565, d'où nous obtiendrons cette équation 566  $(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + 1000 (\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) = 0$ , qui fe reduit à celle-ci

$$1000 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right) = 435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right)$$

Donc notre dénominateur commun de DI & Ii étant

$$n\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \text{ ou}$$

$$(m-1)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}, \text{ if fe changers en}$$

$$0,5500\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right) - 0,2167\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a} & \text{à cause de}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0, 435\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right)$$

il deviendra  $\equiv 0$ , 02258  $(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) - \frac{1}{a}$ 

MXIV. Voici donc un objectif M P P M composé de deux menisques de verre M N N M & O P P O, entre lesqueiles l'espace NOON est rempli d'eau, qui rassemblera tous les rayons, de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soyent, qui viennent de l'objet E e, dans la même image I t. Pour construire cet objectif, en posant les rayons des quatre surfaces spheriques M A M, N B N, O C O, P D P = f, g, b, & k, on n'aura qu'à les prendre ensorte, qu'il soit:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left( \frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right)$$

& alors nommant la distance de l'objet  $E \in a$  cet objectif,  $E \land \equiv a$ , la distance de l'image renversee formée apres l'objectif sera

D 1 = 
$$\frac{a}{0, 02258 \ a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - 1}$$

& la quantité de cette image fera

$$I i = \frac{\stackrel{E}{e}}{\circ, \circ_{2258} \stackrel{a}{\circ} \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - 1}$$

XXV. Pour rendre la détermination des rayons des quatre sphericités plus aifée, supposons

0, 02258 
$$\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) = \alpha \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) = \frac{1}{r}$$

& on aura:

$$\frac{0,02258}{0,435} \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = \mathcal{E} \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{r}$$

Qu'on prenne 
$$\frac{1}{g} = \frac{n+1:2\alpha}{r}, \frac{1}{h} = \frac{n-1:2\alpha}{r}$$

$$\& \ \frac{1}{f} = \frac{m+1:2\beta}{r}, \ \frac{1}{k} = \frac{m-1:2\beta}{r}$$

Or ayant 
$$\frac{1}{2\alpha} = 22$$
, 1435 &  $\frac{1}{26} = 9$ , 6324

en prenant pour m & n à volonté des nombres quelconques, on fera

$$f = \frac{r}{m + 9,6324}$$

$$g = \frac{r}{n + 22,1435}$$

$$k = \frac{r}{m - 22, 1435}$$

$$k = \frac{r}{m - 9, 6324}$$

& on aura:

Fig. 5.

$$D I = \frac{ar}{a-r} \& I i = \frac{r. E}{a-r}$$

Donc si l'objet est supposé etre éloigné à l'infini, la distance D I deviendra = r, de sorte que r exprime la distance du soyer de notre objectif.

volonté, les formules trouvées nous fourniront une infinité d'objectifs, qui auront la même distance de foyer r, & qui seront délivrés tous de la dissussion du foyer, à laquelle les objectifs ordinaires sont assujettis. Le cas le plus simple paroit résulter, si l'on met m = 9, 6324 & n = 22, 1435. Car alors les deux dernières faces OO & PP deviendront planes, ou le verre OPP Ofera plan de ses deux cotés. Mais l'autre verre MNN M restera un menisque, dont le rayon de la convexité MAM doit etre

$$f = \frac{r}{19, 2648} = \frac{15}{289} r$$

& celui de la concavité N B N

$$g = \frac{r}{44, 2870} = \frac{7}{310} r$$
Ou fi l'on met la distance du foyer  $r = 10000$ , il y aura  $f = 519$ , 08

Ou si l'on met la distance du soyer r = 10000, il y aura f = 519, 08 & g = 225, 80. La forme de cet objectif est representée dans la figure 5.

XXVII. Supposons  $m \equiv 0 \& n \equiv 0, \&$  que la distance du foyer demeure  $r \equiv 10000, \&$  il sera

f = 1038, 16; g = 451, (0; h = -451, 60; k = -1038, 16 où les deux dernieres faces deviendront concaves vers l'objet, & l'objectif fera composé de deux menisques egaux, & semblables à celui

celui qui a été trouvé dans le §. précedent. La fig. 6 represente la forme cet objectif. Ici il est très remarquable, que quoiqu'on demande un objectif, dont la distance du soyer soit sort grande, les rayons des sphericités deviennent très mediocres; comme si dans ce dernier cas on vouloit que la distance du soyer sût de soo pieds, les rayons des sphericités ne seront que de soit & 4½ pieds, par où il semble que l'execution de ces objectifs doit etre beaucoup plus aisée que des ordinaires.

XXVIII. On voit que dans ce dernier cas, si l'on met au lieu du menisque O P P O un verre plat de deux cotés, on obtiendra un objectif, dont la distance du foyer sera = 20000, ou double de la premiere. Tout revient donc dans ces deux cas à la proportion entre les rayons f & g, qui doit etre comme 1038, 16 à 451, 60: de

forte que  $f = \frac{103816}{45160}$  g, & alors la distance du soyer sera =

donner la raison entre f & g dans les plus petits nombres entiers, qui approchent autant qu'il est possible de la veritable raison, je joindrai ici les valeurs de f & g exprimées dant les plus petits nombres entiers.

k ou  $f \equiv 5$ , 7, 9, 16, 23, 39, 62, 85, 108, 131, 154, 177, 200 h ou  $g \equiv 2$ , 3, 4, 7, 10, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87 Dift. du foyer  $\equiv 44$ , 66, 89, 155, 221, 376, 598, 819, 1041, 1262, 1485, 1705, 1926 Si ces nombres font pris pour marquer des pouces, les derniers donneront un objectif de 1926 pouces lde foyer, s'il est convexe de deux cotés; mais si on le sait plan d'un coté, la distance du foyer deviendra double  $\equiv 3853$  ou de 321 pieds.

XXIX. Je dois encore remarquer, qu'il n'est pas absolument nécessaire de se tenir trop soigneusement à la proportion qui a été trouvée, & qu'on s'en peut ecarter un peu, sans que la dissussion devienne considerable. On s'en asseurera aisement par le calcul d'un exemple: car soit f = 9, g = 4,  $b = \infty$  &  $k = \infty$ , qui Memoires de l'Academie Tom. III.

sont des valeurs, qui different encore notablement des vrayes; & & & la distance de l'objet a est infinie, on trouvera la distance du foyer des rayons moyens

$$D I = \frac{36}{9 n - 5 m - 4} = 144$$

& la distance du foyer des rayons rouges

$$DI = \frac{36}{9 N - 5 M - 4} = 144,578$$

Donc si ces nombres marquent des pouces, la distance entre les foyers rouges & violets sera  $\equiv$  1, 156 pouces, pendant que dans un objectif ordinaire de 144 pouces de foyer cette distance seroit  $\equiv$  5, 23, ou presque cinq fois plus grande. Or en general si  $b \equiv \infty$ , &

$$k \equiv \infty$$
 & qu'on mette la diffance du foyer  $r = \frac{fg}{nf - m(f - g) - g}$ 

$$= \frac{f g}{0,5500 g - 0;2144 f}$$
 la distance entre les foyers rouges &

violets se trouvera = 
$$\frac{2 r r}{f g}$$
 (0, 00565 f - 0, 01000 (f - g))

$$=\frac{2rr}{fg}$$
 (0, 01000 g - 0, 00435 f).

XXX. La proportion que je viens de trouver entre les rayons f & g, dépend des loix de réfraction de l'air dans le verre, & de l'air dans l'eau, dont j'ai supposé celle-là  $m = \frac{3}{2}\frac{1}{5}$ , & celle-ci  $n = \frac{4}{3}$ , pour les rayons moyens. Donc s'il arrivoit, que ces valeurs ne sussent quelque changement. C'est pourquoi, afin que mes determinations ne soyent pas attachées à ces hypothèses de m & de n, je m'en vais rendre la solution plus génerale. Or pour faciliter le calcul, je supposérai d'abord  $b = \infty \& k = \infty$ , puisque de ce cas on tire aisément celui où b = -g & k = -f, & la distance du foyer devient la moitié de la precedente. Donc si l'on met aussi la distance

distance de l'objet a = 00, nous aurons la distance du soyer des rayons moyens

$$DI = \frac{1}{\frac{n}{g} + \frac{m}{f} - \frac{m}{g} - \frac{1}{f}} = \frac{fg}{(m-1)\frac{g}{g - (m-n)f}}$$

& cette distance se reduira à la moitié, si au lieu de 6 = 00 & k = 00

on met 6 = -g & k = -f.

XXXI. Soit maintenant M la raison de réfraction de l'air dans le verre pour les rayons d'une autre nature quelconque, & N la raison de réfraction de l'air dans l'eau pour les mêmes rayons: & la

diffance du foyer de ces rayons fera D I =  $\frac{fg}{(M-1)g - (M-N)f}$ Donc pour que ce foyer tombe dans le precedent, il faut qu'il foit (M-1)g - (M-N)f = (m-1)g - (m-n)f, ou bien (N-n)f = (M-m)(f-g).

Or nous avons vu, que si  $n = m^{\alpha}$ , il doit y avoir  $N = M^{\alpha}$ , ou puisque  $\alpha = \frac{ln}{lm}$  on aura  $N = M^{ln:lm}$  ou  $lN = \frac{ln}{lm} lM$ : c. à. d. lm: ln = lM: lN.

XXXII. Puisque nous favons que les differences entre M & m de même qu'entre N & n font trés petites, il sera permis de mettre  $M \equiv m + d m & N \equiv n + d n &$  cette supposition donnera l m: ln = l(m+dm): l(n+dn). Or il y a l(m+dm) = lm $+\frac{dm}{m} & l(n+dn) = ln + \frac{dn}{n}$ , de forte que  $\frac{dm}{m} ln =$  $\frac{dn}{n} l m$  ou  $dn = \frac{n l n}{m l m} d m$ . Donc puisqu'il doit etre f dn =(f-g)dm, on aura  $f: f-g = m \ l \ m: n \ l \ n.$ &  $f: g = m \ l \ m: m \ l \ m-n \ l \ n.$ 

Et mettant cette proportion entre f & g, la distance du foyer de O 0 2 tous

#### DE 292 DE

tous les rayons fera pour les objectifs plano - convexes D I  $\equiv \frac{fg}{(m-1)g-(m-n)f}$ 

XXXII. Tout revient donc à l'invention des valeurs  $m \ l \ m \ \& n \ l \ n$ , en donnant aux lettres  $m \ \& n \ des$  valeurs convenables, desorte que si l'on met  $m = \frac{31}{20} = 1$ , 55 & n = 1, 3333 on trouvera les solutions précedentes. Or puisque ces valeurs ne sont pas peut-etre justes à la derniere rigueur, & asin qu'on puisse mieux faire l'application de ces sormules, aussi en cas qu'on voulut employer d'autres matieres transparentes, qui ont d'autres loix de réstaction; je joindrai ici une table qui exprime les valeurs de la formule  $x \ l \ x$ , en donnant à x toutes les valeurs intermediaires entre 2, 00 & 1,00: de laquelle il sera aisé de trouver les valeurs de  $m \ l \ m \ \& n \ l \ n$ , en donnant à  $m \ \& n \ des$  valeurs quelconques comprises entre 1 & 2.

XXXIII. Cette Table fervira donc à trouver d'abord le rapport entre les rayons des courbures f & g, quelle que soit la loi de réfraction de l'air dans les deux milieux, dont on veut composer l'objectif: & cette proportion entre f & g sera propre, tant pour les objectifs plans d'un coté, que pour ceux qui sont composés de deux pieces semblables. La raison moyenne de réfraction de l'air dans le verre semble asses exactement établie comme 31 à 20, desorte que  $m \equiv 1,55 & m \ l \ m \equiv 0,295014$ . Pour la réfraction de l'air dans l'eau, Mr.

Newton a aussi trouvé cette valeur  $n = \frac{529}{396} = 1$ , 3358, d'où l'on

tire par interpolation  $n \ln m = 0$ , 167955, & partant on aura f:g = 295014: 127059, dont les raisons les plus approchantes sont en moindres nombres

 $\frac{f}{g} = \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{7}, \frac{21}{10}, \frac{23}{10}, \frac{37}{10}, \frac{44}{10}, \frac{51}{22}, \frac{58}{23}, \frac{72}{31}, \frac{73}{35}$ d'où l'on voit que la raison 10 : 23 pourra etre employée aussi bien dans cette hypothese que dans la precedente. Donc si  $f = \frac{23}{10} g$ , nous aurons pour les objectifs plano-convexes la distance du foyer =

 $\frac{23}{0,5734}$  g = 40  $\frac{1}{9}$  g & pour les convexes elle sera = 20  $\frac{1}{18}$  g.

XXXIV. On pourra bien négliger cette petite fraction † 8, desorte que la distance du foyer devienne = 20 g pour les objectifs convexo-convexes; & réciproquement la distance du foyer étant donnée = c, on en trouvera aisement le rayon des deux convexités

f, & le rayon des deux concavités g; car il y aura  $g = \frac{c}{20}$  & f =

23 c, d'où j'ai formé la Table suivante, qui exprime ces rayons f & g pour chaque distance de foyer donnée en pouces, où je suppose le pouce divisé en 100 parties égales.

295 23

Table des Objectifs convexo-convexes Fig 6. la distance du foyer étant donnée.

du Foyer		Rayon des Concavites NBN,NCN	du Foyer	Rayon des Convexités MAM, PDP	Concavites
	0, 111	0, 05	50_	51 75	2, 50
2	Or 23	0, 10	55	6, 311	21 75
3	0, 341	O <sub>1</sub> 15	60	6, 90	3, 00
4	0, 46	O <sub>1</sub> 20	65	7, 471	31 25
5	O1 57±	0, 25	70	8, 05	3, 50
6	0, 69	0, 30	75	8, 621	31 75
7	o, 80‡	O <sub>1</sub> 35_	80	9, 20	4, ∞
8	0, 92	0, 40	85	91 77\$	4, 25
9	1, 031	0, 45_	90	10, 35	4, 50
10	1, 15	0, 50	95_	10, 921	4, 75
11	1, 261	0, 55	100	11, 50	5, 00
12	1, 38_	0, 60	110	12, 65	5, 50
13	1, 49½	0, 65	120	13, 80	6, 00
14	1, 61	0, 70	130	14, 95	6, 50
15	1, 721	O <sub>1</sub> 75	140	16, 10	7, 00
16	1, 84	0, 80	150	17, 25	7, 50
17	1, 951	0, 85	160	18, 40	8, 00
18	2, 07	0, 90	170	19, 55	8, 50
19	2, 181	0, 95	180	20, 70	9, 00
20	2, 30	1,00	190	21, 85	9: 50
22	2, 53	1, 10	200	23, ∞	10, 00
24	2, 76	1, 20	220	25, 30	. 11,00
26	2, 99	1, 30	240	27, 60	12, 00
28	3, 22	1, 40	260	29, 90	13, ∞
30	31 45	1, 50	280	32, 20	14, 00
35	4, 021	1, 75	300	34, 50	15, 00
40	4, 60	2, 00	350	46, ∞	17, 50
45	5, 17\$	21 25	400	51, 75	20, 00

XXXV. En employant ces objectifs au lieu des ordinaires, le premier & le principal avantage qu'on en tirera, fera, que tous les objets en seront representés beaucoup plus distinctement; puisque toutes les images formées par les rayons de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soient, se réunissent dans une seule, de sorte que toute la consusion, à laquelles les lunettes ordinaires sont assujetties, doit evanouir tout à fait. En second lieu, ces objectifs pourront etre travaillés avec moins de peine que les ordinaires, puisque les rayons des courbures sont beaucoup plus perits. Car pour sormer un objectif ordinaire de 400 pouces de soyer, il saut que le rayon de ses deux convexités soit à peu prés de 400 pouces; au lieu que pour un objectif de notre saçon de la meme distance de soyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons sont de 51 \(\frac{3}{4}\) & de 20 pouces. Outre cèla, quand on joint un tel menisque avec un verre plan des deux cotés on aura un objectif, dont la distance du soyer sera de

goo pouces.

XXXVI. Mais le plus grand avantage de ces nouveaux objectifs confiftera en ce qu'on les pourra combiner avec de beaucoup plus petits oculaires, & par ce moyen on obtiendra une multiplication fi grande qui furpafle bien loin celle dont les plus grandes lunettes ordinaires sont capables. C'est de ce point que dépend le principal avantage des tubes Newtoniens & Gregoriens, dans lesquels on est en état de combiner avec un miroir de plufieurs pieds un oculaire d'une ou de deux lignes. De là je conclus, que si un objectif, dont je viens de donner la description, sera bien executé, on y pourra joindre des aussi petits oculaires, qui seront capables de produire une augmentation de la grandeur apparente de l'objet, plus de mille fois plus grande; car notre objectif de 200 pouces, étant joint à un oculaire d' 10 pouce augmentera les objets deux mille fois. Ici je suppose, qu'il n'y ait la moindre diffusion dans le foyer de l'objectif, & que l'image y soit si nette que celle d'un miroir de metal; mais quand meme la figure des verres ne seroit pas executée à la derniere rigueur, & que meme tous les foyers des differens rayons ne tomberoient pas dans un seul point, la diffusion sera pourtant toujours beaucoup plus petite qu'à l'ordinaire, & par consequent on y pourra emploier des oculaires affes petits, pour produire une augmentation confi-OBSERdérablement plus grande.