1749

Réflexions sur la dernière éclipse du Soliel du 25 julliet a. 1748

Leonhard Euler

REFLEXIONS
SUR LA DERNIERE ECLIPSE DU SOLEIL
DU 25 JUILLET A. 1748.
PAR MR. EULER.

I.

Quoique cette Eclipse ait affés exactement répondu à mon calcul, qui fe trouve dans notre Almanac Aftronomique; il ne fera pas inutile de repeter le même calcul, & d'en developper tous les elemens, pour voir de quoi pourroit dépendre la petite difference, qui a été remarquée dans la grandeur & la durée de l'anneau. Cet examen fervira principalement à fixer plus exactement la veritable grandeur de la parallaxe de la Lune, dont les Auteurs font fi peu d'accord, que la difference devient trés remarquable dans la détermination des momens principaux de cette Eclipfe. Mr. Caffini fuppofe la plus petite parallaxe horizontale de la Lune de 54', 33'', & la plus grande de 62', 11'', lorsque la Lune fe trouve dans l'oppofition ou conjonction avec le Soleil. Dans ces mêmes faifons Mr. Leadbetter paroit fort incertain fur cet article; car dans fes Tables Aftronomiques des Planetes il met la plus petite parallaxe de 54' 59'' & la plus grande de 61', 24''; Or dans fon Aftronomie des Satellites il fait la plus petite parallaxe de 54', 29', & la plus grande de 60', 51'

Enfin

Enfin dans ſon Uranoſcopie, la plus petite parallaxe ſe trouve de 53′, 28″ & la plus grande de 61′ 7″. Il eſt donc clair que parmi ces diverſes tables il y a une difference de plus d'une minute.

II. Je dois auſſi remarquer, que ſuivant la theorie de gravitation, en ſuppoſant que depuis la ſurface de la Terre jusqu' à la Lune la gravité décroiſſe en raiſon doublée des diſtances, la parallaxe de la Lune devroit étre plus d'une minute moindre. Cependant quelle que ſoit la parallaxe moyenne de la Lune, la theorie nous fournit une regle ſeure pour trouver la parallaxe, qui répond à chaque anomalie de la Lune. Car poſant π pour la parallaxe moyenne, & v pour l'anomalie excentrique de la Lune, la parallaxe vraie horizontale ſera $= \pi - 222'' \cos v + 8'' \cos 2v$; dans les oppoſitions & conjonctions. De plus la theorie nous enſeigne, que la parallaxe dans les conjonctions eſt environ de 3″ plus petite, que dans les oppoſitions. Donc la plus petite parallaxe ſera $\pi - 214'' = \pi - 3', 34''$ & la plus grande $= \pi + 230'' = \pi + 3', 50''$. Si nous comparons ces valeurs avec celles de Mr. Caſſini, la plus petite donne $\pi = 58', 7''$ & la plus grande $\pi = 58', 21''$, entre lesquelles prenant un milieu on aura $\pi = 58', 14''$. Or la comparaiſon avec les trois hypotheſes de Leadbetter donnera

de Leadbetter donnera	I. hyp.	II. hyp.	III. hyp.
par la plus petite $\pi =$	58′, 33″	58′, 3″	57′, 2″
par la plus grande $\pi =$	57, 34	57, 1	57, 17
prenant un milieu $\pi =$	58, 4	57, 32	57, 10

dont la derniere paroit la plus conforme à la theorie. Mais voyons laquelle des ces hypotheſes répondra le mieux aux phenomenes de la derniere Eclipſe du Soleil, puisqu'ils dépendent principalement de la parallaxe de la Lune.

III. Pour cet effet, & afin qu'on puiſſe mieux juger de l'accord de cette Eclipſe avec mes tables, je mettrai ici le calcul tout au long. & d'abord je commencerai par chercher le tems de la conjonction moyenne vers le 25 Juillet, dont le calcul ſuivant mes tables ſera:

à Paris t. m.	☽☉	Long. m. ☉	An. m. ☉	An. m. ☽	Long. m. ☊
A. 1741. 1j, 20h, 44′, 15″	6s	9s, 12°, 1′, 38″	6s, 3°, 25′, 46″	9s, 27°, 15′, 46″	3s, 4°, 9, 52″
7, 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
Juill. 10, 22, 46, 19	6	6, 9, 11, 37	6, 9, 11, 5	11, 17, 48, 33	10, 9, 52
Juill. 25, 23, 23, 2	0	4, 3, 30, 26	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	4, 26, 13, 54
A. 1748.		Long. m. ☉	f. 23, 51	f. 34, 36	10, 7, 55, 58
			0, 24, 22, 51	0, 10, 33, 22	Long. m. ☊
			An. exc. ☉	An. exc. ☽	

Donc la conjonction moyenne auroit du arriver à Paris A. 1748. Juill. 25j, 23h, 23′, 2″, t. m. si l'année étoit commune, mais comme elle est bissextile, & que ce tems arrive aprés le mois de Fevrier, il en faut retrancher un jour, de sorte que la conjonction moyenne est arrivée à Paris.

A. 1748. Juill. 24j, 23h, 23′, 2″ tems moyen, où à cause de l'équation du tems 5′, 56″ à soustraire.

A. 1748. Juill. 24j, 23h, 17′, 6″ tems vrai.

Or la difference des meridiens entre Paris & Berlin etant 44′, 36″, cette conjonction moyenne sera arrivée ici à Berlin

A. 1748. Juill. 25j, 0h, 1′, 42″ tems vrai.

Pour ce tems j'ai d'abord calculé les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune, en y appliquant les équations, que mes tables fournissent.

IV. Le tems de la vraie conjonction dans l'orbite sera déterminé par ces anomalies excentriques, en cherchant les six équations de mes tables.

Table

Table	Argument	Eq. à ajouter	Eq. à soustraire
I	0s, 10°, 33', 22''	2h, 3', 40''	
II	9, 24, 22, 51	— — —	1h, 42', 54''
III	1, 4, 56, 13	— — —	5, 14
IV	11, 16, 10, 31	— — —	2, 35
ajout.	0, 10, 33, 22		
V	1, 15, 29, 35	— — —	— 42
VI	11, 26, 43, 53	— — —	— 9
		2, 3, 40	1, 51, 34
		1, 51, 34	
	Eq.	0, 12, 6	à ajouter
	à A. 1748. Juill. 25j,	0, 1, 42	

A. 1748. Juill. 25j, 0h, 13', 48'' tems vrai à Berlin: ce qui est le tems de la conjonction vraie du Soleil & de la Lune dans son orbite, ou dans ce tems le vrai lieu de la Lune dans son orbite a été le même que le vrai lieu du Soleil dans l'ecliptique. Ce moment, auquel mes tables se rapportent principalement, nous servira d'époque, pour en conter les momens, qui regardent l'Eclipse.

V. Cherchons maintenant pour cette époque le vrai lieu du Soleil, & celui du noeud.

	Long. m. ☉	An. m. ☉	An. moy. ☽	Long. m. ☊
A. 1748. Juil. 25j, 0h, 1', 42''	4s, 3°, 30', 26''	0, 24, 46, 42	0, 11, 7, 58	10, 7, 54, 58
Ajoutes 12', 6''	+ 30	+ 30	+ 6, 35	— 2
Juill. 25, 0, 13, 48	4, 3, 30, 56	0, 24, 47, 30	0, 11, 14, 33	10, 7, 56, 56
Eq.	— 0, 47, 30	— 0, 23, 49	— 0, 34, 57	Eq. I. + 3, 56
Vrai lieu du ☉	4, 2, 43, 26	0, 24, 23, 23	0, 10, 39, 36	Eq. II. - 0, 19
Vrai lieu de la ☽	4, 2 43, 26	An. exc. ☉	An. exc. ☽	10, 8, 0, 33
Soustr. long. ☊	10, 8, 0, 33			Eq III. — 17 22
	5, 24, 42, 53	Vrai lieu du ☊		10, 7, 43, 11
	+ 17, 22			
Arg. Latit.	5, 25, 0, 15	Inclinaison :		5, 16, 53

Eq. 2', 39'' qu'il faut retrancher du tems de la conjonction dans l'orbite, pour avoir le moment de la vraie Nouvelle Lune; de sorte que la conjonction dans l'ecliptique est arrivée.

A. 1748. Juil. 25j, 0h, 11′, 9″ à Berlin tems vrai, le vrai lieu du Soleil étant alors 4s, 2°, 43′, 20″ & la longitude de la Lune également 4s, 2°, 43′, 20″. Mais pour notre époque nous venons de trouver
la longitude vraie du nœud ☊ 10s, 7°, 43′, 11″
& l'inclinaiſon de l'orbite à l'ecliptique 5, 16, 53

VI. L'anomalie excentrique du Soleil étant 0s, 24°, 23′ 23″ & celle de la Lune 0s, 10°, 39′, 36″, je trouve par mes tables
le diametre apparent du Soleil 31′, 44″ = 1904″
le mouvement horaire du Soleil 2′, 23″ = 143″
& pour la parallaxe, je la ſuppoſe 12″.

Enſuite pour la Lune nous aurons
le diametre apparent horizontal 29′, 34″ = 1774″
la parallaxe horizontale 53, 41 = 3221
le mouvement horaire 29, 36 = 1776
où il faut remarquer, qu'on ne doit pas trop ſe fier ſur la parallaxe de la Lune, & qu'elle pourroit bien differer de la veritable d'une minute, ce que les phenomenes obſervés de l'Eclipſe nous feront voir d'autant plus ſeurement, puisque dans les autres elemens il ne ſauroit y avoir des erreurs conſiderables.

VII. Le mouvement horaire de la Lune étant 29′ 36″ nous en pourrons asſigner la place de la Lune tant une heure avant, qu'une heure apres notre époque; & connoiſſant le lieu du nœud avec l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, je calculerai pour ces trois momens la longitude & la latitude de la Lune.

	1 heure avant	Epoque	1 heure apres
Lieu de la ☽	4, 2, 13, 50	4, 2, 43, 26	4, 3, 13, 2
Lieu du ☊	10, 7, 43, 19	10, 7, 43, 11	10, 7, 44, 3
Arg. lat.	5, 24, 30, 31	5, 25, 0, 15	5, 25, 29, 59
du ☋	0, 5, 29, 29	0, 4, 59, 45	0, 4, 30, 1

De là nous tirerons :

La

	1 h. avant	Epoque	1 h. apres
La long. de la ☽	4, 2, 15, 13	4, 2, 44, 42	4, 3, 14, 11
Latitude Boreale	30′, 17″	27, 33½	24, 50

donc le mouvement horaire en longitude 29′, 29″
& le mouvement horaire en latitude 2′, 43½

VIII. Puisque l'un & l'autre de ces mouvemens eſt uniforme, nous en pourrons déterminer les vrais lieux de la Lune de quart d'heure en quart d'heure : car on verra dans la ſuite, qu'il eſt abſolument néceſſaire de conſiderer de ſi petits intervalles de tems. Soit donc QF l'ecliptique, S le lieu du Soleil à l'inſtant de notre epoque, L celui de la lune, & L^{-1}, L^{-2}, L^{-3}, L^{-4} les lieux de la Lune une, deux, trois, & quatre quart d'heures avant cette epoque, & L^1, L^2, L^3, L^4 les lieux 1, 2, 3, 4 quart d'heures aprés. Desquels tirant à l'ecliptique les perpendiculaires, & prenant une ſeconde pour l'unité de leurs meſures, nous aurons *Fig. 1.*

$P\ S = 76$; $P^{-4}\ P^{-3} = P^{-3}\ P^{-2} = P^{-2}\ P^{-1}$ &c. $= 442\frac{1}{4}$
$P^{-4}\ L^{-4} = 1817$, $P^{-3}\ L^{-3} = 1776\frac{1}{8}$; $P^{-2}\ L^{-2} = 1735\frac{1}{4}$
$P^{-1}\ L^{-1} = 1694\frac{3}{8}$; $P\ L = 1653\frac{1}{2}$; $P^1\ L^1 = 1612\frac{5}{8}$
$P^2\ L^2 = 1571\frac{3}{4}$; $P^3\ L^3 = 1530\frac{7}{8}$; $P^4\ L^4 = 1490$

IX. Maintenant pour trouver l'orbite apparente à Berlin, il faut chercher les parallaxes de la Lune en longitude & latitude, ce qui ſe fera le plus aiſément par le calcul du *nonageſime*. Pour cet effet le lieu du Soleil à notre epoque etant 4ˢ, 2°, 43′, 26″; ſon aſcenſion droite ſera 125°, 0′, 55″, & le tems depuis midi étant 13′, 48″, ce qui donne en parties de l'equateur 3°, 27′, le point de l'équateur qui paſſe alors par le meridien ſera 128°, 28′, en negligeant les 5″, qui font une difference inſenſible. De plus, puiſque pendant une heure il paſſe par le meridien 15°, 2′, 30″, une heure avant notre époque il ſe trouva dans le meridien le point de l'equateur 113°, 25′, 30″, & une heure aprés 143°, 30′, 30″
De là ſuppoſant l'elevation du pole à Berlin 52°, 30½′ on trouvera

Le

	1 heure avant	Epoque	1 heure aprés
Le nonagesime	3ˢ, 16°, 16′, 50″	3ˢ, 26°, 41′, 0″	4ˢ, 7°, 3′ 40″
Sa dist. au Zenith	30, 22, 10	32, 33, 0	35, 43, 0
Son azimuth vers l'Oüest	10, 34, 40	17, 6, 0	23, 14, 0

X. Par le moyen de l'interpolation on en déterminera le nonagesime de quart d'heure en quart d'heure.

	4/4 heur. avant	3/4 heur. avant	2/4 heur. avant	1/4 heur. avant	Epoque
Le nonagesime	3, 16, 16, 50	3, 18, 53, 7	3, 21, 29, 14	3, 24, 5, 12	3, 26, 41, 0
Sa dist. au Zenith	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33,

	Epoque	1/4 heur. aprés	2/4 heur. aprés	3/4 heur. aprés	4/4 heur. aprés
Le nonagesime	3, 26, 41, 0	3, 29, 16, 40	4, 1, 52, 10	4, 4, 27, 30	4, 7, 2, 40
Sa dist. au Zenith	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43

Il n'est pas besoin d'avoir la distance du nonagesime au Zenith plus exactement, puisqu'une difference meme d'une minute ne produiroit aucune erreur sensible.

XI. Ayant trouvé le nonagesime pour ces tems, soit EN l'ecliptique, EP la longitude de la Lune & PL sa latitude, N le nonagesime, Z le zenith & π le pole de l'ecliptique. Qu'on tire l'arc vertical ZL, & le lieu apparent de la Lune sera en l, prenant Ll = à la parallaxe de la hauteur: donc à cause de la parallaxe, tant la longitude que la latitude sera diminuée. Pour trouver ces diminutions, nommons les quantités connues: la longitude du nonagesime = N, sa distance au Zenith ZN = M; la longitude de la Lune = f, & sa latitude PL = g. Ensuite soient les inconnues: la distance de la Lune au Zenith LZ = z, les angles π ZL = x & π LZ = y; & nous trouverons

Fig. 2.

$$\text{tang}\,\frac{x-y}{2} = \frac{\text{sin}\,\frac{M-g}{2}}{\text{tang}\,\frac{N-f}{2}\,\text{cos}\,\frac{M+g}{2}};\quad \text{tang}\,\frac{x+y}{2} = \frac{\text{cos}\,\frac{M-g}{2}}{\text{tang}\,\frac{N-f}{2}\,\text{si}\,\frac{M+g}{2}}$$

$$\&\ \text{sin}\,z = \frac{\text{cos}\,M.\ \text{si}\,(N-f)}{\text{sin}\,y}.$$

XII.

XII. Soit π la parallaxe horizontale de la Lune, & sa distance vraie au Zenith étant $= z$, si sa distance apparente au Zenith étoit $= v$, il y auroit $z = v - \pi \sin v$. Soit $v = z + \omega$, & puisque ω est un angle trés petit, il y aura $\sin v = \sin z + \omega \cos z$, & partant $z = z + \omega - \pi \sin z - \pi \omega \cos z$, & par conséquent $\omega = \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} = Ll$. Cette parallaxe de la hauteur étant trouvée, je dis que la longitude apparente de la Lune sera $= f - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} \cdot \frac{\sin y}{\cos g}$, & sa latitude $= g - \frac{\pi \sin z}{1 - \pi \cos z} \cdot \cos y$. De plus, posant le diametre horizontal de la Lune $= \beta$, son veritable diametre apparent sera $= \frac{\beta}{1 - \pi \cos z}$.

XIII. Nous aurons donc pour nos neuf moments.

	$\frac{4}{4}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	$\frac{2}{4}$ h. avant	$\frac{1}{4}$ h. avant	Epoque
$N =$	3s, 16°, 17′	3, 18, 53	3, 21, 29	3, 24, 5	3, 26, 41
$M =$	30, 22	30, 48	31, 20	31, 55	32, 33
$f =$	4, 2, 15	4, 2, 22	4, 2, 30	4, 2, 37	4, 2, 45
$g =$	30	29	29	28	27
$x =$	209, 54	205, 25	200, 48	196, 3	191, 19
$y =$	−25, 28	−21, 38	−17, 39	−13, 34	−9, 31
$z =$	33, 30	32, 54	32, 54	32, 28	32, 36½

	Epoque	$\frac{1}{4}$ h. aprés	$\frac{2}{4}$ h. aprés	$\frac{3}{4}$ h. aprés	$\frac{4}{4}$ h. aprés
$N =$	3s, 26°, 41′	3, 29, 17	4, 1, 52	4, 4, 28	4, 7, 3
$M =$	32, 33	33, 15	34, 1	34, 50	35, 43
$f =$	4, 2, 45	4, 2, 52	4, 3, 0	4, 3, 7	4, 3, 14
$g =$	27	27	26	25	25
$x =$	191, 19	186, 36	182, 3	177, 37	173, 25
$y =$	−9, 31	−5, 31	−1, 42	+1, 58	+5, 20½
$z =$	32, 36½	32, 58	33, 36	34, 27	35, 28

 XIV. Com-

XIV. Comme nous venons de poser la parallaxe horizontale $\pi = 3221''$, nous en trouverons les parallaxes en longitude & latitude.

	$\frac{4}{4}$ h. avant	$\frac{3}{4}$ h. avant	$\frac{2}{4}$ h. avant	$\frac{1}{4}$ h. avant	Epoque
Parall. en Longit.	$+\ 774''$	$+\ 654''$	$+\ 533''$	$+\ 411''$	$+\ 291''$
Parall. en Lat.	$-\ 1626$	$-\ 1648$	$-\ 1674$	$-\ 1703$	$-\ 1734$

	Epoque	$\frac{1}{4}$ h. aprés	$\frac{2}{4}$ h. aprés	$\frac{3}{4}$ h. aprés	$\frac{4}{4}$ h. apres
Parall. en Longit.	$+\ 291''$	$+\ 171''$	$+\ 53''$	$-\ 63''$	$-\ 176''$
Parall. en Latit.	$-\ 1734$	$-\ 1768$	$-\ 1805$	$-\ 1845$	$-\ 1885$

Fig. 3. XV. Maintenant on pourra dresser une figure, qui representera la route apparente de la Lune. Soit E F l'ecliptique, & S le lieu du centre du Soleil pour le tems de notre epoque A. 1748. Juill. 25 j. 0 h. 13'. 48''. & nous aurons

à $\frac{4}{4}$ heures avant	$Sp^{-4} = 1693'' - 774'' = +919''$;	$p^{-4}l^{-4} = 1817'' - 1626'' = +191''$
à $\frac{3}{4}$ heures avant	$Sp^{-3} = 1251 - 654 = +597''$;	$p^{-3}l^{-3} = 1776 - 1648 = +128$
à $\frac{2}{4}$ heures avant	$Sp^{-2} = 809 - 533 = +276$;	$p^{-2}l^{-2} = 1735 - 1674 = +61$
à $\frac{1}{4}$ heures avant	$Sp^{-1} = 366 - 411 = -45$;	$p^{-1}l^{-1} = 1694 - 1703 = -9$
dans l'epoque meme	$Sp = -76 - 291 = -367$;	$p\ l = 1653 - 1734 = -81$
à $\frac{1}{4}$ heures aprés	$Sp^{1} = -518 - 171 = -689$;	$p^{1}l^{1} = 1613 - 1768 = -155$
à $\frac{2}{4}$ heures aprés	$Sp^{2} = -960 - 53 = -1013$;	$p^{2}l^{2} = 1572 - 1805 = -233$
à $\frac{3}{4}$ heures aprés	$Sp^{3} = -1402 + 63 = -1339$;	$p^{3}l^{3} = 1531 - 1845 = -314$
à $\frac{4}{4}$ heures aprés	$Sp^{4} = -1645 + 176 = -1669$;	$p^{4}l^{4} = 1490 - 1885 = -395$

XVI. De là il est aisé de conclure, que t quart d'heures avant notre époque il y aura

$$SP = -367 + 322t - \tfrac{5}{7}tt + \tfrac{1}{12}t^3$$

$$PL = -81 + 72t - \tfrac{9}{7}tt + \tfrac{1}{36}t^3$$

Or le mouvement du Soleil pendant un quart d'heure étant $36''$, le Soleil t quart-heures avant l'epoque aura été en $\odot$ de sorte que $S\odot = 36t$, & partant

$$\odot P = -367 + 286t - \tfrac{5}{7}tt + \tfrac{1}{12}t^3$$

D'où l'on pourra trouver la distance des centres du Soleil & de la Lune à ce moment.

XVII Mais

XVII. Mais parceque nous ne ſommes par trop ſurs de la grandeur de la parallaxe, ſuppoſons que la parallaxe ſoit d'une cinquantieme partie plus petite, & nous aurons

$$SP = -362 + 324\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$
$$PL = -46 + 71\tfrac{1}{2}\,t - \tfrac{9}{7}\,tt + \tfrac{1}{36}\,t^3 \quad \&$$
$$\odot P = -362 + 288\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$

XVIII. Cherchons premierement la plus petite diſtance des centres du Soleil & de la Lune, & puiſque nous ſavons que cela eſt arrivé entre $\frac{1}{4}$ h. & $\frac{2}{4}$ h. avant l'epoque, ſuppoſons d'abord $t = 1 + u$ & nous aurons

	Pour la parallaxe tabulaire	Pour cette parallaxe diminuée de ſa 50^{me} partie
$\odot P =$	$-81 + 282\,u$	$-74 + 287\,u$
$PL =$	$-10 + 70\,u$	$+24 + 69\,u$

Soit pour abreger $\odot P = \alpha + \beta u$; $PL = \gamma + \delta u$, & il y aura $\odot L = \sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma + 2(\alpha\beta + \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)}$

qui ſera un minimum ſi $u = -\dfrac{\alpha\beta - \gamma\delta}{\beta\beta + \delta\delta}$, & alors

la plus petite diſtance ſera $\odot L = \dfrac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\sqrt{(\beta\beta + \delta\delta)}}$

d'où nous obtiendrons

Pour la I. hypoth.	Pour la II. hypoth.
$u = \dfrac{23785}{86125} = 0,276$	$u = \dfrac{19582}{87130} = 0,225$
$\odot L = -\dfrac{2820}{293} = 9'', 37'''$	$\odot L = \dfrac{11994}{295} = 40'', 39'''$

ce qui ſeroit arrivé

à $11^h, 54', 40''$	à $11^h, 55', 26''$

 XIX. Pour

XIX. Pour ce tems là nous aurons

I. hypoth.	II. hypoth.
⊙ P = — 2″	⊙ P = — 9″
P L = + 9	P L = + 39½

Fig. 5. d'où il eſt clair, que la ligne, qui joignit les centres du Soleil & de la Lune, ⊙ L, étoit inclinée à l'ecliptique vers l'Orient, comme il eſt repreſenté dans la fig. 5, & la ligne verticale Z ⊙ faiſoit vers l'Occident un angle = 76°, 26′. Donc l'angle de la ligne ⊙ L avec l'ecliptique vers l'Orient, étoit

	I. hypoth.	II. hypoth.
Or. ⊙ L.	= 77°, 30′	77°, 1′
le Compl.	= 12°, 30	12, 59
Occ. ⊙ Z	= 76, 26	76, 26
le Compl.	= 13, 34	13, 34
l'angle Z ⊙ L	= 26, 4	26, 33

Par rapport à cet angle l'une & l'autre de ces hypotheſes ſe trouve aſſés d'accord avec l'obſervation, mais par rapport à la diſtance des centres, la ſeconde hypotheſe convient beaucoup plus exactement que la premiere, puisque de la figure de l'anneau on a eſtimé la diſtance des centres prés de 50″.

XX. Mais la plus grande difference entre ces calculs & l'obſervation meme, ſe trouve dans le tems, où les centres du Soleil & de la Lune etoient à leur moindre diſtance; car le commencement de l'anneau ayant été obſervé à 11^h, 52′ 51′ & la fin a 11′, 54, 13, la plus petite diſtance des centres doit etre arrivée à 11^h, 53′, 32″. Or il eſt clair, que cette difference ne ſauroit etre cauſée par quelque erreur commiſe dans la parallaxe, & on s'aſſurera aiſément que ni quelque petite erreur dans le lieu du noeud, ni dans l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'ecliptique, en pourroit etre la cauſe. Il ne reſte donc pour expliquer cette difference que de dire, que le tems de la conjonction eſt arrivé un peu plutot, que j'ai trouvé par mes tables. Il n'eſt pas meme néceſſaire de reculer ce tems de tant de minutes, que l'obſervation précede le calcul: car puisqu'en changeant ce

tems,

tems, les parallaxes de la Lune souffrent aussi quelque changement, une trés petite variation pourra etre suffisante de reculer de quelques minutes le moment de la plus grande proximité des centres. Or je n'aurai garde de soutenir, que mes tables soient parfaites au dernier point, j'avouë plutot, qu'elles peuvent quelquefois produire une erreur de plus d'une minute dans le tems des conjonctions & oppositions.

XXI. Il est donc bien certain que la Lune ait parcouru la route L^{-4} $L L^{4}$ dans les memes intervalles de tems, que j'ai marqués là haut: & il ne reste que cette question; si dans le moment où la Lune a passé par le point L, le centre du Soleil ait été precisement en S, ou un peu plus en arriere vers E. Car puisqu'on peut supposer, que les tables du Soleil sont tout à fait exactes, si le Soleil avoit été de 36″ plus en arriere, ce qui est son mouvement pour un quart d'heure, la Lune auroit passé par L un quart d'heure plutot, & comme la difference entre les points L & L^{-1} est trés petite, la Lune étant en L auroit souffert la meme parallaxe, que j'ai trouvée pour le point L^{-1}: & par la même raison la Lune étant en L^{-1} auroit souffert la meme parallaxe, qui a été trouvée pour le point L^{-2}. D'où il est clair, que pour peu qu'on recule le lieu du Soleil, le calcul des parallaxes en devient changé trés considérablement. *Fig. 1.*

XXII. Je supposerai donc que la Lune ait passé par le point L une minute plutot, que selon mes tables, & notre époque sera dans cette hypothese

A. 1748. Juill. 25*j*, 0*h*, 12′, 48″

Donc le Soleil n'a pas été alors en S, mais de $\frac{36}{15}$″ ou 2″, 24‴ plus en arriere vers E, & partant il faudra diminuer les espaces SP^{-4} SP^{-3} &c. de $2\frac{1}{2}$″. Ensuite la parallaxe de la Lune en L ne sera plus celle que nous avons marquée ci-dessus, mais elle approchera de celle qui a été trouvée pour le point L^{-1} d'une quinzieme partie. Suivant ces remarques nous aurons pour l'orbite apparente de la Lune ces déterminations dans l'hypothese de la parallaxe tabulaire. *Fig. 3.*

à $\frac{3}{4}$ h. avant

à $\frac{4}{4}$ h. avant	$Sp^{-4} = 1690\frac{1}{2}'' - 782 = + 908\frac{1}{2}$;	$p^{-4}l^{-4} = 1817 - 1625 = +192$
à $\frac{3}{4}$ h. avant	$Sp^{-3} = 1248\frac{1}{2} - 662 = + 586\frac{1}{2}$;	$p^{-3}l^{-3} = 1776 - 1646\frac{1}{2} = +129\frac{1}{2}$
à $\frac{2}{4}$ h. avant	$Sp^{-2} = 806\frac{1}{2} - 541 = + 265\frac{1}{2}$;	$p^{-2}l^{-2} = 1735 - 1672\frac{1}{2} = + 62\frac{1}{2}$
à $\frac{1}{4}$ h. avant	$Sp^{-1} = 363\frac{1}{2} - 419 = - 55\frac{1}{2}$;	$p^{-1}l^{-1} = 1694 - 1701 = - 7$
à l'Epoque	$Sp = - 78\frac{1}{2} - 299 = - 377\frac{1}{2}$;	$p\ l = 1653 - 1732 = - 79$
à $\frac{1}{4}$ h. aprés	$Sp^{1} = - 520\frac{1}{2} - 179 = - 699\frac{1}{2}$;	$p^{1}\ l^{1} = 1613 - 1766 = -153$
à $\frac{2}{4}$ h. aprés	$Sp^{2} = - 962\frac{1}{2} - 61 = -1023\frac{1}{2}$;	$p^{2}\ l^{2} = 1572 - 1802\frac{1}{2} = -230\frac{1}{2}$
à $\frac{3}{4}$ h. aprés	$Sp^{3} = -1404\frac{1}{2} + 55 = -1349\frac{1}{2}$;	$p^{3}\ l^{3} = 1531 - 1842\frac{1}{2} = -311\frac{1}{2}$
à $\frac{4}{4}$ h. aprés	$Sp^{4} = -1847\frac{1}{2} + 168 = -1679\frac{1}{2}$;	$p^{4}\ l^{4} = 1490 - 1882\frac{1}{2} = -392\frac{1}{2}$

XXIII. De là nous obtiendrons en géneral pour un tems qui precéde de t quart-heures notre nouvelle epoque

$$SP = -377\tfrac{1}{2} + 322\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$
$$PL = -79 + 72\tfrac{1}{2}\,t - \tfrac{4}{3}\,tt + \tfrac{1}{16}\,t^3 \quad \&$$
$$\odot P = -377\tfrac{1}{2} + 286\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$

Mais si nous diminuons la parallaxe de sa 50^{me} partie nous aurons

$$SP = -372\tfrac{1}{2} + 324\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$
$$PL = -44 + 72\,t - \tfrac{4}{3}\,tt + \tfrac{1}{36}\,t^3$$
$$\odot P = -372\tfrac{1}{2} + 288\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$

XXIV. Pour trouver la plus petite distance des centres, posons comme auparavant $t = 1 + u$, & nous aurons

pour la parallaxe tabulaire.

$$\odot P = -92 + 285\,u$$
$$PL = -8 + 70\,u$$

pour cette parallaxe diminuée d'un $\frac{1}{50}$.

$$\odot P = -85 + 287\,u$$
$$PL = +26\tfrac{1}{2} + 69\tfrac{1}{2}\,u$$

& ensuite nous trouverons

pour la I. hypoth.

$$u = \frac{26780}{86125} = 0,311$$
$$\odot L = \frac{4160}{293} = 14'', 12'''$$
$$t = 19', 40''$$
$$\text{à } 11^h, 53', 8''$$

Fig. 5. $\odot P = 4$

$$PL = 14$$

pour la II. hypoth.

$$u = \frac{22566}{87130} = 0,259$$
$$\odot L = \frac{13470}{295} = 45'', 40''$$
$$t = 18', 53''$$
$$\text{à } 11^h, 53, 55$$
$$\odot P = 11$$
$$PL = 44$$

Dans

Dans l'une & l'autre hypothese l'angle Z ⊙ L devient plus grand, qu'auparavant, ce qui semble encore mieux convenir avec l'observation.

XXV. De là je tire cette conclusion génerale, que si l'on diminuoit la parallaxe tabulaire de x parties cinquantiemes, & qu'on reculât le tems de y minutes, la moindre distance des centres seroit ⊙ L $= 9'' + 5y'' + 31x''$ & le tems où cela est arrivé seroit

$$\text{à } 11^h,\ 54',\ 40'' + 46\,x'' - 92\,y''$$

Suivant les observations de cette Eclipse l'anneau s'etoit formé à 11^h, $52'$, $51''$, & avoit duré jusqu' à 11^h, $54'$, $13''$, dont le milieu 11^h, $53'$, $32''$ donne le tems de la plus petite distance des centres: d'où nous obtiendrons cette équation

$$68 + 46\,x - 92\,y = 0$$

& supposant la plus petite distance des centres $= 50''$, nous aurons encore cette équation $42 = 31\,x + 5\,y$, d'où nous tirerons les valeurs suivantes

$$y = 1,\ 33 \ \&\ x = 1,\ 04$$

XXVI. Il paroit donc assés probable, qu'il faut reculer le tems, où la Lune s'est trouvée au point L. de $1'$, $20''$, pour lequel le lieu du Soleil doit etre reculé de $3''$, & la vraie epoque, où la Lune a passé par L. sera Fig. 1.

A. 1748. Juill. 25^j, 0^h, $12'$, $28''$

Or pour la parallaxe il ne reste plus presque aucun doute, qu'elle ne doive etre diminuée de sa cinquantieme partie, puisque nous venons de trouver assés exactement $x = 1$. Par consequent pour un moment qui precede de t quart-heures cette nouvelle époque, nous aurons

$$⊙\,P = -\,376'' + 288\,t - \tfrac{5}{7}\,tt + \tfrac{1}{12}\,t^3$$

$$P\,L = -\,43 + 27\,t - \tfrac{5}{4}\,tt + \tfrac{1}{56}\,t^3$$

XXVII. Pour trouver maintenant les tems, tant du commencement & de la fin de l'eclipse, que de l'entrée du disque de la Lune dans celui du Soleil & de sa sortie, il faut avoir egard aux diametres apparens du Soleil & de la Lune. Le diametre du Soleil a été trouvé

1904'',

1904″, & le diametre horizontal de la Lune 1774″, qui étant divisé par $1 - \pi \cos z$, ou multiplié par $\frac{78}{77}$ donnera le vrai diametre apparent de la Lune au tems de l'Eclipse de 1797″, La difference des diametres etant 107″, la difference des rayons sera $= 53\frac{1}{2}$″: & il est clair que l'anneau a du commencer & finir, lorsque la distance des centres étoit $= 53\frac{1}{2}$″.

XXVIII. Comme nous savons que cela est arrivé entre une & deux quart d'heures avant notre epoque, faisons $t = 1 + u$, & nous aurons:

$$\odot P = -88\tfrac{1}{2} + 287\, u;\ PL = 28 + 69\tfrac{1}{2}\, u$$

soit $\odot P = -\alpha + \beta u$ & $PL = \gamma + \delta u$

& la distance des centres sera

$$\sqrt{(\alpha\alpha + \gamma\gamma - 2(\alpha\beta - \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)} = 53\tfrac{1}{2} = \varepsilon$$

d'où nous tirerons

$$u = \frac{\alpha\beta - \gamma\delta \pm \sqrt{(\varepsilon\varepsilon(\beta\beta + \delta\delta) - (\alpha\delta + \beta\gamma)^2)}}{\beta\beta + \delta\delta}$$

& en nombres $u = \dfrac{23454 \pm 6951}{87199}$, dont les deux valeurs

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } u = 0,348 \\ \text{II. } u = 0,182 \end{array}\right\} \text{ \& en tems } \left\{\begin{array}{l} t = 1 + u = 20', 13'' \\ t = 1 + u = 17', 44'' \end{array}\right.$$

Donc la durée de l'anneau auroit été 2′, 29″: mais pour peu qu'on eut diminué le nombre $53\frac{1}{2}$, dont on ne peut pas etre seur à une seconde prés, la durée de l'anneau seroit provenue d'une demi-minute moindre; ou si nous avions supposé cy-dessus la plus petite distance observée de 51″ au lieu de 50″, desorte que de ce coté là il n'en resulte aucun changement considerable dans les elemens de cette Eclipse. Ainsi selon ce calcul

l'anneau auroit dû commencer à 11h, 52′, 15″
— — & finir à 11h, 54′, 44″

XXIX. Pour le commencement de l'Eclipse, comme nous savons, qu'il est arrivé presque deux heures ou 8 quart d'heures avant notre epoque, supposons $t = 7 + u$, & nous aurons:

$\odot P =$

$$\odot P = 1633 + 290\, u, \;\&\; PL = 409 + 59\, u$$

soit $\odot P = \alpha + \beta u$ & $PL = \gamma + \delta u$

& la diſtance des centres ſera

$$\surd(\alpha\alpha + \gamma\gamma + 2(\alpha\beta + \gamma\delta)u + (\beta\beta + \delta\delta)uu)$$

qui doit étre egalée à la ſomme des rayons du Soleil & de la Lune, = 1850 = ϵ, d'où nous obtiendrons

$$u = -\frac{\alpha\beta - \gamma\delta + \surd(\epsilon\epsilon(\beta\beta + \delta\delta) - (\alpha\delta - \beta\gamma)^2)}{\beta\beta + \delta\delta}$$

& en nombres u = 0, 5498 = 8′, 15″

& $t = 7 + u$ = 1, 53, 15

tems de l'Epoque 12, 12, 28

Reſte 10, 19, 13

Par conſequent le commencement de cette Eclipſe eſt arrivé à Berlin.

A. 1748. Juill. $24^j, 22^h, 19', 13''$

ce qui eſt fort bien d'accord avec l'obſervation. Car quoique le commencement n'ait pas été obſervé ici; à $10^h, 20'$ le Soleil parut dejà eclipſé presque d'un quart de pouce, d'où l'on eſt aſſés ſeur, que le commencement a pu etre arrivé à $10^h, 19'$.

XXX. Pour la fin de l'Eclipſe, elle arriva plus d'une heure aprés notre epoque, je mettrai donc $t = -4 - u$ & il y aura.

$$\odot P = -1545 - 298\, u \;\&\; PL = -353 - 83\, u$$

soit $\odot P = -\alpha - \beta u$ & $PL = -\gamma - \delta u$

& poſant la ſomme des rayons 1850 = ϵ, nous aurons comme auparavant

$$u = -\frac{\alpha\beta - \gamma\delta + \surd(\epsilon\epsilon(\beta\beta + \delta\delta) - (\alpha\delta - \beta\gamma)^2)}{\beta\beta + \delta\delta}$$

Pour faire plus facilement le calcul de cette formule, je cherche les angles η & ζ, de ſorte que tang $\eta = \frac{\alpha}{\gamma}$ & tang $\zeta = \frac{\beta}{\delta}$, depuis je cherche un troiſiéme angle θ, que $\sin\theta = \frac{\alpha \sin(\zeta - \eta)}{\epsilon \sin \eta}$, & il ſera

u =

$u = \frac{\alpha \sin\zeta}{\beta \sin\eta} \cdot \frac{\sin(\zeta - \eta - \theta)}{\tang\theta}$. Tout ce calcul ſe fera donc aiſément par les ſeules tables des logarithmes: & on trouvera $u = 0,8568 = 12', 51''$, & puis $t = - 1^h, 12', 51''$. Il faut donc ajouter à notre epoque 25 Juil. $0^h, 12', 28''$ cette valeur $1^h, 12', 51''$ & la fin de l'eclipſe ſe trouvera.

A. 1748. Juill. $25^j, 1^h, 25', 19''$
Or la fin a été obſervée $1^h, 25', 9''$

XXXI. Puiſque ce calcul eſt à préſent parfaitement d'accord avec l'obſervation à l'exception de la durée de l'anneau, on n'aura qu'à ſuppoſer la plus petite diſtance des centres $= 52''$ pour rendre la durée de l'anneau plus courte, & alors on trouvera pour x & y les valeurs ſuivantes.

$$x = 1,14 \text{ \& } y = 1,33 = 1', 20''$$

Il faut donc reculer de $1', 20''$ le tems, où la Lune s'eſt trouvée au point L, & partant le lieu du Soleil de $3''$. La Lune aura donc été en L

A. 1748. Juill. $25^j, 0^h, 12', 28''$

& alors le Soleil a été non en S, point, qui repond à la conjonction dans l'orbite avec le point L, mais en s, de ſorte que $Ss = 3''$. Par conſéquent le tems de la vraie conjonction dans l'orbite aura encore précedé ce tems, que nous venons de trouver: que ce ſoit arrivé z heures avant ce tems, & que la ligne joignante les centres du Soleil & de la Lune ait eté $\sigma\lambda$, il faudra qu'il ſoit $S\sigma = L\lambda$. Or par les moments horaires nous aurons $L\lambda = 1776\, z$ & $S\sigma = 3 + 143\, z$, de ſorte que $z = \frac{3}{1633}$ heur. $= \frac{180'}{1633} = \frac{10800}{1633}'' = 6''$. Donc la veritable conjonction dans l'orbite eſt arrivée

A. 1748 Juil. $25^j, 0^h, 12', 22''$

XXXII. Puiſque donc mes tables ont marqué ce tems à $0^h, 13', 48''$, elles ont trop avancé ce tems de $1', 26''$: & partant l'équation à ajouter $0^h, 12', 6''$, que mes tables ont fournie, etoit trop grande, & elle ne devroit etre que $0^h, 10', 40$. De là il s'enſuit

ou

ou que l'équation à ajouter a été trop grande, ou les équations à soustraire trop petites. Il n'est pas probable que cette erreur se trouve tout entiere dans une seule table, d'où il paroit que les équations de la premiere table, qui dépendent de l'anomalie de la Lune, sont un peu trop grandes, & les équations de la seconde table & des suivantes un peu trop petites. Ou il faudra les équations

			Par l'Eclipse du Soleil	par l'Eclipse de la Lune.
de la I. Table	—	—	diminuer	diminuer
de la II. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la III. Table	—	—	augmenter	augmenter
de le IV. Table	—	—	augmenter	augmenter
de la V. Table	—	—	augmenter	diminuer
de la VI. Table	—	—	augmenter	augmenter

XXXIII. Comme la vraye conjonction est arrivée plutot, que selon mes tables, il semble qu'il se trouve une erreur contraire dans l'Eclipse de la Lune, & que la veritable opposition est arrivée plus tard que suivant mes tables. Mais il est difficile de déterminer exactement cette aberration, puisqu'on n'est pas asses seur des moments dans l'observation. Peut-être que cette aberration est environ d'une minute, dont le tems de l'opposition trouvé par mes tables doit etre augmenté. Cette erreur demanderoit aussi une diminution dans les équations de la premiere table, & une augmentation dans celles de la III. & IV. Tabl. comme j'ai remarqué dans le §. precedent; d'où l'on voit, qu'on ne peut soupçonner de là aucune faute dans la II. Table: puisque l'erreur de la conjonction en demanderoit une augmentation, & celle de l'opposition une diminution.

XXXIV. Comme les équations de la III. & IV. tables sont fort petites, il est trés probable que ces erreurs ne se trouvent que dans la premiere table. Or puisque pour la conjonction l'argument de cette table ou l'anomalie excentrique de la Lune étoit $0^s, 10^\circ, 33'$, & pour l'opposition $6^s, 25^\circ, 23'$, si l'on diminuoit l'équation qui repond à $0^s, 10^\circ$ de $1', 26''$ la plus grande équation de cette table

 devroit

devroit étre diminuée de plus de 6'. Or il eſt bien certain, qu'une ſi grande erreur ne ſauroit avoir lieu, puisqu'ayant établi ces tables ſur un grand nombre d'Eclipſes, les erreurs n'ont jamais ſurpaſſé 3 minutes. Il faut donc chercher une autre ſource de ces petites erreurs, que je viens de découvrir dans les deux Eclipſes de cette année, & je remarque que ſi l'on diminuoit l'anomalie excentrique, & par conſequent l'anomalie moyenne de mes tables environ de 7', le calcul deviendroit d'accord avec les obſervations. Car ſi l'on ſuppoſe l'anomalie moyenne de la Lune de 7' plus petite, que mes tables marquent, l'équation pour la conjonction deviendroit diminuée de 1', 21'', & pour l'oppoſition de 1', 0'', ce qui reviendroit parfaitement aux tems obſervés.

XXXV. Quoique deux cas ne ſoyent pas ſuffiſans de déterminer la correction, qu'il faut apporter aux tables, il me paroit pourtant trés vraiſemblable, qu'il en faut diminuer les anomalies moyennes, & cela à peu prés de 7'. Car d'un coté on ſatisfait par ce moyen à nos deux Eclipſes tout enſemble, & d'un autre coté on ne fait pas un tel changement dans les tables, d'où il pourroit réſulter de plus grandes differences en d'autres occaſions: car plus la Lune ſera eloignée de ſon apogée ou perigée, moins cette correction deviendra ſenſible; & partant mes tables ne s'ecarteront pas trop des Eclipſes, ſur lesquelles je les ai fondées. Or un petit eloignement des Eclipſes de la Lune, que j'avois employées pour cette fin, doit etre admis, ſi l'on fait attention au peu de préciſion, dont on peut déterminer les moments. Mais ce qui me confirme le plus dans ce ſentiment, que les anomalies moyennes de mes tables demandent une diminution, c'eſt que dans les tables, que Mr. le Monnier a publiées dans ſes Inſtitutions d'Aſtronomie, les anomalies moyennes de la Lune ſont de 13' plus petites que les miennes: & comme ces tables ſont établies ſur un beaucoup plus grand nombre d'obſervations, il eſt trés naturel, que le lieu de l'apogée y eſt marqué auſſi exactement que dans les miennes. Ainſi je me crois aſſés autoriſé de conſeiller à ceux qui voudront ſe ſervir de mes tables, de retrancher toujours 7' des anomalies moyennes, qu'ils en auront tirées. Et par une ſemblable comparai-

ſon

ſon du calcul avec d'autres Eclipſes obſervées exactement, on découvrira les autres corrections, dont mes tables auront encore beſoin. C'eſt donc le premier uſage, que l'obſervation des Eclipſes m'a fourni.

XXXVI. L'autre uſage, qui paroit trés important dans l'Aſtronomie, c'eſt la veritable détermination de la parallaxe de la Lune dans les conjonctions & oppoſitions. La table des parallaxes, que j'ai donnée dans notre Almanac Aſtronomique pour l'Année 1749. eſt fondée ſur cette formule, qui nommant v l'anomalie excentrique de la Lune, exprime la parallaxe horizontale de la Lune pour les conjonctions $= 3432'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$; & partant au tems de notre Eclipſe du Soleil, la parallaxe de la Lune aura été ſuivant cette formule $= 3432'' - 211'' = 3221''$. Or ayant trouvé que cette parallaxe doit etre diminuée de $\frac{x}{50} = \frac{1049}{50000}$; la veritable parallaxe horizontale n'a été que $3221'' - 67'' = 3154'' = 52', 34''$. Donc puisque les coëfficiens 222 & 8, comme fondés dans la theorie, ne ſouffrent aucun changement, il faut diminuer le ſeul premier terme 3432 de $67''$. Mais comme dans tout le calcul je n'ai pas fait attention à la parallaxe du Soleil, la parallaxe que j'ai attribuée à la Lune, ſera la difference entre les parallaxes de la Lune & du Soleil. Donc la parallaxe horizontale de la Lune, moins celle du Soleil, ſera $= 3221'' - 67''$, & puiſque la parallaxe du Soleil eſt $= 12''$, la parallaxe horizontale de la Lune a été $= 3221 - 67 + 12$. Par conſéquent le nombre 3432 ne doit etre diminué que de $55''$, de ſorte que dans les conjonctions la parallaxe horizontale de la Lune ſera $= 3377'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$

& pour les oppoſitions $= 3380 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$

Donc ſi la Lune eſt dans ſon apogée

		dans les ☌	dans les ☍
la parallaxe horizontale ſera	—	52', 43''	52', 46''
Mais la Lune étant dans ſon perigée			
la parallaxe horizontale ſera	—	60, 7	60, 10
Donc la moyenne ſera	—	56, 25	56, 28

 XXXVII.

XXXVII. Je remarque premierement que cette quantité de la parallaxe eſt fort bien d'accord avec la theorie, laquelle donne pour la moyenne diſtance de la Lune à la Terre 61, 0837 demi-diametres de la Terre, à laquelle répond une parallaxe de 56′, 17″ = 3377″ tout comme je viens de trouver pour les conjonctions. Cependant ſuppoſant la diſtance moyenne = 100000, & l'anomalie excentrique de la Lune = v, la diſtance vraie au Soleil dans les conjonctions ſe trouve par la theorie = $99332 + 6428 \cos v - 22 \cos 2v$, d'où il s'enſuit, que lorsque la Lune ſe trouve dans ſon apogée, la parallaxe ſera = 53′, 13″ & dans ſon perigée = 60′, 36″, l'une & l'autre etant de 30″ encore plus grande, que je viens de conclure de l'obſervation de l'Eclipſe du Soleil. Mais il faut remarquer que dans la theorie j'ai ſuppoſé, que la gravité de la Lune eſt à la gravité réelle ſur la ſurface de la Terre dans nos contrées, où on a fait des experiences ſur les pendules, en raiſon doublée du rayon de la Terre à la diſtance de la Lune. Or nous ſavons que chez nous, nous ne ſentons pas toute la force de la gravité, celle-cy etant dejà diminuée de la force centrifuge de la Terre, qui ne s'etend pas jusqu'à la Lune. Donc la veritable gravité chez nous etant plus grande que je n'ai ſuppoſé, la gravité de la Lune le ſera auſſi, & partant pour que la Lune faſſe ſes revolutions dans le même tems, il faut qu'elle ſoit plus eloignée de la Terre; par cette raiſon donc ſa parallaxe ſera encore diminuée. Il eſt bien vrai, que cette diminution ne montera qu'à 5″ environ: mais auſſi ne prétens-je point que la détermination, que j'ai tirée de la theorie, ſoit juſte à quelque ſecondes près.

XXXVIII. Il s'enſuivroit donc, que la parallaxe horizontale que j'ai concluë de l'obſervation de l'Eclipſe, ſeroit trop petite ſeulement de 25″. Mais ſi nous augmentions cette parallaxe, le centre de la Lune tomberoit trop vers le Sud, & les phaſes de l'Eclipſe auroient dû etre tout à fait differentes de celles qui ont été obſervées, à moins que nous ne ſuppoſions, que la latitude de la Lune ait été un peu plus grande que le calcul ne l'a donnée. Or ſi la parallaxe horizontale etoit de 25″ plus grande, la parallaxe à la hauteur de la Lune au tems de l'obſervation deviendroit trop grande de 12″,

& par-

& partant on devroit changer les tables, enforte que pour ce tems la latitude fût augmentée de 12″, par conféquent il faudroit d'un coté augmenter l'inclinaifon de l'orbite lunaire, & d'un autre coté avancer la longitude du noeud. On voit bien qu'on devroit trop changer l'inclinaifon pour obtenir une augmentation de 12″ dans la latitude, à caufe de la petiteffe de l'argument de la latitude. Mais on n'aura qu'à avancer le noeud de 2′, 12″ pour rendre la latitude de 12″ plus grande. Donc fuppofant la formule pour la parallaxe horizontale $3402'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$ dans les conjonctions & $3405'' - 222 \cos v + 8 \cos 2v$ dans les oppofitions, on fera obligé d'ajouter à la longitude du nœud, que mes tables donnent, 2′, 12″: & fi l'on vouloit augmenter la longitude du nœud de 3′, pour rendre mes tables d'accord avec celles de Mr. le Monnier par rapport à la longitude du nœud; les formules pour la parallaxe horizontale feroient $\left.\begin{matrix} ☌\ 3411 \\ ☍\ 3414 \end{matrix}\right\} - 222 \cos v + 8 \cos 2v$: mais alors il faudroit dire, que la Lune etoit moins éloignée de la Terre, que la theorie ne l'exige.

XXXIX. Ces corrections me paroiffent d'autant mieux fondées qu'elles approchent d'avantage mes tables de celles de Mr. le Monnier. Car fi j'ajoute conftamment 2′, 20″ à la longitude moyenne du nœud de mes tables, elle ne differera plus que de 40″ de celle de Mr. le Monnier: car la longitude moyenne etant augmentée de 2′, 20″ produira dans la longitude vraie une augmentation de 2′, 12″, comme j'ai trouvé. De plus pour les conjonctions on aura la plus petite parallaxe de 3188 = 53′, 8″ & la plus grande de 3632 = 60′, 32″, & dans les oppofitions ces parallaxes feront plus grandes de 3″. Or Mr. le Monnier fuppofe la plus grande parallaxe de la Lune 61′, 8″ & la plus petite 53′, 29″, lesquelles, à ce qu'il dit, paroiffent confirmées par les grandes latitudes Auftrales & Boreales de la Lune, qui ont été obfervées trés foigneufement en France. Il eft vrai que la difference eft encore affés remarquable, quoiqu'elle ne foit pas fi grande, que par rapport aux autres tables: cependant j'ai

la

la theorie de mon coté; & ſi l'on vouloit ſoutenir que la theorie pourroit etre aſſujettie à quelque aberration, comme cela arrive effectivement dans le mouvement de l'apogée, je pourrai en m'éloignant un peu de la theorie, approcher mes tables de celles de Mr. le Monnier, tant par rapport à la longitude du nœud, qu'à la parallaxe même. Car ſi j'ajoute à la longitude moyenne du nœud 3′, pour les rendre tout à fait d'accord avec celles de Mr. le Monnier, j'aurai pour la parallaxe horizontale

dans les conjonctions — $3410 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$
dans les oppoſitions — $3413 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$
d'où réſulte la plus petite = 53′, 18″ ☌ & 53, 21 ☍
& la plus grande = 60, 40 ☌ & 60, 43 ☍

& prenant les milieux de celles de Mr. le Monnier, la difference ne ſera plus remarquable. Mais on pourra décider, laquelle de ces hypotheſes conviendra mieux avec la verité, ſi l'on fera le même examen ſur une Eclipſe du Soleil, qui ſera arrivée apres le nœud aſcendant.

XL. Or ayant diminué ſi conſidérablement la parallaxe horizontale de la Lune, on comprendra aiſement, que dans les Eclipſes de la Lune le demi-diametre de l'ombre, qu'on trouve en retranchant le demi-diametre du Soleil de la ſomme des parallaxes de la Lune & du Soleil, ſera trop petit. En effet Mr. Caſſini, quoiqu'il ſuppoſe la parallaxe de la Lune d'une minute plus grande, que je viens de la déterminer, veut qu'on ajoute encore 20″ au demi-diametre de l'ombre; trouvé par la regle mentionnée, au lieu que ceux qui ſuppoſent les parallaxes plus grandes, n'y ajoutent rien. Donc puiſque la vraie parallaxe eſt environ d' 1′, 20″ plus petite, que celle de Mr. Caſſini, pour obtenir le même demi-diametre de l'ombre, que lui, on ſera obligé d'ajouter 1′, 40″ au demi-diametre trouvé par la regle. Mr. le Monnier, qui ſe ſert des parallaxes autant diminuées n'y ajoute qu' 1′: mais il ſemble que cette augmentation n'eſt pas aſſes certaine dans ſa nature. Car comme c'eſt l'Atmoſphere de la Terre, qui en eſt la cauſe, puiſqu'elle doit paroitre dans une ſi grande

grande diſtance presque comme un corps opaque, les changemens, auxquels cette Atmosphere eſt continuellement aſſujettie, ne manqueront pas d'augmenter l'ombre dans un tems beaucoup plus que dans un autre. Cependant ſi le demi-diametre de l'ombre, étant $= 45'$, requiert une augmentation de $1'$, on en conclurra, que notre Atmosphere, entant qu'elle paroit dans la Lune ſous la forme d'un corps opaque, s'étend à une hauteur de 19 milles d'Allemagne, d'où l'on comprendra aiſément que le défaut de tranſparence à une ſi grande hauteur doit etre extrémement variable.

XLI. Voici donc pluſieurs avantages, que l'examen de la derniere Eclipſe du Soleil m'a fournis, & qui me paroiſſent de la plus grande importance par rapport aux tables des vrais moments des pleines & nouvelles Lunes, que j'ai inſerés dans l'Almanac Aſtronomique de l'Academie. Le premier avantage conſiſte dans la correction de l'anomalie moyenne de la Lune, & il eſt dejà tres probable qu'on doit toujours ſouſtraire $7'$ de l'anomalie moyenne, qu'on aura trouvée par ces tables. En ſecond lieu, la détermination de la place du nœud de la Lune doit porter ces tables à une plus grande précision, & pour cet effet on n'aura qu'à ſe ſouvenir, qu'il faut toujours ajouter $2', 20''$ à la longitude moyenne du nœud, trouvée par mes tables. Enfin on doit diminuer de $30''$ les parallaxes de la Lune qu'on aura tirées de ces tables, ſi l'on veut ſuivre la theorie. Ou bien, ſi l'on aime mieux de préferer la détermination des parallaxes, que Mr. le Monnier a données, on n'aura qu' à ajouter conſtamment $5'$ à la longitude moyenne du nœud de mes tables, & de n'en diminuer les parallaxes que de $22''$. L'une & l'autre de ces deux dernieres corrections eſt egalement d'accord avec l'obſervation de l'Eclipſe du Soleil de cette année. D'autres Eclipſes du Soleil calculées ſuivant cette methode, ſerviront à nous faire connoitre les autres corrections, dont mes tables auront beſoin.