1749

# Méthode de trouver le vrai lieu géocentrique de la lune par l'observation de l'occultation d'une étoile fixe

Leonhard Euler

# METHODE
## DE TROUVER LE VRAI LIEU GEOCENTRIQUE DE LA LUNE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCULTATION D'UNE ÉTOILE FIXE.

### PAR MR. EULER.

I.

Je suppose qu'au lieu où l'observation se fait, l'elevation du pole soit connuë, dont le complement P Z soit $= p$. Z marquant le zenith & P le pole (fig. 1.)

II. Le moment, quand l'étoile S se cache derriere le disque de la Lune, sera determiné selon le tems vrai, par lequel on connoitra l'angle horaire A P ☉ compris entre le meridien A Z P & le cercle de declinaison du Soleil P ☉: soit cet angle A P ☉ $= b$, l'ascension droite du Soleil pour ce tems, ou l'angle ♈ P ☉ $= a$.

III. De plus l'ascension droite de l'étoile S étant connuë soit $= c$, & sa distance au pole ou l'arc S P $= d$; donc puisque ♈ P S $= c$, il y aura ☉ P S $= c - a$, & partant l'angle Z P S $= b - c + a = e$.

IV. Dans le triangle P Z S connoissant les cotés P Z $= p$, P S $= d$, avec l'angle Z P S $= e$ on trouvera

$$\cos Z S = \cos e \sin p \sin d + \cos p . \cos d.$$

cot

$$\cot PZS = \frac{\cos d \sin p - \cos e \sin d . \cos p}{\sin e . \sin d .} \; \& \cot PSZ = \frac{\sin d . \cos p - \cos e \cos d \sin p}{\sin e . \sin p .}$$

V. Par l'obſervation on connoitra le point S du diſque de la Lune, où l'étoile ſe cache & l'angle S Z L, au centre de la Lune, que fait le rayon S L avec la ligne verticale Z L; ſoit cet angle S L Z $= g$; d'où l'on tirera à peu prés la diſtance apparente du centre de la Lune L au Zenith Z, ou l'arc Z L, qu'il ſuffira de connoitre à peu prés pour le commencement; ſoit donc ZL $= h$.

VI. Pour le tems de l'obſervation, l'ayant réduit au Meridien de Paris (ce qui ſe fera ſans une erreur trop grosſiére, quoique la longitude du lieu de l'obſervation ne ſoit pas connue exactement; car il ſuffira de connoitre ce tems à peu prés) on calculera des tables de la Lune la parallaxe horizontale, & le diametre apparent horizontal, où l'on ſe trompera à peine de quelques ſecondes, quoique ni le tems ſoit exactement connu, ni les tables parfaites au dernier degré. Soit donc la parallaxe horizontale $= \mu$ & le demi diametre horizontal apparent $= \nu$.

VII. Cela poſé (fig. 2.) (où C T eſt le rayon de la Terre) ſoit $r$ le vray rayon de la Lune, & nous aurons Z T L $= h$; $\mu = \frac{CT}{CL}$; $\nu = \frac{r}{CL}$; & la vraye diſtance de la Lune au Zenith, vûe du centre de la Terre, ſera l'angle Z C L $= h -$ CLT: or ſin CLT $= \frac{CT \sin h}{CL} = \mu \sin h$, lequel angle étant fort petit, nous aurons l'angle Z C L $= h - \mu \sin h$, & partant la parallaxe de hauteur $= \mu \sin h$. De plus le rayon apparent de la Lune S L (fig. 1.) ſera au rayon horizontal $\nu$ comme C L : T L, d'où nous aurons S L $= \frac{\nu . CL}{TL} =$

$$\frac{\nu . \sin h}{\sin (h - \mu \sin h)} = \frac{\nu \sin h}{\sin h - \mu \sin h \cos h} \text{ ou } SL = \frac{\nu}{1 - \mu \cos h}.$$

VIII. Ayant

VIII. Ayant à cette heure trouvé la vraie valeur de S L $= \frac{v}{1-\mu \operatorname{cof} h}$ & l'angle S L Z étant $= g$, le triangle S L Z donnera: fin S Z: fin $g =$ fin S L: fin S Z L; d'où nous aurons fin S Z L $= \frac{\text{fi } g.\text{ fi } \frac{v}{1-\mu \operatorname{cof} h}}{\text{fin S Z}}$. Mais nous nous pourrons paſſer de cet angle, en menant de S ſur Z L la perpendiculaire S $t$, dont on connoitra la valeur par l'obſervation, où il ſera S $t =$ S L. fi $g = \frac{v \text{ fi } g}{1-\mu \operatorname{cof} h}$ de ſorte qu'en tout cas on pourra réciproquement trouver l'angle S L Z $= g$, connoiſſant cette perpendiculaire S $t$.

IX. Ayant deja trouvé Z S & l'angle Z S P ſoit Z S $= m$; Z S P $= n$, & nous aurons cof Z S $t = \frac{\text{tang S} t}{\text{tang } m} = \frac{v \text{ fin } g}{(1-\mu \operatorname{cof} b) \text{ tang } m}$ & cof Z $t = \frac{\operatorname{cof} S t}{\operatorname{cof} m}$. Or puiſque Z $t$ ne differe que trés peu de Z S, & que S $t$ eſt trés petit, ſoit Z $t =$ Z S$-\omega$, & nous aurons cof $m$ cof $\omega$ + fi $m$ fi $\omega = \frac{\operatorname{cof} m}{1-\frac{1}{2} \text{ S T}^2} = \operatorname{cof} m + \frac{1}{2} \operatorname{cof} m. \text{ S} t^2$ & partant fin $\omega = \frac{\text{S} t^2}{2 \text{ tang} m}$, ou $\omega = \frac{v v \text{ fi } g^2}{2(1-\mu \operatorname{cof} h)^2 \text{ tang } m}$, de ſorte que

$$\text{Z } t = m - \frac{v v \text{ fi } g^2}{2(1-\mu \operatorname{cof} h)^2 \text{ tang } m} \ \& \ \text{Z L} = \text{Z} t + \frac{v}{1-\mu \operatorname{cof} h} \operatorname{cof} g,$$

qui ſera la veritable valeur de $b$, laquelle etant differente de celle qu'on aura trouvé auparavant, on la pourra ſubſtituer au lieu de celle-là, & refaire ce calcul.

X. Soient ces quantités que nous venons de trouver S $t = \frac{v \text{ fi } g}{1-\mu \operatorname{cof} h} = q$; l'angle Z S $t = r$; de ſorte que cof $r = \frac{q}{\text{tang } m}$, nous

nous aurons $u S t = r - n$, & partant $S u = \frac{q}{\text{cof}(r-n)}$, $t u = q$ tang $(r - n)$; & l'angle $S u t = 90° - r + n$. Par conféquent $P u = d - \frac{q}{\text{cof}(r-n)}$.

XI. Qu'on prenne $L l = \mu$ fi $b$, pour avoir le vrai lieu geocentrique $l$ du centre de la Lune; & il y aura $l u = \frac{v}{1 - \mu \text{ cof } h} \text{ cof } g + q \text{ tang } (r-n) - \mu \text{ fi } h = \frac{q}{\text{tang } g} + q \text{ tang } (r-n) - \mu \text{ fi } b = s$: de forte que $s$ fera connu $= lu$. De là on obtiendra: $P l = P u + s \text{ fi } (r-n) = d - \frac{q}{\text{cof}(r-n)} + \frac{q \text{ fi } (r-n)}{\text{tang } g} + \frac{q \text{ fi } (r-n)^2}{\text{cof}(r-n)} - \mu \text{ fi } h \text{ fi } (r-n)$. Et par conféquent la vraie diftance du centre de la Lune au pole fera:

$$P l = d - q \text{ cof}(r-n) - \frac{q \text{ fi } (r-n)}{\text{tang } g} - \mu \text{ fi } h \text{ fi } (r-n)$$

XII. Depuis l'angle $l P S$ fera $= \frac{s \text{ cof } (r-n)}{\text{fi } P l}$

$$= \frac{\frac{q \text{ cof}(r-n)}{\text{tang } g} + q \text{ fi } (r-n) - \mu \text{ fi } b \text{ cof}(r-n)}{\text{fi } P l}$$

Par conféquent l'afcenfion droite du centre de la Lune, ou l'angle ♈ $P l$, fera $= c - l P S$: & cet angle $l P S$ étant trouvé, on en obtiendra tant la declinaifon que l'afcenfion droite de la Lune, pour le moment de l'obfervation.