

# University of the Pacific Scholarly Commons

Euler Archive - All Works Euler Archive

1749

## Méthode pour trouver les vrais momens tant des nouvelles que des pleines lunes

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works

Part of the <u>Mathematics Commons</u>
Record Created:
2018-09-25

#### Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Méthode pour trouver les vrais momens tant des nouvelles que des pleines lunes" (1749). Euler Archive - All Works. 113.

https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/113

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.



## Метноре

POUR TROUVER LES VRAIS MOMENS TANT
DES NOUVELLES QUE DES PLEINES LUNES,

PAR MR. EULER.

T.

uelques nombreuses que soient les inégalités dans le mouvement de la Lune, l'on sait que dans les conjonctions & les oppositions elles se réduisent à un fort petit nombre; puisque dans ces saisons toutes

les inégalités, qui dépendent de l'aspect de la Lune au Soleil, ou évanouissent, ou se joignent à d'autres, qui se réglent uniquement, ou sur l'anomalie de la Lune, ou sur celle du Soleil, ou sur les deux ensemble. Aussi a-t-on remarqué, que presque toutes les tables Astronomiques de la Lune, quelque diversité qui'l se trouve d'ailleurs entr'elles, ne different pas considerablement sur les tems des oppositions & conjonctions. Cependant il s'en faut beaucoup, que l'Astronomie soit portée par rapport à ce sujet à un degré de precision, dont on pourroit être content; car suivant les meilleures tables, qui sont en usage jusqu'ici, on se trompe souvent jusqu'à un demi-quart-heure & au delà, quand on veut assigner le vrai moment d'une conjonction ou opposition; ce qui rend le calcul des Eclipses trop incertain, pour en pouvoir conclurre la longitude des lieux, à moins qu' on n'ait des observations correspondantes. II. Dans le dessein de fixer plus exactement les elemens du mouvement de la Lune, & particulierement pour en pouvoir déterminer avec asses de précision les vrais momens des nouvelles & pleines Lunes, j'ai ramasse toutes les observations des Eclipses de Lune, que les plus habiles Astronomes ont saites avec tout le soin possible. Mais de peur qu'un trop long intervalle de tems ne trouble mes recherches par rapport au mouvement de l'apogée & des nœuds, j'ai jugé à propos de ne choisir que les observations, qui ont été faites depuis le commencement de ce siecle. Je n'en ai trouvé que treize, qui m'ont paru asses exactes, pour y pouvoir appliquer le calcul.

KI. Pour arriver à ce but j'ai eu égard au tems milieu de chaque Eclipse, que j'ai trouvé marqué avec asses de precision. Et quoique ce moment ne soit pas justement celui de la vraie opposition, moyennant la connoissance du lieu du nœud, j'ai été en état de déterminer le vrai lieu de la Lune dans son orbite pour ce tems. Ensuite pour ce meme instant, l'ayant réduit au tems moien j'ai calculé selon mes tables, ou plutot selon les formules algebriques, d'où elles sont tirées, la place de la Lune, pour voir combien elle differe del celle que j'avois concluë de l'observation. Les erreurs ainsi trouvées de mes formules monterent quelques sois jusqu'à 4'; mais par là meme j'ai cherché, de combien je devrois changer mes formules, asin que les erreurs du calcul diminuassent, & qu'elles ne montassent jamais à une minute entière.

IV. C'étoit de fort petr de chose que j'avois besoin de changer mes somules pour arriver à ce but; & ayant trouvé ces changemens, je crois être en état de déterminer pour chaque Eclipse le moment milieu de sa durée avec autant de précision, que l'erreur du calcul se trouve toujours au dessous de deux minutes de tems. Et avec le meme degré de precision, je pourrai assigner les moments de toute autre opposition ou conjonction. Or une erreur commise dans le tems d'une heure produisant sur la terre dans la longitude une de 15°: il est clair qu'une erreur de deux minutes, qu'on aura peut être-commise dans le calcul d'une Eclipse, n'en sauroit produire dans la longitude une plus

plus grande que d'un demi-degré. De sorte que quelque part qu'on ait observé une Eclipse, on en pourra assigner la longitude à moins d'un demi - degré prés; quand meme cette Eclipse n'auroit pas été observée ailleurs.

V. Je m'en vai donc expliquer les corrections de mes formules, que j'ai tirées de la comparaison du calcul avec les susdites treize obfervations des Eclipses de Lune. La premiere correction regarde le lieu moien de la Lune, son anomalie moienne, ou le lieu de l'apogée avec la longitude moienne du nœud ascendant; que j'ai déterminées pour le commencement de l'année 1701, ou plutot pour le midy du dernier Decembre A. 1700, nouveau stile, tems moien à Paris, comme il suit:

Longitude moienne de la lune 51, 20°, 191, 45".

Anomalie moienne 6, 13, 26, 51.

Lieu de l'Apogée 11, 6, 52, 54.

Longitude moienne du Ω 4, 27, 56, 18.

D'où l'on déduira aisement les memes elemens pour tout autre tems proposé, vû que le mouvement moien de la longitude, de l'apogée & du nœud, est connu asses exactement.

VI. En comparant ces elemens avec les principales tables Astronomiques, on trouvera une petite disference, qu'il sera à propos de remarquer. Je ferai cette comparaison avec les tables de Mr. Cassini, & celles qui se trovent dans les Institutions d'Astronomie publiées tout nouvellement par Mr. le Monnier. Ces tables marquent pour le commencement de l'Anne 1701. à Paris.

	Tables de Mr. Cassini.				Tables de Mr. le Monnier.		
Longitude moienne de la Lune		20°,	18%	19"	50,	20°,	191,28#
	6,	13,	10,	48	6,	13,	13, 2
Longitude de l'Apogée	11,	71	74	27	11,	7,	6, 26
Longitude du Nœud &	4,	28,	2,	23	4,	27,	59, 18

### **213** 157 213

VII. Donc si l'on veut se servir des tables de Mr. Cassini pour trouver ces elemens du mouvement de la Lune, il y saut aporter les corrections suivantes:

### TABLES DE MR. CASSINI:

A la longitude moienne ajoutez 1', 26"

De la longitude de l'Apogée ôtez 14', 31"

De la longitude du Nœud ôtez 6, 5

Mais les tables de Mr. le Monnier demanderont les corrections suivantes;

### TABLES DE MR. LE MONNIER:

A la longitude moienne ajoutez

De la longitude de l'Apogée ôtez

De la longitude de Nœud ôtez

3', 0"

Moyennant ces corrections on pourra se servir tant des tables de Mr. Cassini, que de celles de Mr. le Monnier, pour en déterminer ces vrais elemens de la Lune à tout tems proposé.

VIII. L'autre conclusion, que j'ai tirée des treize eclipses de Lune mentionnées, regarde la longitude de la Lune dans son orbite au moment milieu d'une Eclipse de Lune. Icy il faut remarquer, que dans cet instant le centre de la Lune ne se trouve pas exactement à l'opposite de celui du Soleil selon la longitude. Car pour avoir dans ce tems le vrai lieu du centre de la Lune, il faut du point opposé au centre du Soleil dans l'ecliptique mener une perpendiculaire sur l'orbite de la Lune, laquelle marquera sur cette orbite le vrai lieu du centre de la Lune. Or comment on doit par le seul calcul determiner ce point de l'orbite de la Lune, où se trouve son centre au moment milieu d'une Eclipse de Lune, j'ai trouvé la régle suivante.

IX. Premierement, ayant réduit cet instant milieu au tems moyen, on doit commencer par calculer le vrai lieu du Soleil, avec son anomalie moienne : de laquelle on tirera suivant la methode, que j'ai expliquée amplement dans le VII Tome des Commentaires de l'Aca-

 $U_3$ 

demie

demie de St. Petersbourg son anomalie excentrique: ou, pour cet effet on se pourra servir des tables Solaires, que j'ai insérées dans le recueil de mes Opuscules. Soit V cette anomalie excentrique du Soleil qu'on aura trouvée pour le tems proposé. Pour le meme tems on cherchera ensuite la longitude moyenne de la Lune, celle de son nœud, & le lieu de l'apogée, ou son anomalie moyenne, de laquelle on tirera pareillement l'anomalie excentrique, que je nommerai = v, en se servant de la table cy-jointe.

X. Ayant ainsi trouvé pour le milieu de quelque Eclipse de Lune

L'anomalie excentrique de la Lune  $= \emptyset$ L'anomalie excentrique du Soleil = V

On en tirera la longitude vraie de la Lune dans son orbite, que je nommerai  $\equiv \varphi$ , par le moyen de la formule suivante.

$$\Phi = 5 - 17895$$
 " fin  $v + 809$  " fin  $V - 138$  " fin  $(v + V)$ 

- 316 fin 2  $v$ 

- 4 fin  $(v - V)$ 

- 3 fin 3  $v$ 

- 33 fin  $(2v - V)$ 

où le sinus total a été suppose = 1: desorte que per cette formule on trouve d'abord exprimé en minutes secondes ce qu'il saut ajouter ou retrancher de la longitude moyenne, pour avoir sa longitude vraie dans son orbite.

XI. La même longitude vraie de la Lune dans son orbite au tems milieu d'une Eclipse de Lune se doit trouver par l'observation même. Car ayant la longitude vraie du Soleil pour ce tems avec le lieu du noeud ascendant, en retranchant, ou ajoutant, o signes du lieu du Soleil, on aura la longitude du centre de l'ombre de la Terre. A laquelle on n'aura qu' à ajouter, ou en soustraire, ce que donnera la table cy-jointe; dont l'argument est:

Die 159 Die

## Otez la longitude du nocud de la longitude du Soleik

O Signes ot:

legrés	0	tez	
0	0'.	011	30
1	a.	18	29
2	Ο.	36	28
3	0.	54	27
4	I.	12	26.
5	r.	29	25
6	I.	47	24
7	2.	4	23
8	2.	21	22
9	2.	38	2 I
10	2.	55	20
II	3.	12	19
12	3.	28	18
	ajou	tes	degres
	V Sig ou XI S		

XII. Ayant donc une double methode pour déterminer la longitude vraie de la Lune dans son orbite au moment milieu d'une eclipse de Lune, la premiere étant sondée sur la Theorie & l'autre sur l'observation; leur accord, qui dans les treize eclipses, que j'ai examinées, se trouve à moins de 50 " parsait, prouve la verité de la formule, que je viens d'expliquer. Et partant cette même formule se doit trouver conforme à la verité dans toutes les autres situations semblables de la Lune au Soleil; ce qui arrive dans les tems des pleines Lunes. Mais il saut bien remarquer que cela ne sera pas le vrai moment

moment de l'opposition, la quelle demande outre les équations du lieu de la Lune dans son orbite la réduction à l'ecliptique, qui n'est pas comprise dans ma formule. C'est pourquoi ma formule n'aura lieu, que lorsque la longitude de la Lune dans son orbite disserera exactement de 6 signes de la longitude du Soleil: & comme cette opposition n'est pas la vraie opposition, je la nommerai dans la suite l'opposition dans l'orbite.

XIII. Cela remarqué, si à l'instant d'une telle opposition dans l'orbite nous saurons la longitude moyenne de la lune = \$, son anomalie excentrique = v, & l'anomalie excentrique Soleil = V; la longitude vraie de la lune dans son orbite sera suivant ma formule

$$\phi = \frac{5}{7} - \frac{17895}{\ln v} + \frac{809}{\ln V} - \frac{138}{\ln (v + V)} - \frac{316}{3} + \frac{\sin 2v}{\ln 3v} - \frac{4}{3} + \frac{\sin (v + V)}{\ln (2v - V)} - \frac{3}{3} + \frac{\sin 2v}{\ln (2v - V)}$$

Or fachant le mouvement horaire de la Lune avec le lieu du noeud, i fera aisé de déterminer de l'instant de cette opposition dans l'orbite

celui de la vraie opposition par rapport à l'ecliptique.

XIV. Cette formule serviroit aussi pour les conjonctions de la Lune & du Soleil, si les inégalités du mouvement étoient les mêmes dans les oppositions & dans les conjonctions; mais parmi les inégalités il se trouve une, qui change de signe pour les conjonctions; & à cause de laquelle on est obligé de faire un petit changement dans la formule donnée, pour qu'elle devienne applicable aux conjonctions dans l'orbite. Or je nomme pareillement conjonction dans l'orbite, lorsque la longitude de la Lune dans son orbite est égale à la longitude du Soleil: & j'ai trouvé, que si au moment d'une telle conjonction la longitude moyenne de la Lune est posee = \$, son anomalie excentrique = v, & l'anomalie excentrique du Soleil = V; la longitude vraie de la Lune dans son orbite sera

qui ne differe de la precedente que dans le coëfficient du terme sin v.

XV. Quoique ce moment d'une opposition, ou conjonction, dans l'orbite, soit à l'ordinaire précisement ce qu'on cherche, & que par conséquent ces formules paroissent etre inutiles pour ce des-fein: j'ai pourtant trouvé moyen de déterminer à l'aide de ces formules les vrais momens de toutes les oppositions & conjonctions dans l'orbite: d'où l'on pourra aisement ensuite trouver les momens des vraies oppositions, ou conjonctions, sachant le mouvement horaire & l'argument de la latitude. Par ce moyen le calcul des Eclipses sera non seulement fort considerablement abregé, mais il sera aussi porté à un presque si haut degré de précision, qu'on peut sou-haiter.

XVI. Pour déterminer ces momens des conjonctions & oppositions dans l'orbite, on doit chercher prmiérement les momens des conjonctions & oppositions moyennes, où les longitudes moyennes du Soleil & de la Lune font egales, ou différent de 6 fignes. Puisque le tems d'un mois fynodique moyen est connu, savoir de 29j, 12h, 44', 3", il suffit de savoir le moment d'une conjonction ou opposition moyenne quelconque, pour en déduire toutes les autres. Pour cet effet je chercherai la premiere conjonction moyenne pour le Meridien de Paris, qui a du arriver au commencement de ce siecle, ou A. 1701. Or pour le commencement de l'An. 1701 nous avons la longitude moyenne de la Lune - - 51, 20°, 19' 45" la longitude moyenne du Soleil laLune est encore éloigné du Soleil de - -3, Or celle avance vers le Soleil en 8'vurs -31, 33 12, 1, 30 11, 40, 58 en 23h 20, 19 en 40' 13 13 en 25# 0 X Memoires de l'Academie Tom. III. Done Donc la premiere conjonction moyenne est arrivée à Paris, nouveau stile A. 1701. Janv. 81, 23h, 40', 25''

XVII. Puisqu'on doit savoir pour chaque tems la longitude moyenne & l'anomalie moyenne, tant du Soleil que de la Lune, avec le lieu moyen du noeud ascendant, je déterminerai ces choses pour le tems trouvé:

|Long.moy. ⊙ | An.m. ⊙ | Long.moy. D | An.m. ℂ | Long. & A. 1701 9, 9, 52, 48 6, 2, 7,8 5, 20, 19, 45 6, 13, 26, 51 4,27,56,18 Janv. 8' 7,53,6 3, 15, 24, 40 3, 14, 31, 12 25,25 56, 40 56,40 12, 37, 39 336 12,31,15 40' 21, 58 1, 39 1,39 21,46 2511 14 28,33 19, 18, 44, 16 6,10,58,34 9, 18, 44, 16 10,10,51,18 4,27,27,45

Donc nous avons la position fondamentale qui suit :

A Paris t. m. |Long.moy. © | An. m. © | An. m. C | Long. \$\Omega\$ |

A.1701. Janv. 81,236,40',25" | 91,18°,44',16" | 61,10°,58',34" | 101,10°,51',18" | 41,27°,27',45" | 61 |

de laquelle on pourra déduire les tems de toutes les autres conjonctions, ou oppositions moyennes, puisqu'on sait qu'une révolution ou lunaison moyenne se fait en 291, 126, 44', 3" dont la moitié est 141, 186, 22', 1½", qui est le tems depuis une conjonction à l'opposition suivante moyenne, & dans ces intervalles la longitude moyenne du Soleil, les anomalies & le noeud, se changent comme il suit

mouv. m. ⊙ an. m. ⊙ an. m. € Mouv. & 1 R:291,126,44',3" °, 29°, 6,24" °, 29°, 6,20" °, 25°, 49',1" °, 1°,33',50" 1 R:14, 18, 22,110, 14, 33, 12 °, 14, 33,10 °, 12, 54, 30°, °, 46, 55

163 E

XVIII. De la on dreffera aisement la table suivante.

Pendant	100	Mouv. m. ⊙	An. moy. ⊙	An. moy. D	Mouv. du &	Ann, Comm.
141,186,22', 12"	61	os, 14°,33', 12"	01, 140,33,10"	61, 120,54,30"	05, 00,46,55"	Janv. 14
29, 12, 44, 3	0	0, 29, 6, 24	0, 29, 6, 20	0, 25, 49, 1	0, 1, 33, 50	Jano. 29
44, 7, 6, 41	6	1, 13, 39, 36	1, 13, 39, 29	7, 8, 43, 31	0, 2, 20, 45	Fevr. 13
59 1, 28, 6	0	1, 28, 12, 48	1, 28, 12, 39	1, 21, 38, 1	0, 3, 7, 40	Fevr. 28
73, 19, 50, 7	6	2, 12, 46, 0	2, 12, 45, 48	8, 4, 32, 31	0, 3, 54, 34	Mars. 14
88, 14, 12, 9	0	2, 27, 19, 12	2, 27, 18, 58	2, 17, 27, 2	0, 4, 41, 29	Mars. 29
103, 8, 34, IC1	6	3, 11, 52, 24	3, 11, 52, 7	9, 0, 21, 32	0, 5, 28, 24	Avril. 13
118, 2, 56, 12	0	3, 26, 25, 36	3, 26, 25, 17	3, 13, 16, 2	0, 6, 15, 19	Avril. 28
132, 21, 18, 131	6	4, 10, 58, 49	4, 10, 58, 26	9, 26, 10, 32	0, 7, 2, 13	Maj. 12
147, 15, 40, 15	0	4, 25, 32, 1	4, 25, 31, 36	4, 9, 5, 3	0, 7, 49, 8	Maj. 27
162, 10, 2, 161	6	5, 10, 5, 13	5, 10, 4, 45		0, 8, 36, 2	Juin. 11
177, 4, 24, 18	0	5, 24, 38, 25,	5, 24, 37, 55	5, 4, 54, 3	0, 9, 22, 57	Juin. 26
191, 22, 46, 191	6	6, 9, 11, 37	6, 9, 11, 5	section of the later of the lat	0, 10, 9,52	Juil. 10.
206, 17, 8, 21	0	6, 23, 44, 49	6, 23, 44, 14	6 0, 43, 3	0, 10, 56, 47	Juil. 25
221, 11, 30, 221	6	7, 8, 18, 2	7, 8, 17, 24	0, 13, 37, 34	0, 11, 43, 42	Aout. 9
236, 5, 52, 24	0	7, 22, 51, 14	6, 22, 50, 33	6, 26, 32, 4	The second secon	Aout. 24
251, 0, 14, 25!	6	8, 7, 24, 26	8, 7, 23, 43	1, 9, 26, 34	0, 13, 17, 31	Sept. 8
265, 18, 36, 27	0	8, 21, 57, 38	8, 21, 56, 52	7, 22, 21, 4	0, 14, 4, 26	Sept. 22
280, 12, 58, 281	6	9, 6, 30, 50	9, 6, 30, 1	2, 5, 15, 34	0, 14, 51, 21	08. 7
295, 7, 20, 30	0	9, 21, 4, 3	9, 20, 3, 11	Management Committee of the Committee of	0, 15, 38, 16	O&. 22
310, 1, 42, 311	6	10, 5, 37, 16	10, 5, 36, 20	3, 1, 4, 35	0, 16, 25, 11	Nov. 6
324, 20, 4, 33	0	10, 20, 10, 28	10, 19, 9, 39	9, 13, 59, 5	0, 17, 12, 6	Nov 20
339, 14, 26, 342	6	11, 4, 43, 40	11, 4, 42, 40	3, 26, 53, 35	0, 17, 59, 1	Dec. 5
354, 8, 48, 36	0	11, 19, 16, 51		10, 9, 48, 5	The same of the last of the la	Dec. 20
369, 3, 10, 37	6	0, 3, 50, 3	The second secon	4, 22, 42, 35	0, 19, 32, 51	
383, 21, 32, 39	0	0, 18, 23, 15				

XIX. Etant ainsi parvenu à des intervalles, qui excedent un an, je passerai à des intervalles, qui renserment plusieurs années: Or comme une petite erreur commise dans les petits intervalles peut devenir trés considerable dans les plus grands, j'ai rectifié de tems en tems les nombres trouvés par les tables Astronomiques; & par là on peut etre assuré de la table suivante.

X 2

Pendant

Pendant	100	Mouv. m. o	An. moy. ⊙	An. moy. D	Mouv. du &
C. 1 An. 4j, 3h, 10', 38"	65	05, 30, 50', 3"	05, 30, 49, 0"	45, 220, 42', 35"	05, 190, 32, 51
C 2 A. 8, 6, 21, 17	0	0, 7, 40, 7	0, 7, 38, 1,	9, 15, 25, 11	1, 9 5, 42
C. 3A. 12, 9, 31, 55	6	0, 10, 30, 10	O, 10, 27, 1	2, 8, 7, 46	1, 28, 38, 33
C. 4A. 16, 12, 42, 34	0	0, 15, 20, 14	0, 17, 16, 2	7, 0, 50, 23,	2, 18, 11, 24
B. 4A. 0, 18, 20, 33	6	0, 0, 47, 2	0, 0, 42, 50	0, 17, 55, 53	2, 17, 24, 29
C. 5A 4, 21, 31, 11	0	0, 4, 37, 5	0, 4, 31, 50	5, 10, 38, 28	3, 6, 57, 20
C. 6A. 9, 0, 41, 50	6	0, 8, 27, 8	0, 8, 20, 51	10, 3, 21, 3	3, 26, 30, 11
C. 7 A. 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
B. 8A. 1, 12, 41, 6	0	0, 1, 34, 4	0, 1, 25, 40	1, 5, 51, 46	5, 4, 48, 58
C. 9 A. 5, 15, 51, 44	6	0, 5, 24, 7	0, 5, 14, 40	5, 28, 34, 21	5, 24, 21, 49
C. 10 A. 9, 19, 2, 23	0	0, 9, 15, 10	0, 9, 3, 41	10, 21, 16, 56	6, 13, 54, 40
C. 11 A. 13, 22, 13, 1	6	0, 13, 5, 13	0, 12, 52, 41	3, 13, 59, 31	7, 3, 27, 31
3. 12 A. 2, 7, 1, 39	6	0, 2, 21, 6	c, z, 8, 30	1, 23, 47, 39	7, 22, 13, 27
C. 13 A. 6, 10, 12, 17	O,	0, 6, 11, 9	0, 5, 57, 30	6, 16, 30, 14	8, 11, 46, 18
C. 14A. 10, 13, 22, 56	6	0, 10, 1, 12	0, 9, 46, 31'	11, 9, 12, 50	9, 1, 19, 9
2. 15 A. 14, 16, 33, 34.	0:	0, 13, 51, 16	0, 13, 35, 31.	4, 1, 55, 25	9, 20, 52, 0
3. 16 A. 3, 1, 22, 12	0	0, 3, 8, 8	0, 2, 51, 20	2, 11, 43, 32	.0, 9, 37, 56
. 17 A. 7, 4, 32, 50	6	0, 6, 58, 11	0, 6, 40, 20	7, 4, 26, 7	10, 29, 10, 47
C. 18 A. 11, 7, 43, 29	0	0, 10, 48, 14	0, 10, 29, 21	11, 27, 8, 42	11, 18, 43, 38
C 19 A. O, 16, 32, -8	0	0, 0, 5, 9	11, 29, 45, 12	10, 6, 56, 49	0, 7, 29, 33
3. 20 A. 3, 19, 42, 45	6	0, 3, 55, 11	0, 3, 34, 11.	2, 29, 39, 24	0, 27, 2, 24
3. 40 A. 7, 15, 25, 30	0	0, 7, 50, 22	Bengaling of the Control of the Cont	5, 29, 18, 47	1, 21, 4, 47
3. 60 A. 11, 11, 8, 16	6	0, 11, 45, 33	0, 10, 42, 33	8, 28, 58, 11	2, 21, 7, 11
80 A. O, 12, 28, 59	6	0, 1, 7, 32	11, 29, 43, 32	5, 15, 43, 4	3, 17, 22, 40
3. 100 A. 4, 8, 11, 46	0	0, 5, 2, 44	0, 3, 17, 44	8, 15, 22, 28	4, 14, 25, 4
3. 200 A. 8 16, 23, 32	0	0, 10, 5, 28		5, 0, 44, 56	8, 28, 50, 8
3. 300 A. 13, 0, 35, 18	0	0, 15, 8, 12	0, 9, 53, 12	1, 16, 7, 24	1, 13, 15, 12
400 A. 2, 14, 25, 3	6	The second secon	11, 28, 37, 46	3, 18, 35, 22	5, 26, 53, 21
1.500 A. 6. 22, 36, 49	6	0, 10, 40, 38	0, 1, 55, 30 1	0, 3, 57, 50	10, 11, 18, 25

XX. Pour les principales époques de ce fiecle nous trouverons les valeurs suivantes de ces elements.

A Paris t. m.	Long. moyen.	Anom.moy.⊙	An. moy. C	Long. &
A. 1701. Janv. 8, 23, 40', 25" 20 A. 3, 19, 32, 46	91, 180, 44', 16"	Contract to the second	105, 10°, 51', 18' 2, 29, 39, 24	41, 270, 27', 45'
A. 1721 Janv 12, 19, 23, 11 A. 1741 Janv 16, 15, 5, 58	9, 22, 39, 28 9, 26, 34, 40	6, 14, 34, 0 6, 18, 8, 12	1, 10, 30, 42 4, 10, 10, 6 6, 12, 54, 30	4, 0, 25, 21 0 3, 3, 22, 57
A, 1741 Janv 1, 20, 43, 57 A. 1761 Janv 5, 16, 26, 43 A. 1781 Janv 9, 12, 9, 30	9, 12, 1, 28 9, 15, 56, 40	6, 3, 35, 2		2, 7, 7 28 8

On pourra pareillement à l'aide de la table précedente monter aux siecles passes; mais puisque je n'ai verifié ma formule que par des obfervations de ce siecle & du passé, & que le mouvement moyen, tant de la longitude, que de l'apogée & du noeud pour un trop grand intervalle de tems, pourroit avoir besoin de quelque correction, avant que je sois en état de decouvrir cette correction, je ne trouve pas à propos de faire usage de ces Tables, que pour le présent siecle.

XXI. Pour faire voir l'application de ces tables, je chercherai la conjonction moyenne de la Lune & du Soleil, qui doit arriver l'année prochaine A. 1748. bissextile vers la fin du mois de Juillet, laquelle sera ecliptique, & accompagnée d'une considerable Eclipse du Soleil visible chez nous. Pour cet esset je commence par l'epoque 1741. & le calcul sera.

ColLong. mov. O An. mov. O An. mov. C Long.  $\Omega$ A. 1741. Janv. 1j,206,43',57" 95, 120, 11, 28" 65, 30, 351, 2" 91, 270, 151, 36" 7A. 13, 3, 52. 28 0, 12, 17, 11 0, 12, 9, 51 2, 26, 3, 39 4, 16, 6, 15, 44, 53 A.1748. Janv. 15, 0, 36, 25 9, 24, 18, 39 0, 23, 19, 15 10, 18, 6 14, 18, 22, 1 0, 14, 33, 12 0, 14, 33, 10 6, 12, 54, 30 A1.748. Janv. o, 6, 36, 24 0 9, 45, 27 6, 1, 11, 43 6, 10, 24, 45 10, 18, 53, 45 Juill. 25, 17, 8, 21 6, 22, 44, 49 6, 23, 44, 14 6, 0, 43, 3 0, 10, 50, 47 A.1748. Juill. 25, 23, 22, 45 0 3, 30, 16 0, 24, 55, 57 0, 11, 7, 48 10, 4

Or puisque cette année est bissextile, après le mois de Fevrier il faut retrancher un jour, de sorte qu'à Paris cette moyennes conjonction doit arriver A. 1748. Juill. 24j, 23h, 22', 45" tems moyen.

Et pour ce tems nous aurons les elemens suivans, tant du Soleil

que de la Lune,

I. Longitude moyenne du Soleil --- 4, 3°, 30', 16"

II. Anomalie moyenne du Soleil --- 0, 24, 55, 57

III. Longitude moyenne de la Lune --- 4, 3, 30, 16

IV. Anomalie moyenne de la Lune --- 0, 11, 7, 48

V. Longitude moyenne du noeud afcend. Ω -- 10, 7, 56, 58

XXII. Or il s'agit presentement de trouver le vrai moment d'une conjonction, ou opposition dans l'orbite, sachant celui de la moyenne. Soit donc pour le moment d'une conjonction ou oppo-

fition moyenne,

I. La longitude moyenne du Soleil = m

II. L'anomalie moyenne du Soleil = U

III. La longitude moyenne de la Lune = m ou 6: + m dans les &

IV. L'anomalie moyenne de la Lune = "

V. La longitude moyenne du noeud Ω = s

Supposons maintenant que la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, arrive x heures aprés la moyenne: & connoissant les mouvemens moyens horaires, nous aurons pour le moment de la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, ou pour le tems de la moyenne + x heures:

I. La longitude moyenne du Soleil = m+ 1475 x"

II. L'anomalie moyenne du Soleil = U+ 147 x"

III. La longitude moyenne de la lune  $= m + 1976! x'' (+6 \cdot dans les 8)$ 

V.La longitude moyenne du Nœud &= s - 8 x"

Et dans ce tems la longitude vraie du Soleil doit être égale, ou

opposée, à la longitude vraie de la Lune dans son orbite.

XXIII. Or mes formules renfermant les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune, avant que de passer outre, il faut chercher ces anomalies excentriques. Soit donc pour le tems de la conjonction ou opposition moyenne:

L'an o

L'anomalie excentrique du Soleil = V l'anomalie excentrique de la Lune = v

Or pour le moment de la conjonction, ou opposition vraie dans l'orbite, soit

l'anomalie excentrique du Soleil = V + yx''l'anomalie excentrique de la Lune = v + zx''.

XXIV. Soit l'excentricité de l'orbite du Soleil = e = 0, 01676
l'excentricité de l'orbite de la lune = k = 0, 05445
& le rapport entre les anomalies moyennes & excentriques nous donnera ces egalités:

 $U = V + e \sin V; U + 147 \frac{1}{8}x'' = V + yx''e + \sin (V + yx'')$  $u = v + k \sin v; u + 1959 \frac{3}{4}x'' = v + 2x''k + \sin (v + 2x'')$ 

Or comme l'anomalie excentrique reçoit à peu prés les memes accroissemens que l'anomalie moyenne, il y aura à peu prés y = 147 & z = 1959 \}; & partant puisque

fin  $(V+yx'') \equiv \text{fin } V+yx'' \text{ cof } V$   $\Rightarrow$  peu prés & fin  $(v+zx'') \equiv \text{fin } v+zx'' \text{ cof } v$   $\Rightarrow$  peu prés car il fuffit dans les termes e fi (V+yx'') & k fi (v+zx'') qui font fort petits, de prendre des valeurs approchantes. Par conféquent retranchant les prémieres égalités des autres, nous aurons :

$$147 \frac{1}{6} x'' = y x'' + e y x'' \cos V \qquad y = \frac{174 \frac{5}{6} ''}{1 + e \cos V}$$

$$1959 \frac{3}{4} x'' = 2 x'' + k 2 x'' \cos v \qquad z = \frac{1959 \frac{3}{4} ''}{1 + k \cos v}$$

De forte que pour le moment de la vraie conjonction, ou opposition dans l'orbite, nous ayons

l'anomalie excentrique du Soleil =  $V + \frac{147\frac{5}{8}x''}{1 + e \cos V} = V'$ 

l'anomalie excentrique de la Lune  $= v + \frac{1959 \frac{3}{4} x''}{1 + k \cos v} = v'$ 

XXV. Maintenant ayant trouvé les anomalies excentriques du Soleil & de la Lune; la longitude vraie du Soleil fera égale à la longitude gitude moyenne - 2 e sin V' + 1 ee sin 2 V". Ou bien la longitude vraie du Soleil, au moment de la vraie conjonction ou opposition dans l'orbite, sera:

$$m+147\frac{5}{5}x''-2efi(V+\frac{147\frac{5}{5}x''}{1+ecofV})+\frac{1}{4}eefi(2V+\frac{295\frac{2}{3}x}{1+ecofV})$$

ou puisque l'angle  $\frac{147 \frac{5}{5} x''}{1 + e \operatorname{cof} \overline{V}}$  est fort petit:

$$m+147\frac{5}{5}x''-2e \text{ fiV}-\frac{295\frac{2}{3}e x''}{1+e \cos V}\cos V+\frac{73\frac{1}{1}\frac{1}{2}e e x''}{1+e \cos V}\cos 2V$$

ou bien la longitude du Soleil fera exprimée en secondes :

$$m - 6913\frac{1}{2}$$
" fi V +  $14\frac{1}{2}$ " fi 2 V +  $x (147\frac{5}{6}$ " - 5" cof V) omettant les termes, qui ne montent pas à une seconde.

XXVI. Pour trouver la longitude vraie de la Lune dans son orbite, puisque nous avons deux formules différentes pour les conjonctions & les oppositions, je les renfermerai dans une generale, qui posant la longitude moyenne de la Lune

$$\begin{cases} m + 1976\frac{1}{2}x'' + \frac{6^{5}}{+ 0^{5}} \text{ pour les } \begin{cases} 9 \\ 8 \end{cases} = \zeta, \end{cases} \text{ donne la longitude vraie de la Lune dans fon orbite;}$$

$$\varphi = \zeta - \alpha \text{ fi } v' + \delta \text{ fi } V' - \varepsilon \text{ fi } (v' + V') \\
- \xi \text{ fi } 2v' - \zeta \text{ fi } (v' - V') \\
- \gamma \text{ fi } 3v' - \eta \text{ fi } (2v' - V')$$

où les valeurs des coëfficients feront :

Por	ur les	conjonctions.	Po	ur les	oppositions.
O.	=	17988"	α	=	17895"
6	=	316	6	=	316
7	=	3	Y	=	3
S	=	809	S	=	809
8	=	138		=	138
3	=	4	3	=	4
η,	=	33	n	=	33

```
XXVII. Or puisque v' = v + 1959 \frac{1}{4}x'' - 1959 \frac{1}{4}kx'' \cos(v + 980k^2x'')(1 + \cos(2v))
                 & V'=V+ 147 $x"- 147 $ex"cofV
nous en tirerons:
fiv=fiv+1959} x"cofv-980 kx"-980 kx"cof2v+490k2" cof3v
         + 980k2x11 cofv
         + 490k2x11 cofv
fizv=fizv+3919 + x"cof2v+980k2x"-1959 +kx"cof3v+980k2x"cof4v
         -1959 kx/cof v
          +1960k2x1/c012v
fizv=fizv+5879x" cof zv
fi V' = fi V + 1478 x" cof V - 74ex" - 74ex" cof 2 V
fi(v' + V') = fi(v + V) + 2108 x'' cof(v + V)
fi(v'-V') = fi(v-V) + 1812 x'' cof(v-V)
fi (2v' - V') = fi (2v - V) + 3772 x" cof (2v - V)
& mettant pour k & e leurs valeurs:
fiv' = fiv + 1964\frac{1}{2} / x \cos(v - 53x'' - 53'' x \cos(2v + 1\frac{1}{2}x \cos(3v))
fizv=fizv-1061x cofv+3x"+3925"xcof2v-1061xcof3v+3"xcof4v
fi V'=fi V+1475"x cof V-11x"-11x"cof2 V
     XXVIII. Donc mettant pour a, 6, y, d, e, 3, y leurs va-
leurs, nous aurons pour les conjonctions:
\alpha \sin v' = 17988'' \text{ fiv} + 171'' x \cos v - 5x'' - 5'' x \cos^2 v
& pour les oppositions
a \sin v = 17895 \sin + 170'' x \cos v - 5'' x - 5'' x \cos 2 v
& les autres termes tant pour les conjonctions, qu'oppositions
6 fi 2 v/= 316" fi 2 v + 6" x cof 2 v
y fi 3 v/= 3 fi 3 v
8 6 V' = 809 6 V + 1 x cof V
\epsilon fi(v'+V') = 138fi(v+V)+11x cof(v+V)
2\operatorname{fi}(v'-V')=4\operatorname{fi}(v-V)
n fi (2v/-V/)=33" fi (2v-V) + 1 x" cof (2v-V)
```

Donc la longitude vraie de la Lune dans son orbite sera pour les conjonctions:

& pour les oppositions :

XXIX. Egalons prémierement la longitude de la Iune trouvée pour les conjonctions à la longitude vraie du Soleil & nous obtiendrons cette équation.

D'où nous tirerons pour les conjonctions

$$\begin{array}{r}
+ 17988 \text{ fi } v - 7722 \text{ fi V} + 138 \text{ fi (} v + \text{V}) \\
+ 316 \text{ fi } 2v + 14\frac{1}{2} \text{ fi } 2\text{V} + 4 \text{ fi (} v - \text{V}) \\
+ 3 \text{ fi } 3v + 33 \text{ fi (} 2v - \text{V}) \\
\hline
- 1 \cos 2v - 1\frac{1}{2} \cos (v + \text{V})
\end{array}$$

mais pour les oppositions nous aurons :

$$\begin{array}{r}
+ 17895 \text{ fi } v - 7722 \text{ fi V} + 138 \text{ fi (} v + \text{V)} \\
+ 316 \text{ fi } 2v + 14\frac{1}{2} \text{ fi } 2\text{V} + 4 \text{ fi (} v - \text{V)} \\
+ 36 3v + 33 \text{ fi } (2v - \text{V}) \\
\hline
- 1833 - 170 \cot v + 5\frac{1}{2} \cot \text{V} - 1\frac{1}{2} \cot \text{(} v + \text{V)} \\
- 1 \cot 2v - \frac{1}{2} \cot \text{(} 2v - \text{V)}
\end{array}$$

XXX. Mais au lieu du denominateur nous n'avons qu'à multiplier par

$$\frac{1}{1833} + \frac{171 \cos v}{1833^{2}} + \frac{1\cos v}{1833^{2}} - \frac{5\frac{1}{2}\cos V}{1833^{2}} + \frac{1\frac{1}{2}\cos (v + V)}{1833^{2}} + \frac{\frac{1}{3}\cos (2v - V)}{1833^{2}} + \frac{171^{2}\cos (2v - V)}{2.1833^{3}} + \frac{171^{2}\cos (2v - V)}{2.1833^{3}}$$

ou afin que la valeur du tems \* soit exprimée en minutes secondes, ce multiplicateur fera:

1,9728+0,18297
$$colv+0$$
,00984 $col2v-0$ ,00588 $colV+0$ ,0006 $col(v+V)$ +0,0003 $col(2v-V)$ 

ce qui donnera pour les conjonctions le tems x exprimé en minutes secondes:

$$\begin{array}{l} x = +35487'' \text{ fi } v - 15234'' \text{ fi } V + 269 \text{ fi} (v+V) - 706 \text{ fi} (v+V) + 12 \text{ fi} (v+2V) \\ + 624 \text{ fi} 2v + 28 \text{ fi} 2V + 8 \text{ fi} (v-V) + 706 \text{ fi} (v-V) - 12 \text{ fi} (v-2V) \\ + 6 \text{ fi} 3v + 13 \text{ fi } V + 64 \text{ fi} (2v-V) - 53 \text{ fi} (v+V) + 13 \text{ fi } (2v+V) \\ + 1645 \text{ fi} 2v - 14 \text{ fi } V + 3 \text{ fi} (v-V) - 53 \text{ fi} (v-V) + 2 \text{ fi } (3v-V) \\ + 29 \text{ fi} v + 28 \text{ fi} 2V + 38 \text{ fi} (2v-V) \\ - 29 \text{ fi} 3v - 3 \text{ fi} (v-V) - 73 \text{ fi} (v-V) + 2 \text{ fi} (2v+V) \\ - 1 \text{ fi} (2v+V) - 1 \text{ fi} (2v+V) \\ - 28 \text{ fi} 3v - 1 \text{ fi} (2v-V) \\ - 28 \text{ fi} 3v - 1 \text{ fi} (2v+V) \\ - 6 \text{ fi} (v+2V) + 6 \text{ fi} v - 2V \\ + 6 \text{ fi} v - 2V \end{array}$$

ou pour les conjonctions fera la valeur de x en secondes

$$x = +35434''$$
 fi  $v - 15205''$  fi  $V - 490$  fi  $(v + V) - 12$  fi  $(2v + V)$   
+ 2270 fi  $2v + 56$  fi  $2V + 661$  fi  $(v - V) + 101$  fi  $(2v - V)$   
+ 123 fi  $3v$ 

& pour les oppositions on aura

& pour les oppositions on aura

$$x = +35248$$
 si  $v - 15205$  si  $V - 490$  si  $(v + V) - 12$  si  $(v + V)$ 
 $+ 2261$  si  $2v + 56$  si  $2V + 661$  si  $(v - V) + 101$  si  $(2v - V)$ 
 $+ 122$  si  $3v$ 

Ce tems étant ajouté au moment de la conjonction ou opposition moyenne, donners le moment de la conjonction ou oppofition vraie dans l'orbite.

XXXI. Pour trouver les diametres apparens, les parellaxes & les mouvemens horaires du Soleil & de la lune, j'ai trouvé ces formules:

Le diametre apparent du Soleil = 32', 13" -- 32", 4 cof V

La parallexe horizontale du Soleil = 12".

Le mouvement horaire du Soleil = 148" - 5". cof V

### POUR LA CONJONCTION.

Le diametre de la Lune apparent = 31', 30" -- 122" cos v + 4" cos 2 v Parallaxe horizontale = 57', 8" -- 222" cos v + 8" cos 2 v Le mouvement horaire de la Lune

33', 41"--258", 3cofv+u", 7cof2v--1", 8cofV+1", 4cof(v-V)

#### Pour LES OPPOSITIONS.

Le diametre de la Lune apparent = 31', 32" - 122" cof v + 4" cof 2 vParallaxe horizontale de la Lune = 57', 10" -- 222" cof v + 8" cof 2 vLe mouvement horaire de la Lune

33', 43"-258"3cofv+11", 7cof2v-1", 8cof V+1", 4cof (v-V) Pour trouver la longitude vraie du noeud alcendant, foit « sa longitude moyenne, & qu'on cherche par les anomalies de la lune v & du Soleil V sa longitude égalée  $\varepsilon = \alpha - 81$ " sin v + 585" sin V.

Enfuite posant la longitude du Soleil  $= \theta$ , la longitude vraye du nocud

fera =  $\epsilon + 5850'' \text{ fin 2} (\theta - \epsilon) - 85'' \text{ fi 4} (\theta - \epsilon)$ 

& enfin l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'ecliptique

fera = 50, 8', 23" + 525" cof2 ( $\theta - \epsilon$ ) -- 7" cof4 ( $\theta - \epsilon$ )

XXXII. Mais comme jusqu' ici j'ai supposé asses exactes les tables du Soleil, dont on se sert ordinairement, une petite erreur dans le lieu du Soleil ne manquera pas d'en produire une, peut être jusqu'à une minute, dans le tems d'une vraie conjonction, ou opposition. Pour cet esset ayant examiné un nombre considerable d'observations du Soleil, que Mr. le Monnier a saites avec la dernière exactitude, j'ai trouvé, que les tables du Soleil, qu'il a publiées dans ses Institutions Astronomiques, demandent les corrections suivantes. I. A la longitude moyenne du Soleil il faut constamment

II. A la longitude de l'apogée du Soleil il faut ajouter constam-

III. La plus grande équation du Centre du Soleil doit être fupposée - 1°, 55', 27"

& moyennant ces corrections, ces tables seront d'accord avec les obfervations à moins de 5" prés. Si faute de tables dressées sur ces corrections on veut se servir des formules algebriques, en supposant l'anomalie moyenne du Soleil = U, & l'enomalie excentrique = V, on aura cette premiere égalité.

U = V + 0, 0 1 6 7 9 fin V

Enfuite posant la longitude moyenne = 2 & la vraie = 0

Φ = Σ - 6 9 2 7" fin V + 14½" fin 2 V.

XXXIV. A cause de ces corrections, les tems des conjonctions ou oppositions moyennes marqués dans les tables précedentes doivent être avancées de 6": & dans les formules, qui expriment la valeur de x dans le XXX §, au lieu du terme — 15205 sin V, il faut mettre celui-cy — 15265 sin V. Or, puisque dans la reduction de mes formules principales au tems, j'ai été obligé de négliger plusieurs petits termes, si l'on veut avoir plus exactement le moment d'une conjonction, ou opposition vraie, on n'a qu'à calculer pour le moment, que la regle donnée vient d'indiquer, les lieux du Soleil & de la Lune, pour voir s'ils sont parsaitement d'accord; cars'il s'y trouve quelque petite différence, il sera aise de rectifier le tems. J'ai cherché ces corrections sur un grand nombre d'Eclipses de la Lune, & c'est après ces corrections, que sont dresses les tables, qui se trouvent dans l'Almanac Astronomique pour l'année 1749.

