



1746

Leonhardi Euleri animadversio ad libri praecedentis sec. 83 et seq. de curvis elasticis

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Leonhardi Euleri animadversio ad libri praecedentis sec. 83 et seq. de curvis elasticis" (1746). *Euler Archive - All Works*. 84.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/84>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

formulis suis, ex hac affectione omnia plane elicit, quæ a ferri-
 prioribus Mechanicæ traduntur, quia etiam Problema virium
 centralium inversum hac methodo solvit. Quo autem distinctus
 amplitudo hujus principii cognoscatur, ejusdemque usus tuto
 fieri possit, motum projectorum in duo genera dispartit; quo-
 rum altero celeritas, quam corpus habet, a solo situ pendet, quod
 usu venit, si corpus ad quocunque centro fixa attrahatur a vi-
 ribus, functioni cuiuslibet distantiarum a centro proportionalibus;
 altero autem celeritas corporis per situm ejusdem non determi-
 natur; prout accidit in medio resistente, vel si centra virium
 concipiantur mobilia. Priori casu proprietates memorata genera-
 lissime valet; ut adeo solus resistens excipiendus videatur.
 Quia imo, si plura corpora, in medio non resistente, quomodo-
 cunque in se invicem agant, summa motuum elementariorum sem-
 per erit minima, cujus quidem ratio ex natura inertie corpo-
 rum, qua omni factus mutationi, quantum possunt, resistantur,
 non difficile percipi potest. Sed manum de tabula.

LEONH. EULERI ANIMADVERSIO AD LIBRI
 præcedentis §. 83 Et seq. de Curvis elasticis.

Cum Vir Celeberrimus, Daniel Bernoulli, (qui hoc argumen-
 tum de oscillationibus laminæ elasticæ diligentissime est
 persecutus, suasque meditationes jam ante complures annos
 cum Academia Scientiarum Petropolitana communicavit, in cu-
 jus Commentariis eæ mox comparerunt,) hæc meam tractatio-
 nem jam ante impressionem evolvisset; in isto loco errorem de-
 prehendit, meque de eo benevole est hortatus. Cum autem
 exemplar meum manuscriptum non amplius esset in mea pote-
 state, eum corrigere non sicut; quamobrem hæc occasione
 arripio, illum emendandi.

Quantquam scilicet investiganti mihi omnes modos, quibus
 Lamina elastica libera, seu nusquam fixa, sese ad motum oscillato-
 rium componere potest, calculus innumerabiles modos suppe-
 ditavit, prout lamina inter oscillandum axem, seu rectam dire-
 cticem, qua fæctus laminæ quietis representatur, vel in uno, vel
 duobus, vel tribus, pluribusve, punctis interfecatur; tamen ho-

rum

rum modorum semissem tantum, scilicet eos, in quibus interse-
 ctionum numerus esset par, ad institutum aptos esse putavi.
 Causa, quæ me in hac opinione confirmare videbatur, hæc erat,
 quod pro intersectionum numero impari summam omnium
 momentorum virium sollicitantium non evanescere arbitratus
 essem, cum ea pro numero pari evidenter evanescat. Ut enim
 motus oscillatorius laminæ libere subsistere possit, non solum re-
 quiritur, ut omnes vires, quibus lamina inter oscillandum solli-
 citari concipitur, se mutuo destruant; quod quidem pro omni
 intersectionum numero æque usu venit, sed etiam necesse est, ut
 quoque earum virium momenta se mutuo destruant. Nisi enim
 hoc fieret, lamina circa suum centrum gravitatis motum gyra-
 torium impetraret, quo motus oscillatorius perturbaretur &
 tolleretur.

At vero perpetuo, siue intersectionum numerus sit par,
 siue impar, summa omnium momentorum pro rota lamina æque
 evanescit, ac summa ipsarum viri. n. Repræsentent enim
 a EFGb figuram laminæ, quam inter oscillandum induit,
 existente AB ejus situ naturali, in singulis punctis M ipsi appli-
 cata concipi debent vires, secundum perpendiculara MP ad axem
 urgentes, quæ sint his ipsis distantis MP proportionales. Pos-
 tis ergo Abcissa AP = x, & applicata PM = y, quæ ubique
 minima consideratur, ita ut elementa Curvæ a M ab elementis
 Abcissæ AP non discrepent, erit vis in M applicata ut y, & sum-
 ma omnium virium = ∫ y dx. Erat vero ex æquatione pro Cur-

$$va \int y dx = \frac{c^4 d^3 y}{dx^3}, \text{ æque Curva ita comparata esse debere}$$

ostensa est, ut in extremitate b formula $\frac{d^3 y}{dx^3}$ evanescat. Pos-

ta enim tota longitudine AB = a, æquatio pro Curva inventa
 $y dx^4 = c^4 d^2 y$, ita quæter integrari debebat, ut primo posito
 $x = 0$, fieret $y = Aa = b$; secundo ut posito $x = 0$ fieret
 $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$, tertio ut posito $x = 0$, fieret quoque $\frac{d^3 y}{dx^3} = 0$;

M 3 quarto

TAB. I
 Fig. 4.

quarto ut posito $x = a$, fieret $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$, & quinto ut posito

$x = a$, fieret $\frac{d^3 y}{dx^3} = 0$. Ex aequatione autem differentiali est

$$fy dx = \frac{c^4 d^3 y}{dx^3} \& f dx \int y dx = \frac{c^4 d^2 y}{dx^2}; \text{ unde apparet, sum-$$

nam omnium virium $\int y dx$ pro tota Curva evanescere. Quod iam ad summam omnium momentorum attinet, quoniam vis y in M applicatae momentum est $= xy$, erit summa omnium momentorum $= \int xy dx$, quam pro tota Curva non nisi iis casibus, quibus interfectionum numerus E, F, G , &c. esset par, evanescere opinatus eram. Hac de re autem monitus, perspexi quoque hanc expressionem $\int xy dx$ pro tota Curva evanescere debere. Est namque $\int xy dx = x \int y dx - \int dx \int y dx$, &, quoniam pro tota laminae extensione tam $\int y dx$, quam $\int dx \int y dx$, evanescunt, perspicuum est quoque, summam momentorum $\int xy dx$ in nihilum abire. Hoc ergo animadverto, omnes oscillationum modi, his aequationibus contenti:

I. $\frac{a}{c} = \frac{1}{2} \pi - \varphi = 1. \cot \frac{1}{2} \varphi$

II. $\frac{a}{c} = \frac{3}{2} \pi + \varphi = 1. \cot \frac{1}{2} \varphi$

III. $\frac{a}{c} = \frac{5}{2} \pi - \varphi = 1. \cot \frac{1}{2} \varphi$

IV. $\frac{a}{c} = \frac{7}{2} \pi + \varphi = 1. \cot \frac{1}{2} \varphi$ &c.

ad oscillationes perficiendas aequae sunt apri, etiam si ordine tantum pares ad hoc idoneos iudicavissim. Prima igitur aequatio dat $\varphi = \frac{a}{c} \pi = 90^\circ$, ac propterea $\frac{a}{c} = 0$, unde nullus motus oscillatorius resultat; secundus modus duas habet interfectiones, atque $\varphi = 1. 0'$: $39 \frac{7576''}{10000}$ & $\frac{a}{c} = 4, 7300350232$.

Tertius

Tertius modus intervit pro tribus interfectionibus, estque, cum angulus φ fiat valde parvus, proxime $\frac{a}{c} = \frac{1}{2} \pi - 2e - \frac{1}{2} \pi$

$-4e - 5\pi$ denotante e numerum, cujus logarithmus hyperbolicus $= 1$. Quartus modus praebet quatuor interfectiones, &

quia φ est angulus multo minor, quam ante, erit adhuc propius $\frac{a}{c} = \frac{3}{2} \pi + 2e - \frac{1}{2} \pi - 4e - 7\pi$ atque ita porro.

His igitur monitus, in §. 96 perfectus consensus inter oscillationum modos laminae, utroque termino parieti infixae, & laminae liberae deprehenderetur, neque exceptiones casuum hoc loco factae locum habent. Dum igitur lamina utrinque fixa ita oscillatur, ut inter oscillandum axem vel nusquam, vel semel, vel bis, vel ter, &c. interfecet, tum ejus motus oscillatorius idem erit, ac si eadem lamina libera ita oscillaretur, ut axem vel in duobus, vel tribus, vel quatuor, vel quinque, punctis &c. interfeceret.

NOVA LITTERARIA

Quas nuper publicae proposuit *Hejebii* duobus Voluminibus majoribus edendi leges & conditiones *Samuel Lechtmannus*, Lugdunensis Typographus, cum Lectore nostro, illarum cognoscendarum forsasse cupido, en communicamus:

Operis illius, duu deservati, duo erunt Volumina, quorum alterum nuper demum prodit, sic inscriptum: Herxiao Aesikoo, Hejebii Lexicon, cum Notis doctissimi Virorum integris, vel editis antebac, nunc auctis & emendatis, Hadr. Junii, Henr. Stephani, Jos. Scaligeri, Claud. Salmatii, Jac. Palmerii, Franc. Guyeti, Godefr. Soppingii, Jo. Fungeti, Jo. Coccejii, Jo. Fred. Gronovii, Jo. Casp. Suiceri, Tanaq. Faabri, Corn. Schreyerii, Ed. Bernardi, &c. vel ineditis Henr. Valesii, Dan. Henfii, Phil. Jac. Mauffaci, Thom. Brunonis, Isaac Vossii, Jo. Viti Pergeri, Thom. Muneckeri, Marci Meibomii, Jo. Verweji, &c. Imprimis Ludolphi Kulleri, Tiber. Hemferhufii, Jo. Christiani Biel, &c. Ex Auctographis partim recensuit, partim nunc primum edidit, fassque Animadversiones perpetuas adiecit, Joannes Alberti, Theol. Doct. & Prof. Ord. in Academia Lugduno-Batava, cum ejusdem Prolegomenis, & Apparatu Hejebii.

*Heghiano. Alterum prelo subjicitur. Prior Tomus, qui ante venas
his proponitur, typorum elegantia chartaque nitore facile se omnibus com-
mendabit. Adhibiti sunt typi novi tam ad textum, qui Graecis tantum est,
quam ad Notas, quae plurimae sunt, maximam partem ineditae. Et, quod
vel ex inspecto titulo patet, (cui Rich. Bentley, Lambertus Bos, alio-
rumque nomina addi potuissent,) ubertores, quam vulgo ad quatuordecim
versos confertur solent. Constat hic Tomus prior foliis 53. Pro quolibet
folio solentur 1 $\frac{1}{2}$ Stiverens unde singunt forni Hollandici 18--19--8.
Accedit Effigies Editoris.*

f. 19--14--8
:--15--:

Qui libros Graecos typis aliquando mandarunt, non ignorant, quanto
maiores summas requirant bi typi, eorumque dispendio, Et imprimendi
corrigendique merces; immo videbunt, minus hanc libro spectum statim,
quam ceteris impensam esse libris Graecis, quorum dimidia pars Lati-
nam praeterea versionem continet, minus utique sumtuosam. Prior ille
Tomus ab hoc ipso tempore usque ad suum Anni 1746 usque exten-
ditur Hollandicis 20, ea tamen lege, ut, qui 1747 ante Calendar Martias
anni hunc emerit, Tomi posterioris pretio debeat. Curas sic florens a.
quo jure ceteri, qui tempus illud praescriptum neglexerint, delicti erunt.
Alter Tomus, qui reliquam totius Operis partem, una cum Indiciis
necessariis, complectetur, magnitudine priorum non excedet, quin potius
mole minor erit, eadem charta, &c. imprimendus; Et pro ratione prio-
ris Tomi postea venalis sit, qui nunc summi dederit nomen. Illius quo-
que editionem, quantum poterit, adornat Et ingebit Cl. Editor, qui, totis in-
co est, ut operam tandem metem abingat: citans tempus ipsum, per
plurimas eius occupaciones, certo quidem desinare nondum licet, aliam
commodius in Novellis historiarum indicandam. Interim, dum omnia ad-
solvenda librum pertinent, per triennium continuata diligentia mi-
sero operi finem, ut spes est, quam proximè imponet, ad quem ni-
quis non esse festinandum, norunt satis horum rerum periti. Ca-
terum, ut quorundam delectatio satisfieret, exemplaria quaedam char-
ta majori, sive regia, sunt impressa, quorum non nisi triginta venalia
prostant, idque pretio, ut notis est, singula (hujus Tomi prioris)
Florentium Hollandicorum 30. Qui vero ante suum Anni 1746 nomen
suum dederint; Tomo sequenti (charta majori) detrahent florens 3.
Cujuscumque autem chartae, sive majoris, sive ordinariae, exemplar quis
elegerit, a Typographi officina illud ad se detur quisque curabit. Qui
dictis conditionibus hujus Operis copiam sibi fieri velint, Bibliopolis ex-
traque urbe nobilissimis ante Calendar Martias anni 1747 no-
minis dare rogantur; quo temporis spatio elapso, pretii detrahenda
si prerogativa, superius expressa, cessabit.

✱

✱

✱

NOVA ACTA ERUDITORUM,

*publicata Lipsiae
Calendar Martii Anno MDCCXLVI.
Pars I.*

NUMISMATA QUÆDAM, CUSCUSCUN-
que formæ et metalli, Musæi HONORII AR-
GONI, Veneti, ad usum juvenutis rei
nummarie studiose.

Tarvisi, sumibus Antoris, apud Eusebium Bergamum,
1741, fol.

Constat Tabulis en. 119.

Non sunt vicuperandi, sed laudandi, qui, nostris quo-
que temporibus, operam scientiæ numismaticæ peri-
te navantes, præci orbis numismata, sicut sunt, in
vulgus emittunt, haud adjuncta illorum explicatione. Ea res
quantum boni utilitatisque habeat, & quantum iis commodi af-
ferat, qui vel erudendi his studiis sunt, vel jam instructi, fa-
cile apparebit accurate id ipsam meditant. Tali enim
modo sapienter eruditorum crumena consultur, cum con-
tra, explicatione adjecta, liber plerumque in magnum volu-
men crescat, cujus mole fit, ut doctos emtores, qui usum
librorum non magnitudine, sed bonitate, metri solent, pretii
tam ingentis sæpe poeniteat, hique ipsi, pretium internum non
respondere extremo, conquærantur. Præterea, in quo multum
omnino situm est, juvenum negligentia ac desidia occurritur,
quorum animus, demta explicatione omni, tanto vehementius
impellitur, ut, in tentandis experitundisque numis ipsis, &
excuciant intelligentiam suam, & ingenium acuant, & confirmet
N

judi-