



1740

Orbitae solaris determinatio

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Orbitae solaris determinatio" (1740). *Euler Archive - All Works*. 38.
<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/38>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

ORBITAE SOLARIS DETERMINATIO.

AVCTORE

Leonb. Eulero.

§. I.

Ope methodi, quam in praecedente differtatione exposui, facile erit orbitam, quam terra motu annuo circa solem describit, seu quod eodem redit orbitam solarem determinare, ex datis tribus locis solis ex terra visis, vna cum temporum interuallis. Quamobrem ad orbitam solis quam exactissime definiendam, oportet vt ex obseruationibus astronomicis tria solis loca eligamus, de quibus minime dubitare licet. Huiusmodi autem solis loca in eccliptica seu orbita sua cum ex altitudinibus meridianis deriuare necesse sit, conducet eiusmodi obseruationes ad hunc vsum adhibere, quae circa aequinoctia sint factae, eo quod his temporibus minimus error in longitudine oriatur. Reiciendas igitur ad hunc finem esse iudico obseruationes circa solstitia factas, cum his temporibus etiam ex accuratissimis obseruationibus de loco solis vix ad aliquot minuta prima certi esse possimus.

§ 2. Perlustraui ergo in hunc finem *Flamsteedii* historiam coelestem, atque ex altitudinibus solis meridianis eius loca in eccliptica calculo deducere sum annus.

sus. Cum autem istae observationes neque a refractionibus sint purgatae, neque omnes ut opinor sint aequae bonae censendae, ex iis vix ausus sum quippiam circa solis orbitam concludere. Cum vero prolegomena in tertio volumine huius operis perlegissem, deprehendi *Flamsteedium* huic ipsi inquisitioni operam dedisse, ac methodum, qua is locum apogaei et excentricitatem orbitae solis assignare annis est, minime probare possum. Verissimas enim primo censet tabulas suas motus medii solis, de quibus omnino ad hoc institutum exequendum dubitare debuisset; deinde vero locum apogaei tantum paulisper immutavit excentricitatis nulla habita ratione, quo vni vel alteri observationi satisfaceret. Facile autem perspicitur, hac methodo vix quicquam profici posse.

§. 3. Interim tamen observationes, quibus *Flamsteedius* in hoc negotio est usus, ipse certissimas et exactissimas praedicat, neque ego de bonitate earum dubitandum esse existimo, cum sine dubio ad hoc institutum eas selegerit, de quibus maxime erat certus. Hanc ob rem ego non dubito easdem observationes usurpare ad orbitam solis ope meae methodi determinandam, ex iis vero praeterea tales observationes eligam, quae circa aequinoctia sunt factae, quippe quae eo magis certae sunt habendae. Observationes ergo, quas ad hoc institutum adhibere constitui, sunt tres sequentes, anno 1690 factae. Mense scilicet Martio die 7 meridie locum solis exhibet in \times , $27^{\circ} 21'$, $47''$.
 Dein-

Deinde eiusdem mensis die 14 erat sol in \vee 4° , $17'$, $18''$. Atque tertio mense septembri die 15 erat sol in \sphericalangle 2° , $45'$, $37''$. Quae solis loca ex altitudinibus meridianis exactissime obseruatis deduxit ipse *Flamstedius*.

§. 4. In his autem locis sol versabatur ipso puncto veri meridiei, dum per meridianum transiebat. Quare quo anomalias medias ex his temporibus recte concludamus oportet haec tempora ope aequationis temporis corrigere. Quo facto erunt vt sequitur.

<i>Tempore medio</i>	<i>Solis loca</i>
Mart. d. 7. 12^b . $8'$, $24''$	11 S, 27° , $21'$, $27''$
Mart. 14 d. 12^b . $6'$, $15''$	0 S, 4° , $17'$, $18''$
Sept. 15 d. 11^b . $51'$, $27''$	6 S, 2° , $45'$, $37''$

Harum obseruationum primam sumo igitur tanquam terminum, et pono eius anomaliam veram $=z$, atque anomaliam mediam $=x$. Praeterea ι : v mihi denotat rationem distantiae mediae ad excentricitatem, adeo vt hae tres quantitates z , x et v ex his tribus obseruationibus debeant determinari. Ponatur secundae obseruationis anomalia vera $=z+f$, et media $=x+m$; tertiae vero obseruationis anomalia vera $=z+g$ et media $=x+n$. Quae quantitates f , g , m et n ex ipsis obseruationibus immediate determinantur.

§. 5. Differentia temporum inter primam et secundam obseruationem est ergo 6 d, 23^b , $57'$, $51''$, cui tem-

pori motus medius respondet $6^{\circ}, 53', 52''$. Cum autem inter ea aequinoctia circiter $1''$ sint retrogressa, erit differentia inter anomalias medias primae et secundae observationis $m = 6^{\circ}, 53', 51''$. Differentia vero inter loca solis est $6^{\circ}, 55', 31''$, quae similiter minuto secundo minuta ob praecessionem aequinoctiorum dat differentiam inter anomalias veras primae et secundae observationis $f = 6^{\circ}, 55', 30''$. Deinde differentia temporum primae et tertiae observationis est 191 d. $23^h, 43', 3''$ cui motus medius respondet $189^{\circ}, 12', 0''$: hinc motu aequinoctiorum $26''$ subtracto remanet differentia inter anomalias medias primae et tertiae observationis, $n = 189^{\circ}, 11', 34''$. Denique differentia inter loca primae et tertiae observationis $26''$ diminuta dat differentiam inter anomalias veras primae et tertiae observationis $g = 185^{\circ}, 23', 24''$.

§. 6. His praeparatis sequitur vt quantitatem anguli cuiusdam P, qui est anomalia excentri, definiamus, quo cognito facile omnia, quae requiruntur, determinare licet. Ostendi autem in praecedente mea dissertatione fore proxi-

$$\text{me tang. } P = \frac{\sin \frac{m+f}{2} - \left(\frac{m-f}{n-g}\right) \sin \frac{n+g}{2}}{\sin \frac{m+f}{2} - \left(\frac{m-f}{n-g}\right) \sin \frac{n+g}{2}} \text{posito sinu toto} = 1.$$

Quo igitur ista expressio per calculum definiatur, sequenti modo operationes instituo.

$$\begin{array}{l|l} m = 6^{\circ}, 53', 51'' & f = 6^{\circ}, 55', 30'' \\ n = 189^{\circ}, 11', 34'' & g = 185^{\circ}, 23', 24'' \end{array}$$

Ex his erit

$$m-f = -1', 39'' = -99''$$

$$n-g = 8^\circ, 48', 10'' = 13690''$$

atque

$$-\left(\frac{m-f}{n-g}\right) = 0,0072315.$$

Praeterea est

$$\frac{m+f}{2} = 6^\circ, 54', 40''$$

et

$$\frac{n+g}{2} = 187^\circ, 17', 29''$$

Iam vero est

$$\int \frac{m+f}{2} = 1203393$$

atque

$$\int \frac{n+g}{2} = -1269155$$

qui multiplicatus per $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right) = 0,0072315$ dat -9178 .
 Erit ergo numerator fractionis, cui tang. P aequatur =
 1194115. Praeterea est sv. $\frac{m+f}{2} = 72661$ atque sv.
 $\frac{n+g}{2} = 19919130$ qui ductus in $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right) = 0,0072315$
 dat $-\left(\frac{m-f}{n-g}\right) \text{sv.} \frac{n+g}{2} = 144045$. Vnde fit denominator
 = 216706. Diuidatur nunc factum ex numeratore in
 finum totum per denominatorem et prodibit tang. P =
 55103000. Quocirca inuentus est angulus P = $79^\circ, 42', 51''$,
 qui autem valor tantum est vero proximus, et
 sequenti modo corrigi debet.

§. 7. Ex valore ipsius P sequentes litterae Q et R
 habebuntur, nempe cum sit P = $79^\circ, 42', 51''$, erit
 Q = P

$Q = P + \frac{m+f}{2} = 86^{\circ}, 37', 31''$, atque $R = P + \frac{g+n}{m-f} = 267^{\circ}, 0', 20''$. Ex his valoribus erit $v = \frac{u-g}{fQ-fP} = \frac{u-g}{fR-fP}$, vnde patet valorem ipsius v fore negatiuum, id quod indicat distantiam primae obseruationis non ab apogaeo sed ab perigaeo inuentum iri. Erit ergo $l-v = l^{\frac{f-m}{2}} - l(fQ-fP)$, in qua expressione notandum est, quia sinus cum angulis comparantur, a logarithmis sinuum subtrahi debere $4, 6855704$, quo logarithmi minorum secundorum obtineantur. Ob eandem rationem erit $l^{\frac{f-m}{2}}$ in minutis secundis $= 49, 5$ atque $l^{\frac{f-m}{2}} = 1, 6946052$.

Iam vero est

$$\begin{array}{r}
 fQ = 9982658 \\
 \text{et } fP = 9839292 \\
 \hline
 \text{ideoque } fQ-fP = 143366 \\
 \text{atque } l(fQ-fP) = 8, 1564482 \\
 \text{a quo subtrah. } = 4, 6855704 \\
 \hline
 \text{restat } 3, 4708778 \\
 \text{subtr. a } l^{\frac{f-m}{2}} = 1, 6946052 \\
 \hline
 \text{erit } l-v = -1, 7762726 \\
 \text{seu } v = \frac{-99}{5915}
 \end{array}$$

hic vero valor sicut et reliqui correctione sequente habet opus.

§. 8. Ad hanc correctionem instituendam quaerantur valores litterarum M et N ex sequentibus formulis:

$$M = 2$$

$$M =$$

$$M = \frac{f+m}{2} + \frac{v^2}{8} \int 2P - \frac{v^2}{8} \int 2Q.$$

$$N = \frac{g+n}{2} + \frac{v^2}{8} \int 2P - \frac{v^2}{8} \int 2R.$$

vbi a logarithmis finuum subtrahi debet 4, 6855704. Quia vero singuli sinus multiplicati sunt per $\frac{v^2}{8}$ cuius logarithmus est -4, 4556252, a logarithmis finuum subtrahi debet iste logarithmus 9, 1412056 et numerus logarithmo residuo respondens dabit numerum minutorum secundorum. Compendii autem gratia non est opus ut anguli 2P, 2Q, 2R ad minuta secunda vsque sumantur: tanta enim accuratio effret superflua. His praemissis erit vt sequitur:

$$\int 2P = \int 159^\circ, 26' = \int 20^\circ, 34'.$$

$$\int 2Q = \int 173^\circ, 15' = \int 6^\circ, 45'.$$

$$\int 2R = \int 534^\circ, 1' = \int 5^\circ, 59'.$$

Hinc erit

$$\int 2P = 9, 5456745$$

$$\text{subtrahatur } 9, 1412056$$

$$0, 4044689$$

$$\text{ergo } \frac{v^2}{8} \int 2P = 2\frac{1}{2}''$$

Simili modo

$$\int 2Q = 9, 0701761$$

$$\text{subtrahatur } 9, 1412056$$

$$(-1), 9289705$$

$$\text{ergo } \frac{v^2}{8} \int 2Q = 0, 85''$$

$$\text{atque } \frac{v^2}{8} \int 2R = 0, 75''$$

Ex his prodit

$$M = 6^\circ, 54', 42'' \text{ et}$$

$$N = 187^\circ, 17', 31''.$$

§. 9.

§. 9. Quia valores litterarum M et N tam parum discrepant ab $\frac{m+f}{2}$ et $\frac{n+g}{2}$ correctio litterarum P et ψ fere erit insensibilis; interim tamen ad usum regulae a me traditae ostendendum calculum instituiam. Ostendi igitur fore tang. P $\frac{fM - (\frac{m-M}{n-N})fN}{fV.M - (\frac{m-M}{n-N})fV.N}$ posito sinu toto = 1. Ad hunc ergo angulum P detegendum sequenti modo operor

$$m - M = -50, 69'$$

$$n - N = 1^{\circ}, 54', 3, 21'' = 6843, 21''$$

$$\text{ergo } -\left(\frac{m-M}{n-N}\right) = 0, 0074073$$

Praeterea est

$$fM = 1203003$$

$$fN = -1296242$$

$$\text{ergo } -\left(\frac{m-M}{n-N}\right)fN = -9400$$

$$\text{ergo numerator} = 1193603$$

Deinde est

$$fV.M = 72670$$

$$fV.N = 19919123$$

Erit ergo

$$-\left(\frac{m-M}{n-N}\right)fV.N = 149306 \quad \text{ideoque}$$

$$\text{denominator} = 221976$$

Inuenitur ergo

$$\text{tang. P} = 53771000$$

$$\text{ideoque P} = 79^{\circ}, 27', 54''.$$

§. 10. Sumto ergo hoc valore pro vero angulo P erit $Q = P + M = 86^{\circ}, 22', 36''$ et $R = P + N = 266^{\circ}, 45', 25''$, atque ex his erit verus valor ipsius $v = \frac{m-M}{jQ-jP} = \frac{n-N}{jR-jP}$, quae expressio vt ante debet tractari. Ex aequatione autem $v = \frac{n-N}{jR-jP}$ prodit $l-v = -1, 7761733$ qui est verus valor ipsius v , atque distantia media ad excentricitatem vt 100000 ad 1674.

§. 11. Ex his nunc per praecepta tradita vtraque anomalia loci solis in prima obseruatione poterit definiri, in quo autem notandum est ob valorem ipsius v negativum a perigaeo anomalia computatas prodire. Erit autem primi solis loci obseruati 11 S, $27^{\circ}, 21', 27''$ anomalia media $x = P + vjP$ et anomalia vera $z = P - vjP + \frac{v^2}{4}j_2P$ etc. ad quos valores inueniendos est

$$\begin{array}{r}
 P = 79^{\circ}, 27', 54'' \\
 l j P = 9, 9926192 \\
 \text{subtr. } 4, 6855704 \\
 \hline
 5, 3070488 \\
 l - v = -1, 7761733 \\
 \hline
 l - v j P = 3, 5308755 \\
 \text{ergo } -v j P = 3395'' = 56', 35'' \\
 l j_2 P = 9, 5556433 \\
 \text{subtr. } 4, 6855704 \\
 \hline
 4, 8700729 \\
 l \frac{v^2}{4} = -4, 1655562 \\
 \hline
 l \frac{v^2}{4} j_2 P = 0, 7045167 \\
 \text{ergo } \frac{v^2}{4} j_2 P = 5''. \text{ Ex his ergo fit}
 \end{array}$$

$x =$

$$x = 78^{\circ}, 31', 19'' = 2S, 18^{\circ}, 31', 19''$$

$$z = 80^{\circ}, 24', 34'' = 2S, 20^{\circ}, 24', 34''$$

§. 12. Cum igitur Sol fuerit A. 1690. Mens. Martio $7^d, 12^h, 8', 24''$ in ecliptica $11S, 27^{\circ}, 21', 27''$, erat illo tempore aequatio $1^{\circ}, 53', 15''$ addenda ad motum medium. Quamobrem illo tempore erat motus medius solis $11S, 25^{\circ}, 28', 12''$ atque 1690 die 7 Martii ipso meridie iuxta tempus medium erat motus medius solis $11S, 25^{\circ}, 27', 52''$. Ergo A. 1689. completo seu initio anni 1690. erat motus medius solis $9S, 20^{\circ}, 24', 42''$, qui locus si cum tabulis motus medii solis in Lexico Harris comparetur, deprehendetur $40''$ maior, et hanc ob rem illae tabulae pro observatorio Greenwicensi augeri debent $40''$. Quocirca erit

A. a C. N.	Motus medius \odot
1701	$9S, 20^{\circ}, 44', 30''$
1721	$9S, 20^{\circ}, 53', 34''$
1741	$9S, 21^{\circ}, 2', 38''$
1761	$9S, 21^{\circ}, 11', 42''$
1781	$9S, 21^{\circ}, 20', 46''$
1801	$9S, 21^{\circ}, 29', 51''$

In tabula pro annis intermediis nihil est mutandum.

§. 13. Subtrahatur a vero loco solis
 anomalia vera inuenta, $11S, 27^{\circ}, 21', 27''$
 prodibit $2S, 20^{\circ}, 24', 34''$
 locus perigaei orbitae solaris. $9S, 6^{\circ}, 56', 53''$
 Quam-

Quamobrem apogaeum orbitae solaris erat

A. 1690. d. 7. Mart. in $3S, 6^{\circ}, 56', 53''$
 atque initio anni 1690. in $3S, 6^{\circ}, 56', 44''$
 atque initio anni 1701. in $3S, 7^{\circ}, 5', 54''$

Quare a loco apogaei solis ex tabulis astronomicis citatis inuento perpetuo subtrahi debet $34', 16''$, adeo ut in illis tabulis plusquam dimidio gradu apogaeum sit nimis promotum.

§. 14. Logarithmum rationis excentricitatis ad distantiam mediam inuenimus $-1, 7761733$, ita ut sit distantia media ad excentricitatem, ut 100000 ad 1674 seu ut 5973 ad 100. Si nunc ille logarithmus iuxta regulam in sequ. diff. expositam addatur ad $5, 6154596$ prodibit $3, 8392863$, cui respondet numerus $6907''$ pro aequatione maxima, est ergo aequatio maxima $= 1^{\circ}, 55', 7''$.

§. 15. Restat ut definiatur anomalia media, cui maxima aequatio respondet; id quod per regulam meam sequenti modo fiet.

$$\begin{array}{r} \text{Ad log. sinus totius} \quad 10, 0000000 \\ \text{addatur } l\frac{v^3}{4} = - \quad 5, 9305799 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 4, 0694200 \\ \text{qui est log. sinus anguli} \quad \quad \quad 14''' \\ \text{est ergo} \quad \quad \quad q = 14''' \\ \text{Deinde ad} \quad \quad \quad 5, 3144295 \\ \text{addatur } lv = - \quad 1, 7761733 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 3, 5382562 \end{array}$$

cui respondet numerus $3454''$ seu $57', 34''$. Quamobrem erit anomalia media cui aequatio maxima respondet $90^{\circ}, 57', 34''$; atque anomalia vera, cui aequatio maxima respondet, erit $89^{\circ}, 2', 27''$. SO-