



1726

# Constructio linearum isochronarum in medio quocunque resistente

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>

 Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

## Recommended Citation

Euler, Leonhard, "Constructio linearum isochronarum in medio quocunque resistente" (1726). *Euler Archive - All Works*. 1. <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/1>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact [mgibney@pacific.edu](mailto:mgibney@pacific.edu).

bus illis condi debere exi-  
 bus ad singulos declina-  
 zari possent loca, quibus  
 plos longitudinum vel la-  
 ræ inquire & inclinatio-  
 n intervalla declinationes  
 sad declinationum & in-  
 inveniri tempora queant.  
 mmino pro diversa loco-  
 rorum ratione legem ali-  
 inationes illæ inclinatio-  
 mari causis, quas inve-  
 m dependeant, vel in or-  
 turbentur, ut nihil hac

is, Cel. *Jacobus Herman-*  
 qui inter Geometras pri-  
 el his ipsis Actis testibus,  
 dicturus, *Bullfingeriana*  
 notationes addidit. Huc  
 as fuerit, eclipses solares  
 nventionem ducere, dif-  
 nodum, quo id fieri pos-  
 o, recentiorum Astrono-  
 um maris definiendarum  
 tus Satellitum Jovis & in-  
*Philippo III Hispaniarum*  
 , cum quibus negotium  
 iis donatus fuerit & , nisi  
 es commissa erat, vivere  
 ileum oculorum usu jam  
 set, ut cum ipso de inven-  
 nducendi tractaret. Cum  
 rignonium id pro suo edi-  
 didisse, editis tabulis ac-  
 s tamen esse monet ratio-  
 nes,

nes, cur scopo nautico non sufficiat. *Hugenium* ultimis tandem vi-  
 tæ suæ annis reperisse curvam, cujus beneficio horologiis æqualis  
 motus conciliatur, qui nulla maris, vel navis agitatione turbari  
 aut minui possit, quod in pendulis suis non satis caveri potuisse  
 ipsemet agnoscat. Hoc vero inventum cum illustri Autore inter-  
 iisse. Id solum particularius de eo sibi in Batavia agenti innotuif-  
 se, quod per libratores aliquem ambobus suis terminis insculptas  
 habentem curvas æquales, in quibus sacomata æqualia ultro citro-  
 que moverentur, horologio suo æquabilem motum nulla agita-  
 tione navis turbandum inducere voluerit. Manere igitur proble-  
 ma Solutore dignum: *Invenire horologium, cujus æqualis motus*  
*in agitativissima navi sine interruptione conservari possit.* Circa acum  
 magneticam notatu dignum ipsi videtur monitum *Riccioli* ex  
 mente *Guilielmi Persall*, Equitis Angli, in Geographia Reformata  
 relatum, quod artifices in fabricando toto versorio ex ferro aut  
 chalybe errent: unde omnes anomalias in experimentis declina-  
 tionis magneticæ derivet.

CONSTRUCTIO LINEARUM ISOCHRO-  
 narum in medio quocunque resistente, Autore  
 LEONHARDO EULERO,  
 Basileensi.

Notum est inter Geometras cycloidem ordinariam esse in me-  
 dio non resistente isochronam seu tautochronam, vi gravi-  
 tatis uniformiter versus centrum infinite distans tendente. In me-  
 dio quoque pro simplici celeritatum ratione resistente, isochro-  
 nam esse eandem cycloidem, ostendit Vir summus, Newtonus in  
 principiis suis Philosophiæ Naturalis Lib. II Prop. 26. Oppido  
 autem miror, neminem adhuc quicquam de isochronis in aliis  
 mediis resistentis hypothefibus, non imaginariis, quemadmodum  
 sunt hæc duæ dictæ, meditata fuisse; cum tamen hæc egregia  
 materia bene mereatur, quæ in scientiæ de motu corporum in  
 medio resistente augmentum profundius examinetur. Ego,  
 quæ hac in re inveni, quasque feliciter detexi curvas tautochronas  
 in medio quomodocunque resistente, centro virium infinite di-  
 stante

stante & uniformiter attrahente, hic cum publico communicabo, ut orbi literario-anfam præbeam, hanc materiam penitus perscrutandi.

Ut igitur modum generalissimum hujusmodi lineas isochronas construendi tradam: resistat medium in ratione cujusvis functionis celeritatis, & pro hac amplissima hypothese, sic construo isochronam.

TAB. III  
Fig. 9.

Sit AB linea verticalis, seu normalis in planum horizontis; super hac, tanquam axe, describatur curva AND talis, ut, dictis abscissa APx, huic applicata normali PN, z, & ipsius z functione quadam, Z, quæ eandem ad z habeat rationem, quam habet illa functio celeritatis, secundum quam fit resistentia, ad ipsam celeritatem, ut inquam fit  $dx = z dz + Z dz$ . Hac curva facta, construatur alia AMC, super eodem axe AB, ut, producta NP in M, sit portio curvæ AM æqualis applicatæ PN. Erit hæc curva CMA isochrona, corpus scilicet super ea, solo gravitatis nisu, descendens, in quocunque ejus puncto M descensum adorsum fuerit, semper æquali tempore ad punctum A perveniet.

Ex hac constructione consequitur, curvas hæc habere aliqui in C cuspidem, & reverti in plagam, ex qua venerant, id quod accidere debet, ubi elementum applicatæ PM evanescit, elementum vero hoc æquatur  $\sqrt{dz^2 - dx^2}$ , ob  $AM = PN = z$  sed quia  $dx = z dz + Z dz$ , erit  $\sqrt{dz^2 - dx^2} = dz \sqrt{1 - (z+Z)^2}$  quod debet æquari ziphæ, erit ergo  $z + Z = 1$ , ibi ergo est cuspis, ubi summa  $z + Z$  æquatur unitati.

Hæc ergo curva eandem cum Cycloide habebit formam, habebit enim infinitos cuspides, & portiones cuspides constituentes omnes inter se similes & æquales, nam producta PM in m erit lege continuitatis  $PN = AMC - Cm$ , sed  $PN = AM$  ergo  $Cm = CM$  partes ergo AMC, FmC cuspidem C constituentes æquales erunt & similes. Proin ex constructione puncto F, puncto A respondentem, adnectetur portio similis, æqualis & similiter posita cum AMC. Sic quoque, curva CMA continuata, erit AB diameter, eandem ergo plane cum cycloide ordinaria habebit formam.

Ut applicemus hanc generalem constructionem ad hypothese speciales; ponatur resistentia nulla, erit  $Z = 0$  ergo  $dx = z dz$ ,

i. e.

i. e.  $2x = zz$ , unde curva ergo isochrona AMC cyclastravit.

Ponamus resistentiam unde  $dx = 2z dz$ , i. e.  $x = z^2$ ; & consequenter isochrona tonus loco citato demonstravit.

Sit Resistentia ut quæ cum habet in aere, aqua unde  $dx = z dz + a z dz$  e pra docui, construi poterit accipienda, quo resistentia tionalis assumi debet quæ

Et hac ratione pro quæ bili isochrona, methodo vitate uniformiter agentis in medio quoque utcumque construendi isochronas, posui, analysin seu de tempus differo; propon motu corporum in medio ab hac materia haud mul

Invenire lineam nam in medio c pothesi gravitatis

P. S: Non possum, qui per aliquantum t circa trajectorias: dum ex quolibet li nimum unam det jectoriis reciproce revelaturus ero; riam reciprocam Bernoulli, simpl invenire potuerit

i. e.  $2x=zz$ , unde curva AND erit parabola Apolloniana. Erit ergo isochrona AMC cyclois ordinaria, uti Hugenius jam demonstravit.

Ponamus resistantiam celeritati proportionalem, erit  $Z=z$ , unde  $dx=zzdz$ , i. e.  $x=zz$ , curva ergo AND erit denuo parabola, & consequenter isochrona rursus cyclois, quemadmodum Newtonus loco citato demonstravit.

Sit Resistentia ut quadratum celeritatis, quæ hypothesis locum habet in aere, aqua, omnibusque fere fluidis, erit  $Z=azz$ , unde  $dx=zzdz + azzdz$  ergo  $x=\frac{1}{2}zz + \frac{1}{3}az^3$ , ex qua curva, ut supra docui, construi poterit isochrona. Quantitas,  $a$ , eo major est accipienda, quo resistantia major est, semper nimirum proportionalis assumi debet quantitati resistantiæ.

Et hac ratione pro quavis hypothese resistantiarum excogitabili isochrona, methode hac generali, facile deduci poterit, gravitate uniformiter agente. Pro aliis autem gravitatis hypothesisibus, in medio quoque utcunque resistente, etiam possideo methodum construendi isochronas, quam autem, ut & eorum, quæ hic proposui, analysin seu demonstrationem, in aliud opportunum tempus differo; proponens interim cultoribus scientiæ hujus de motu corporum in mediis resistantibus problema sequens, quod ab hac materia haud multum abludit.

Invenire lineam celerrimi descensus, seu brachystochronam in medio quomodocunque resistente, saltem in hypothese gravitatis uniformi.

P. S. Non possum, quin iadicem Anonymo illi Anglo, cui jam per aliquantum temporis cum Celeb. Johanne Bernoulli circa trajectorias reciprocas res est, me adinvenisse methodum ex quolibet linearum ordine, excepto secundo, ad minimum unam determinandi curvam problemati illi de trajectoriis reciprocis satisfaciendam, quam, uno elapso anno, revelaturus ero; quo Anglo illi non desit tempus trajectoriam reciprocam, quam invenendam ipsi proposuit Cel. Bernoulli, simplicissimam post illam tertii ordinis, quam invenire potuerit, publice indicandi.

Zz 2

AN.

o communicabo,  
um penitus per-

di lineas isochro-  
ratione cujusvis  
pothesi, sic con-

num horizontis;  
o talis, ut, dictis  
pfius z functione  
, quam habet illa  
ia, ad ipsam ce-  
curva facta, con-  
ducta NP in M, fit  
hæc curva CMA  
atis nifu, descen-  
adorsum fuerit,

hæc habere ali-  
venerant, id quod  
vanescit, elemen-  
=z sed quia  $dx=$   
uod debet æquari  
ubi summa  $z+Z$

ebit formam, ha-  
ides constituentes  
a PM in m erit le-  
M ergo  $Cm=CM$   
tes æquales erunt  
puncto A respon-  
niliter posita cum  
erit AB diameter,  
ebit formam.

onem ad hypothe-  
o ergo  $dx=zzdz$ ,

i. e.

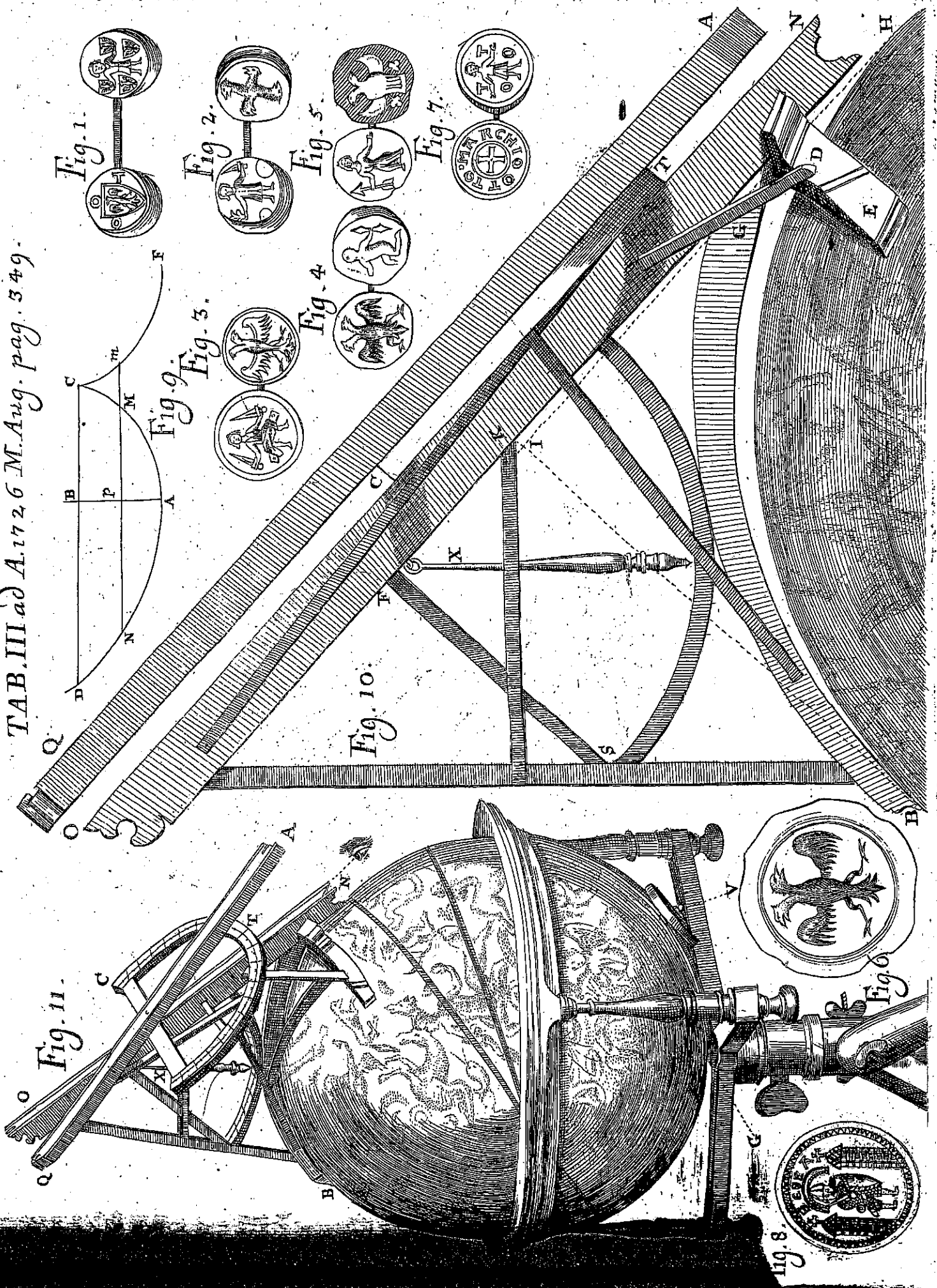


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 8.

Fig. 8.

